

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Известия
Юго-Западного
государственного
университета

Научный журнал

Том 28 № 4 / 2024



Proceedings
of the Southwest
State University

Scientific Journal

Vol. 28 № 4 / 2024



**Известия Юго-Западного
государственного университета**
(Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta)

Научный рецензируемый журнал

Основан в 1997 г.

До 2011 года журнал издавался под названием
«Известия Курского государственного технического университета».

Цель издания – публичное представление научно-технической общественности научных результатов фундаментальных, проблемно-ориентированных научных исследований в таких областях, как технология и оборудование механической и физико-технической обработки, сварка, роботы, мехатроника и робототехнические системы, управление в социальных и экономических системах, методы и системы защиты информации, информационная безопасность, автоматизация и управление технологическими процессами, строительные конструкции, теплоснабжение, вентиляция, газоснабжение и освещение, строительная механика.

В журнале публикуются оригинальные работы, соответствующие тематике издания.

Публикация статей в журнале для авторов бесплатна.

Целевая аудитория: научные работники, профессорско-преподавательский состав образовательных учреждений, экспертное сообщество, молодые ученые, аспиранты, заинтересованные представители широкой общественности.

Журнал придерживается политики открытого доступа. Полнотекстовые версии статей доступны на сайте журнала, научной электронной библиотеки eLIBRARY.RU.

Журнал включен в перечень ведущих научных журналов и изданий ВАК Минобрнауки России, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученых степеней доктора наук, кандидата наук по следующим научным специальностям:

Машиностроение и машиноведение: 2.5.4; 2.5.5; 2.5.8.

Строительство: 2.1.1; 2.1.3; 2.1.9.

Информатика, вычислительная техника и управление: 1.2.2; 2.3.1; 2.3.3; 2.3.4; 2.3.6.

ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР:

Емельянов Сергей Геннадьевич, д-р техн. наук, профессор, чл.-кор. Российской академии архитектуры и строительных наук, Лауреат премии правительства РФ в области науки и техники, ректор, ФГБОУ ВО «Юго-Западный государственный университет» (г.Курск, Россия)

ЗАМЕСТИТЕЛЬ ГЛАВНОГО РЕДАКТОРА:

Бобырь Максим Владимирович, д-р техн. наук, профессор;
Юго-Западный государственный университет (г.Курск, Россия)

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Агеев Евгений Викторович, д-р техн. наук, профессор; Юго-Западный государственный университет (г.Курск, Россия);

Борзов Дмитрий Борисович, д-р техн. наук, доцент; Юго-Западный государственный университет (г.Курск, Россия);

Бредихин Владимир Викторович, д-р экон. наук, доцент, ФГБОУ ВО «Юго-Западный государственный университет» (г.Курск, Россия);

Булычев Всеволод Валериевич, д-р техн. наук, профессор; Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Калужский филиал (г. Калуга, Россия);

Бхатгачарья Сиддхартха, д-р философии (PhD), профессор, Университет Христа (Крайст), Бангалор, Индия;

Бьянко Лино, д-р философии (PhD), профессор, Университет архитектуры, строительства и геодезии (Мальта);

Бычков Игорь Вячеславович, д-р техн. наук, профессор, академик РАН, Институт динамики систем и теории управления им. В.М. Матросова (г.Иркутск, Россия);

Грибова Валерия Викторовна, д-р техн. наук, чл.-кор. РАН, Институт автоматики и процессов управления Дальневосточного отделения РАН (г. Владивосток, Россия);

Жусубалиев Жаныбай Турсунбаевич, д-р техн.наук, профессор, Юго-Западный государственный университет (г.Курск, Россия);

Казанцев Виктор Борисович, д-р физ.-мат. наук, профессор, Институт биологии и биомедицины Национального исследовательского Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского (г. Нижний Новгород, Россия);

Колчунов Виталий Иванович, д-р техн.наук, профессор, академик Российской академии архитектуры и строительных наук (Россия);

Кузнецов Сергей Николаевич, д-р техн. наук, профессор, Воронежский государственный технический университет (г. Воронеж, Россия);

Кукарас Даниэль, д-р философии (PhD), профессор, факультет гражданского строительства, Нови-Садский университет (г.Суботица, Сербия);

Куц Вадим Васильевич, д-р техн. наук, доцент, Юго-Западный государственный университет (г.Курск, Россия);

Мещеряков Роман Валерьевич, д-р техн. наук, профессор, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова Российской академии наук (г. Москва, Россия);

Новиков Дмитрий Александрович, д-р техн. наук, академик РАН, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова Российской академии наук (г. Москва, Россия);

Овчинников Виктор Васильевич, д-р техн. наук, профессор, Московский политехнический университет (г. Москва, Россия);

Пановко Григорий Яковлевич, д-р техн. наук, профессор, Институт машиноведения Российской академии наук (г. Москва, Россия);

Петрешин Дмитрий Иванович, д-р техн. наук, профессор, Брянский государственный технический университет (г. Брянск, Россия);

Ронжин Андрей Леонидович, д-р техн. наук, профессор, Санкт-Петербургский Федеральный исследовательский центр Российской академии наук (г. Санкт-Петербург, Россия);

Сизов Александр Семенович, д-р техн. наук, профессор, НИЦ ФГУП «18 ЦНИИ» МО РФ (г. Курск, Россия);

Смирнов Игорь Михайлович, д-р техн. наук, доцент, АО «Научно-исследовательский инженерный институт» (г. Балашиха, Россия);

Сотникова Ольга Анатольевна, д-р техн. наук, профессор, Воронежский государственный технический университет (г. Воронеж, Россия);

Титов Виталий Семенович, д-р техн. наук, профессор, заслуженный деятель науки России, Юго-Западный государственный университет (г. Курск, Россия);

Турков Андрей Викторович, д-р техн. наук, профессор, Орловский государственный университет им. И.С.Тургенева (г. Орел, Россия);

Черный Сергей Григорьевич, канд. техн. наук, доцент, Керченский государственный морской технологический университет (г. Керчь, Россия);

Щербаков Владимир Иванович, д-р техн. наук, доцент, Воронежский государственный технический университет (г. Воронеж, Россия);

Яцун Сергей Федорович, д-р техн. наук, профессор, Заслуженный деятель науки России, Юго-Западный государственный университет (г. Курск, Россия).

РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ

Емельянов Сергей Геннадьевич (председатель), д-р техн. наук, профессор, чл.-кор. Российской академии архитектуры и строительных наук, Юго-Западный государственный университет» (г. Курск, Россия)

Грабовой Кирилл Петрович, д-р экон. наук, профессор, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (г. Москва, Россия);

Гриднев Сергей Юрьевич, д-р техн. наук, доцент, Воронежский государственный технический университет (г. Воронеж, Россия);

Добрица Вячеслав Порфирьевич, д-р физ.-мат. наук, профессор, Юго-Западный государственный университет (г. Курск, Россия);

Езов Владимир Сергеевич, д-р техн. наук, профессор, Изобретатель СССР, Юго-Западный государственный университет (г. Курск, Россия);

Ивахненко Александр Геннадьевич, д-р техн. наук, профессор, Юго-Западный государственный университет (г. Курск, Россия);

Колмыков Валерий Иванович, д-р техн. наук, профессор, Юго-Западный государственный университет (г. Курск, Россия);

Колчунов Владимир Иванович, д-р техн. наук, профессор, член Российской академии архитектуры и строительных наук (Россия);

Корневский Николай Алексеевич, д-р техн. наук, профессор, Заслуженный деятель науки России, Юго-Западный государственный университет (г. Курск, Россия);

Латышов Рашид Абдулхакович, д-р техн. наук, профессор, Московский политехнический университет (г. Москва, Россия);

Локтионова Оксана Геннадьевна, д-р техн. наук, профессор, Юго-Западный государственный университет (г. Курск, Россия).

Учредитель и издатель:

ФГБОУ ВО «Юго-Западный государственный университет»

Адрес учредителя, издателя и редакции:

305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, д. 94

Телефон: +7(4712) 22-25-26,

Факс: +7(4712) 50-48-00.

E-mail: rio_kursk@mail.ru

Наименование органа, зарегистрировавшего издание:

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (ПИ №ФС77-85895 от 04.09.2023).

ISSN 2223-1560 (Print)

ISSN 2686-6757 (Online)

Префикс DOI:10.21869

Сайт журнала: <https://science.swsu.ru>

© Юго-Западный государственный университет, 2024



Материалы журнала доступны по лицензии Creative Commons Attribution 4.0 License

Типография:

Полиграфический центр
Юго-Западного государственного
университета, 305040, г. Курск,
ул. 50 лет Октября, д. 94

Подписка и распространение:
журнал распространяется
по подписке.

Подписной индекс журнала 41219
в объединенном каталоге
«Пресса России».

Периодичность: четыре выпуска в год

Свободная цена

Оригинал-макет подготовлен Е.В. Мельник

Подписано в печать 10.12.2024.

Дата выхода в свет 30.12.2024. Формат 60x84/8.

Бумага офсетная. Усл. печ. л. 20,6.

Тираж 1000 экз. Заказ 69.

16+

Proceedings of the Southwest State University



Peer-reviewed scientific journal

Published since 1997

Before 2011

“Proceedings of the Kursk State Technical University”

These Proceedings present the results of scientific fundamental and applied research in such areas as mechanical technologies and equipment; machine building; physical and engineering processing of materials; welding; robotics, mechatronics and robot systems, management and administration of social and economic systems; information protection methods and systems; information security; production process automation and control; building structures; heat supply; ventilation; gas supply and lightning systems; construction mechanisms and machines.

The journal publishes scientific articles in the above mentioned areas.

All papers are published free of charge.

Target readers are scientists, university professors and teachers, experts, young scholars, graduate and post-graduate students, stakeholders and interested public.

The Editorial Board of the journal pursues open access policy. Complete articles are available at the journal web-site and at eLIBRARY.RU .

The journal is included into the Register of the Top Scientific Journals of the Higher Attestation Commission of the Russian Federation as a journal recommended for the publication of the findings made by the scientists working on a doctoral or candidate thesis in the following areas:

Mechanical engineering and machine science: 2.5.4; 2.5.5; 2.5.8.

Construction: 2.1.1; 2.1.3; 2.1.9.

Computer science, computer engineering and control: 1.2.2; 2.3.1; 2.3.3; 2.3.4; 2.3.6.

EDITOR-IN-CHIEF

Sergei G. Emelianov, Dr. of Sci. (Engineering), Correspondent Member of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, a Holder of the Russian Government Prize in the Field of Science and Engineering, Rector of the Southwest State University (Kursk, Russia)

DEPUTY EDITOR-IN-CHIEF

Maksim V. Bobyr, Dr. of Sci. (Engineering), Professor, Southwest State University (Kursk, Russia)

EDITORIAL BOARD

Yevgenii V. Ageev, Dr. of Sci. (Engineering), Professor, Southwest State University (Kursk, Russia);

Dmitry B. Borzov, Dr. of Sci. (Engineering), Associate Professor, Southwest State University (Kursk, Russia);

Vladimir V. Bredikhin, Dr. of Sci. (Economic), Associate Professor, Southwest State University (Kursk, Russia);

Vsevolod V. Bulychov, Dr. of Sci. (Engineering), Professor; Bauman Moscow State Technical University, Kaluga Branch (Kaluga, Russia);

Bhatgacharya Siddhartha, Doctor of Philosophy (PhD), Professor, Christ University (Christ), Bangalore, India;

Lino Bianco, Dr. of Sci. (Philosophy), Professor of IAA, Visiting Professor at University of Architecture, Civil Eng. and Geodesy (Sofia), Senior Lecturer, University of Malta (Malta);

Igor V. Bychkov, Dr. of Sci. (Engineering), Professor, Academician of the Russian Academy of Sciences, V.M. Matrosov Institute of System Dynamics and Control Theory (Irkutsk, Russia);

Sergey G. Cherny, Cand. of Sci. (Engineering), Associate Professor, Kerch State Marine Technological University (Kerch, Russia);

Valeria V. Gribova, Dr. of Sci. (Engineering), Member of the Russian Academy of Sciences, Institute of Automation and Control Processes of the Far Eastern Branch of the Russian Academy of Sciences (Vladivostok, Russia);

Viktor B. Kazantsev, Dr. of Sci. (Physical and Mathematical), Professor, Institute of Biology and Biomedicine of the National Research Nizhny Novgorod State University named after N.I. Lobachevsky;

Vitalii I. Kolchunov, Dr. of Sci. (Engineering), Professor, Academician of Russian Academy of Architecture and Construction Sciences (Russia);

Sergey N. Kuznetsov, Dr. of Sci. (Engineering), Professor, Voronezh State Technical University (Voronezh, Russia);

Danijel Kukaras, Associate Professor, PhD, University of Novi Sad, Faculty of Civil Engineering (Subotica, Serbia);

Vadim V. Kuts, Dr. of Sci. (Engineering), Associate Professor, Southwest State University (Kursk, Russia);

Roman V. Meshcheryakov, Dr. of Sci. (Engineering), Professor, V.A. Trapeznikov Institute of Management Problems of the Russian Academy of Sciences (Moscow, Russia);

Dmitry A. Novikov, Dr. of Sci. (Engineering),
Academician of the Russian Academy of Sciences,
V.A. Trapeznikov Institute of Management Problems
of the Russian Academy of Sciences (Moscow, Russia);

Viktor V. Ovchinnikov, Dr. of Sci. (Engineering),
Professor, Moscow Polytechnic University (Moscow, Russia);

Grigorii Ya. Panovko, Dr. of Sci. (Engineering),
Professor, Mechanical Engineering Research Institute
of the Russian Academy of Sciences (Moscow, Russia);

Dmitry I. Petreshin, Dr. of Sci. (Engineering), Professor,
Bryansk State Technical University (Bryansk, Russia);

Andrey L. Ronzhin, Dr. of Sci. (Engineering),
Professor, St. Petersburg Federal Research Center of the
Russian Academy of Sciences (St. Petersburg, Russia);

Alexander S. Sizov, Dr. of Sci. (Engineering), Professor,
Southwest State University (Kursk, Russia);

Igor M. Smirnov, Dr. of Sci. (Engineering), Associate
Professor, JSC "Research Engineering Institute»
(Balashikha, Russia);

Olga A. Sotnikova, Dr. of Sci. (Engineering), Professor,
Voronezh State Technical University (Voronezh, Russia);

Vitalii S. Titov, Dr. of Sci. (Engineering),
Professor, Southwest State University (Kursk, Russia);

Andrey V. Turkov, Dr. of Sci. (Engineering), Professor,
Orel State University named after I.S. Turgenev (Orel, Russia);

Vladimir I. Shcherbakov, Dr. of Sci. (Engineering),
Associate Professor, Voronezh State Technical University
(Voronezh, Russia);

Sergey F. Yatsun, Dr. of Sci. (Engineering),
Professor, Southwest State University (Kursk, Russia);

Zhanybaj T. Zhusubaliyev, Dr. of Sci. (Engineering),
Professor, Southwest State University (Kursk, Russia)

EDITORIAL COUNCIL

Sergei G. Emelianov, Chairman, Dr. of Sci. (Engineering),
Correspondent Member of the Russian Academy
of Architecture and Construction Sciences, Southwest State
University (Kursk, Russia)

Kirill P. Grabovoy, Dr. of Sci. (Economics), Professor,
National Research Moscow State University
of Civil Engineering (Moscow, Russia);

Sergey Yu. Gridnev, Dr. of Sci. (Engineering),
Associate Professor, Voronezh State Technical
University (Voronezh, Russia);

Vyacheslav P. Dobritsa, Dr. of Sci. (Physics and Mathematics),
Professor, Southwest State University (Kursk, Russia);

Vladimir S. Ezhov, Dr. of Sci. (Engineering),
Professor, Southwest State University (Kursk, Russia);

Alexander G. Ivakhnenko, Dr. of Sci. (Engineering),
Professor, Southwest State University (Kursk, Russia);

Valerii I. Kolmykov, Dr. of Sci. (Engineering), Professor,
Southwest State University (Kursk, Russia);

Vladimir I. Kolchunov, Dr. of Sci. (Engineering),
Professor, Russian Academy of Architecture
and Construction Sciences Advisor (Russia);

Nikolay A. Korenevskii, Dr. of Sci. (Engineering),
Professor, Southwest State University (Kursk, Russia);

Rashit A. Latypov, Dr. of Sci. (Engineering),
Professor, Moscow Polytechnic University (Moscow, Russia);

Oksana G. Loktionova, Dr. of Sci. (Engineering),
Professor, Southwest State University (Kursk, Russia).

Founder and Publisher:

“Southwest State University”

Official address of the Founder, Publisher and Editorial Office:

50 Let Oktyabrya str. 94, Kursk 305040, Russian Federation

Phone: +7 (4712) 22-25-26,

Fax: +7 (4712) 50-48-00.

E-mail: rio_kursk@mail.ru

The Journal is officially registered by:

The Federal Supervising Authority in the Field of Communication,
Information Technology and Mass media
(ПИ №ФЦ77-85895 от 04.09.2023).

ISSN 2223-1560 (Print)

ISSN 2686-6757 (Online)

DOI Prefix: 10.21869

Web-site: <https://science.swsu.ru>

Printing office:

Printing Center

of the Southwest State University,

50 Let Oktyabrya str. 94,

Kursk 305040, Russian Federation

Subscription and distribution:

the journal is distributed by subscription.

Subscription index 41219

in the General Catalogue “Pressa Rossii”

Publication frequency: quarterly

Free price

Original lay-out design: E. Mel'nik

16+

© Southwest State University, 2024



Publications are available in accordance with
the Creative Commons Attribution 4.0 License

Singed to print 10.12.2024.

Release date 30.12.2024. Format 60x84/8.

Offset paper. Printer's sheets 20,6.

Circulation 1000 copies. Order 69.

СОДЕРЖАНИЕ

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ

Моделирование процесса автономной посадки БПЛА-квадрокоптера на движущуюся платформу с использованием инфракрасной оптической системы	8
<i>Аникин Д.А., Савельев А.И.</i>	

СТРОИТЕЛЬСТВО

Измерительно-полиномиальная обработка входных данных вычислительной системы	21
<i>Локтионов А. П.</i>	

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

Бифуркации в кусочно-линейной дискретной модели широтно-импульсной системы управления	40
<i>Жусубалиев Ж. Т., Иванова Е. Н., Сопуев У. А., Жумашева Ж. Т., Цуканов Д. Ю.</i>	

Когнитивные технологии в принятии управленческих решений	57
<i>Серегин С. П., Федорова А. Р., Халин Ю. А., Катыхин А. И.</i>	

Эффективность ETL-процесса для предиктивной аналитики	67
<i>Олейникова А. В., Бондарева И. О., Олейников А. А.</i>	

Эффективность нейросетевого и нечеткого подхода в управлении безэкипажными судами	86
<i>Евсюков П.С., Андреева О.Н.</i>	

Метод формирования многоярусной нейросетевой системы прогнозирования с возможностью реконфигурации	104
<i>Крутиков А.К., Мельцов В.Ю.</i>	

Онтологическая модель управления временем ожидания разрешающего сигнала светофора участниками дорожного движения в зоне пешеходного перехода	124
<i>Бобырь М.В., Емельянов С.Г., Храпова Н.И.</i>	

Взаимодействие когнитивных и реактивных агентов в интеллектуальной вычислительной системе: операционная семантика	138
<i>Карамышева Н.С., Зинкин С.А.</i>	

Поиск и взвешивание треппин-сетов в квазициклических кодах методом поднятия и проекции мультиграфа	154
<i>Усатюк В. С., Кузнецов Ю. О., Егоров С. И.</i>	

К сведению авторов	177
--------------------------	-----

CONTENT

MECHANICAL ENGINEERING AND MACHINE SCIENCE

Modeling the process of autonomous landing of a uav quadcopter on a moving platform using an infrared optical system	8
<i>Anikin D. A., Saveliev A. I.</i>	

CONSTRUCTION

Measuring-polynomial processing of input data of a computer system	21
<i>Loktionov A. P.</i>	

COMPUTER SCIENCE, COMPUTER ENGINEERING AND CONTROL

Bifurcations in a piecewise-linear discrete model of the pulse modulated control system.....	40
<i>Zhusubaliyev Z. T., Ivanova E. N., Sopuev U. A., Zhumasheva Z. T., Tsukanov D. Yu.</i>	
Cognitive technologies in management decision-making	57
<i>Seregin S. P., Fedorova A. R., Khalin Y. A., Katykhin A. I.</i>	
ETL Process Efficiency for Predictive Analytics	67
<i>Oleynikova A. V., Bondareva I. O., Oleynikov A. A.</i>	
Effectiveness of neural network and fuzzy approaches in the control of crewless ships.....	86
<i>Evsyukov P. S., Andreeva O. N.</i>	
A method for forming a multi-tiered neural network forecasting system with the possibility of reconfiguration	104
<i>Krutikov A. K., Meltsov V. Y.</i>	
Ontological model for managing waiting time for traffic light signals by road users in a pedestrian crossing zone	124
<i>Bobyry M. V., Emelyanov S. G., Khrapova N. I.</i>	
Interaction of cognitive and reactive agents in an intelligent computing system: operational semantics	138
<i>Karamysheva N. S., Zinkin S. A.</i>	
Search and weighting for trapping sets in quasi-cyclic codes by multigraph lift and projection method	154
<i>Usatjuk V. S., Kuznetsov Y. O., Egorov S. I.</i>	
Information of the authors	177

УДК 519.7

<https://doi.org/10.21869/2223-1560-2024-28-4-8-20>



Моделирование процесса автономной посадки БПЛА-квадрокоптера на движущуюся платформу с использованием инфракрасной оптической системы

Д.А. Аникин ¹ ✉, А.И. Савельев ¹

¹ Санкт-Петербургский Федеральный исследовательский центр Российской академии наук,
Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации Российской академии наук,
14 линия В.О., д. 39, г. Санкт-Петербург 199178, Российская Федерация

✉ e-mail: anikin.d@iias.spb.su

Резюме

Цель исследования. Оценка эффективности работы системы автоматической посадки БПЛА на подвижную платформу с использованием инфракрасного маяка на основе критериев точности посадки и успешность маневра при различных высотах.

Методы. Моделирование процесса движения сложного объекта (БПЛА) в среде Gazebo с использованием экосистемы ROS. Позиционирование БПЛА основано на математической модели инфракрасного маяка, состоящего из четырех пар излучателей. Алгоритм посадки включает адаптивные ПИД-регуляторы для координат X и Y и логполиномиальный регулятор для обеспечения снижения аппарата по оси Z.

Результаты. Тестирование посадки БПЛА проводилось 50 раз с высот 5 м, 10 м и 15 м. На высоте 5 м время посадки составило 9,04 сек (разброс 0,504 сек), ошибка – 0,18 м (разброс 0,035 м), успешность – 100%. На 10 м время увеличилось до 19,17 сек (разброс 1,78 сек), ошибка – 0,19 м (разброс 0,036 м), успешность осталась 100%. На 15 м время возросло до 40,45 сек (разброс 5,502 сек), ошибка – 0,21 м (разброс 0,046 м), распределение данных стало шире, появились выбросы, успешность снизилась до 92%, что связано с потерями сигналов, их затуханием и необходимостью коррекции траектории. Увеличение высоты тестирования процесса посадки нецелесообразно из-за снижения вероятности успешной посадки.

Заключение. Исследование показало, что система инфракрасного маяка эффективно работает для посадки БПЛА на подвижную платформу на высотах до 10 м, обеспечивая необходимую стабильность и точность. При высотах свыше 10 м возникают проблемы с потерей сигналов, увеличением времени посадки и ошибками, что требует улучшений для обеспечения надежности посадки.

Ключевые слова: автономная посадка; БПЛА; имитационное моделирование; математические модели; навигация; инфракрасный маяк.

Конфликт интересов: Авторы декларируют отсутствие явных и потенциальных конфликтов интересов, связанных с публикацией настоящей статьи.

Для цитирования: Аникин Д.А., Савельев А.И. Моделирование процесса автономной посадки БПЛА-квадрокоптера на движущуюся платформу с использованием инфракрасной оптической системы // Известия Юго-Западного государственного университета. 2024. Т. 28, №4. С. 8-20. [https://doi.org/ 10.21869/2223-1560-2024-28-4-8-20](https://doi.org/10.21869/2223-1560-2024-28-4-8-20).

Поступила в редакцию 19.10.2024

Подписана в печать 26.11.2024

Опубликована 10.12.2024

Modeling the process of autonomous landing of a uav quadcopter on a moving platform using an infrared optical system

Dmitry A. Anikin¹, Anton I. Saveliev¹ ✉

¹ St. Petersburg Federal Research Center of the Russian Academy of Sciences (SPC RAS),
St. Petersburg Institute for Informatics and Automation of the Russian Academy of Sciences,
39, 14th Line, St. Petersburg 199178, Russian Federation

✉ e-mail: anikin.d@iias.spb.su

Abstract

Purpose of research. Evaluation of the effectiveness of the UAV automatic landing system on a mobile platform using an infrared beacon based on criteria for landing accuracy and maneuver success at various altitudes.

Methods. Modeling the process of movement of a complex object (UAV) in the Gazebo environment using the ROS ecosystem. The positioning of the UAV is based on a mathematical model of an infrared beacon consisting of four pairs of emitters. The landing algorithm includes adaptive PID controllers for the X and Y coordinates and a logo polynomial controller to ensure the descent of the UAV along the Z axis.

Results. The UAV landing was tested 50 times from heights of 5 m, 10 m and 15 m. At a height of 5 m, the landing time was 9.04 seconds (0.504 sec deviation), the error was 0.18 m (0.035 m deviation), the success rate was 100%. At 10 m, the time increased to 19.17 seconds (1.78 sec deviation), the error was 0.19 m (0.036 m deviation), the success rate remained 100%. At 15 m, the time increased to 40.45 seconds (5.502 seconds deviation), the error was 0.21 m (0.046 m deviation), the data distribution became wider, outliers appeared, the success rate decreased to 92%, which is due to signal losses, their attenuation and the need to correct the trajectory. Increasing the height of the landing process testing is impractical due to a decrease in the probability of a successful landing.

Conclusion. The study showed that the infrared beacon system works effectively for landing UAVs on a mobile platform at altitudes up to 10 m, providing the necessary stability and accuracy. At altitudes above 10 m, problems arise with loss of signals, increased landing time and errors, which require improvements to ensure the reliability of landing.

Keywords: autonomous landing; UAV; simulation modeling; mathematical models; navigation; infrared beacon.

Conflict of interest. The authors declare the absence of obvious and potential conflicts of interest related to the publication of this article.

For citation: Anikin D. A., Saveliev A. I. Modeling the process of autonomous landing of a uav quadcopter on a moving platform using an infrared optical system. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta* = *Proceedings of the Southwest State University*. 2024; 28(4): 8-20 (In Russ.). <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2024-28-4-8-20>.

Received 19.10.2024

Accepted 26.11.2024

Published 10.12.2024

Введение

Разработка и внедрение беспилотных летательных аппаратов являются одной из ключевых тенденций в современных технологиях. Сфера их применения постоянно расширяется, охватывая задачи доставки грузов [1-2], мониторинга объектов [3-4] и выполнения аварийно-спасательных операций [5-6]. Для эффективного выполнения этих задач важна возможность автоматической посадки, особенно в условиях, где требуется высокая точность и стабильность процесса. В частности, посадка БПЛА на подвижную платформу является сложной инженерной задачей, требующей применения надёжных и эффективных систем позиционирования.

Существует множество подходов к позиционированию для автоматической посадки БПЛА. Наиболее популярными являются GPS-навигация [7], системы компьютерного зрения [8], ультразвуковые датчики [9] и лазерные лидары [10]. GPS-навигация обеспечивает глобальное позиционирование, но её точности часто недостаточно для точной посадки на ограниченные площади, особенно в условиях помех или плохой видимости спутников. Системы компьютерного зрения эффективны при достаточной освещённости, но их работа ухудшается в условиях недостаточного света, дождя или других погодных воздействий [11]. Лазерные лидары и ультразвуковые датчики обеспечивают вы-

сокую точность на малых расстояниях, но имеют ограниченный радиус действия и чувствительны к особенностям отражающих поверхностей [12].

Одной из перспективных систем позиционирования является оптическая система инструментального захода на посадку¹ с использованием инфракрасного маяка. Принцип работы системы заключается в установке инфракрасного маяка на платформе и использовании специальных приёмников на борту БПЛА для определения углов поворота БПЛА по отношению к нормали маяка и расстояния до него. Данная система уже показала свою эффективность при посадке на статичные цели, где удалось достичь высокой точности и стабильности. Однако задача посадки на подвижные платформы представляет собой более сложный вызов. Основным фактором, усложняющим процесс, является затухание сигнала и рост погрешности с увеличением высоты и постоянным перемещением платформы, что снижает устойчивость и точность позиционирования.

Целью данной работы является оценка практической целесообразности применения системы инструментального захода на посадку на подвижные платформы с использованием инфракрасного маяка ме-

¹ Будза А. А. Разработка устройства приема и обработки сигналов оптической системы инструментального захода на посадку беспилотного летательного аппарата: выпускная квалификационная работа магистра: 11.04.02- Инфокоммуникационные технологии и системы связи; 11.04. 02_03-Системы и устройства радиотехники и связи. 2018.

тодом имитационного моделирования, в рамках которого исследуются ключевые параметры, на которые может влиять система позиционирования: время посадки, ошибка посадки и успешность маневра. Исследование позволяет выявить оптимальные и критические условия работы

системы и определить потенциал практического применения данной системы.

Материалы и методы

Архитектура системы моделирования

Архитектура разработанной системы представлена на рис 1.

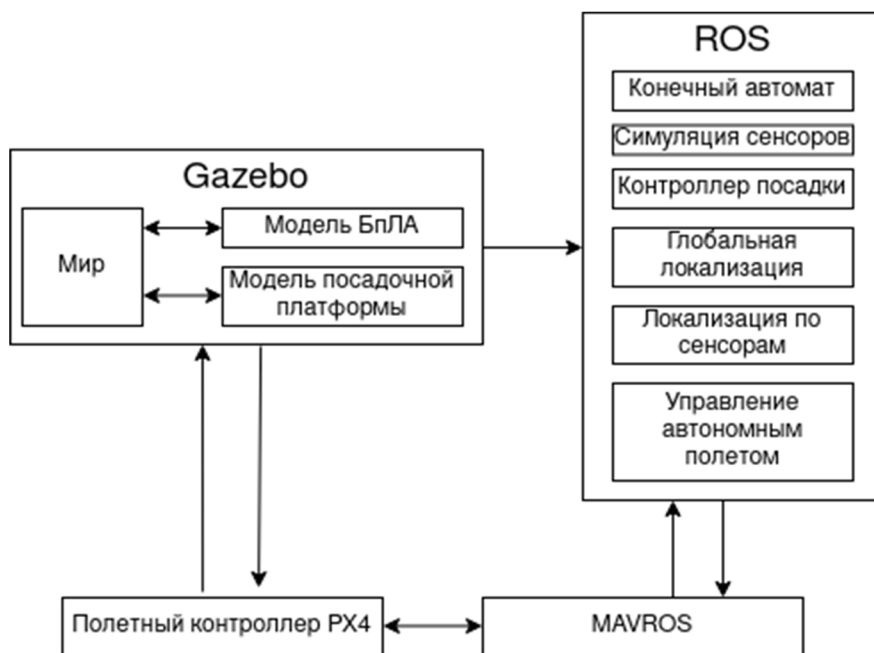


Рис. 1. Схематичное представление архитектуры

Fig. 1. Schematic representation of the architecture

В системе используется Software-in-the-Loop полетного контроллера PX4. Полетный контроллер и разработанные программные модули взаимодействуют с симулятором робототехнических систем Gazebo [13]. Gazebo передает данные от виртуальных сенсоров в контроллер PX4, а контроллер, в свою очередь, отправляет управляющие сигналы на двигатели и исполнительные механизмы БПЛА.

Программные модули реализованы в экосистеме Robotic Operating System [14] (ROS) на языке Python. Они состоят

из конечного автомата для управления последовательностью действий БПЛА, математической модели инфракрасного маяка, алгоритма локализации, контроллера посадки и алгоритма автоматической посадки.

Для передачи телеметрии и управления автопилотом используется MAVROS [15] – программный интерфейс, обеспечивающий двустороннюю конвертацию сообщений между протоколом MAVLink и ROS, что позволяет программным модулям отправлять команды и получать данные от автопилота.

В качестве наземной подвижной платформы используется модель дифференциального колесного робота Clearpath Husky UGV [16] с установленной площадкой размером 1x1 метр и размещенным на ней маяком для посадки БПЛА. Скорость движения платформы составляет 3 м/с. Платформа перемещалась по эллипсоидной траектории длиной 350 метров.

В качестве модели мультироторного БПЛА использовалась модель 3DR Iris [17].

Математическая модель позиционирования по инфракрасному маяку

За основу была взята следующая модель¹.

Инфракрасный маяк состоит из двух вертикальных и двух горизонтальных разнесенных пар излучателей. Рассмотрим модель для вертикальных пар излучателей (рис. 2), для горизонтальных пар расчеты проводятся аналогично.

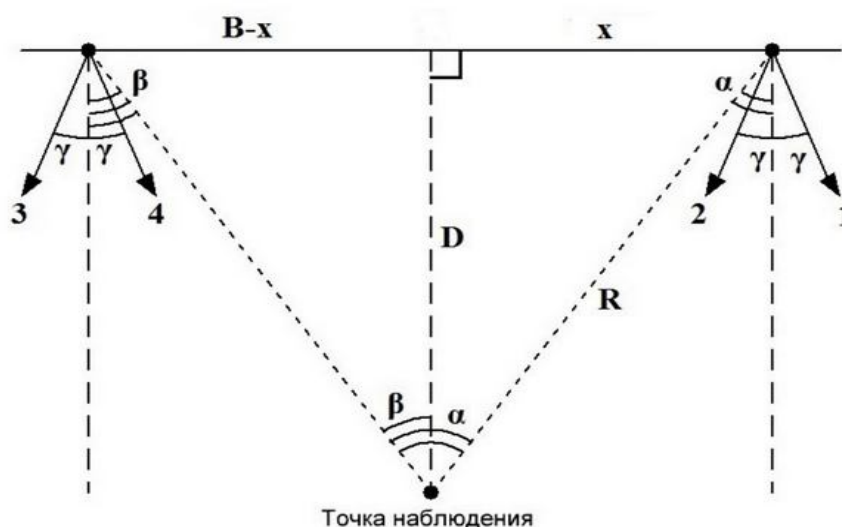


Рис. 2. Геометрия системы позиционирования

Fig. 2. Geometry of the positioning system

Согласно закону Ламберта, аппроксимирующим диаграмму направленности инфракрасного диода, и закону квадратичной зависимости ослабления интенсивности излучения от расстояния для пар 1-2 и 3-4 имеем:

$$I_1 = \frac{I_0}{R^2} \cos^n(\varphi) \cos^m(\alpha + \gamma),$$

$$I_2 = \frac{I_0}{R^2} \cos^n(\varphi) \cos^m(\alpha - \gamma),$$

$$I_3 = \frac{I_0}{R^2} \cos^n(\omega) \cos^m(\beta + \gamma),$$

$$I_4 = \frac{I_0}{R^2} \cos^n(\omega) \cos^m(\beta - \gamma),$$

$$R = \sqrt{(x_{\text{изл}} - x_{\text{пр}})^2 + (y_{\text{изл}} - y_{\text{пр}})^2 + (z_{\text{изл}} - z_{\text{пр}})^2},$$

$$n = \frac{-\ln 2}{\ln \left(\cos \theta_{\text{пр}}^2 \right)},$$

$$m = \frac{-\ln 2}{\ln \left(\cos \left(\theta_{\text{изл}}^2 \right) \right)},$$

¹ Будза А. А. Разработка устройства приема и обработки сигналов оптической системы инструментального захода на посадку беспилотного летательного аппарата: выпускная квалификационная работа магистра: 11.04. 02- Инфокоммуникационные технологии и системы связи; 11.04. 02_03-Системы и устройства радиотехники и связи. 2018.

где α, β – углы поворота БПЛА по отношению к нормали маяка; I_0 – максимально возможная интенсивность излучения; $\theta_{\text{пр}}^{\frac{1}{2}}$, $\theta_{\text{изл}}^{\frac{1}{2}}$ – углы половинной яркости приемника и излучателей; φ , ω – углы падения лучей пар на плоскость приемника; $x_{\text{изл}}$, $y_{\text{изл}}$, $z_{\text{изл}}$ – координаты излучателей; $x_{\text{пр}}$, $y_{\text{пр}}$, $z_{\text{пр}}$ – координаты приемника. γ – угол поворота диодов в маяке.

Угол α поворота по отношению к нормали маяка рассчитывается как $\arcsin\left(\frac{D}{R}\right)$, где $D = \sqrt{(y_{\text{изл}} - y_{\text{пр}})^2}$.

Множитель $\cos^m(\alpha \pm \gamma)$ характеризует зависимость интенсивности излучателя от угла наблюдения, а множитель $\cos^n(\varphi)$ характеризует диаграмму направленности приемника.

Для симуляции погрешности, связанной с флуктуациями амплитуд из-за влияния дробового шума, добавлены

флуктуации 0.01-0.012% от исходных значений интенсивностей.

Отношения интенсивностей используются для вычисления тангенсов углов поворота БПЛА по отношению к нормали маяка. С помощью них можно вычислить абсолютное и относительное смещение БПЛА от маяка.

Относительное смещение от центра маяка в горизонтальной плоскости рассчитывается по формуле

$$x = B \frac{\operatorname{tg} \alpha}{(\operatorname{tg} \beta + \operatorname{tg} \alpha)},$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1 - \left(\frac{I_1}{I_2}\right)^{\frac{1}{m}}}{1 + \left(\frac{I_1}{I_2}\right)^{\frac{1}{m}}};$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{1 - \left(\frac{I_3}{I_4}\right)^{\frac{1}{m}}}{1 + \left(\frac{I_3}{I_4}\right)^{\frac{1}{m}}},$$

где I_1 и I_2 – интенсивности излучения первой пары излучателей; I_3 и I_4 – интенсивности излучения второй пары излучателей; B – расстояние между парами излучателей.

Таблица 1. Конфигурация имитационной модели инфракрасного маяка

Table 1. Configuration of an infrared beacon simulation model

Максимальная интенсивность излучения I_0 (Вт/м ²) / Maximum radiation intensity I_0 (Vt/m ²)	0,5
Расстояние между вертикальными парами диодов B_{vert} (м)	1,92
Расстояние между горизонтальными парами диодов B_{horiz} (м)	0,87
Угол половинной яркости оптики приемника $\theta_{\text{пр}}^{\frac{1}{2}}$ (град)	45
Угол половинной яркости диодов передатчика $\theta_{\text{изл}}^{\frac{1}{2}}$ (град)	60
Угол поворота диодов в маяке γ (град)	18

Абсолютное смещение рассчитывается как:

$$\frac{B}{2} - x = \frac{B \cdot \operatorname{tg} \beta}{2 \cdot (\operatorname{tg} \beta + \operatorname{tg} \alpha)}.$$

Расстояние до маяка по оси y рассчитывается по формуле

$$D = \frac{B}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}.$$

Данные формулы справедливы для расчетов в вертикальной плоскости, при использовании интенсивностей вертикальных пар излучателей.

В данной конфигурации рассматривается маяк с четырьмя парами оптических ИК излучателей, расположенных на вертикальных и горизонтальных границах маяка. Моделируется приемник сигналов на основе PIN фотодиода BPW34 [18].

Остальные параметры рассчитываются динамически на основе местоположения и ориентации БПЛА относительно маяка, получаемых напрямую из Gazebo.

Алгоритм посадки и контроль наведения БПЛА на платформу

Для наведения БПЛА на посадочную платформу используется ранее разработанный нами в [19] контроллер, состоящий из двух адаптивных ПИД-регуляторов для координат X и Y и логполиномиального регулятора для координаты Z . Адаптивные ПИД-регуляторы автоматически меняют коэффициенты пропорциональной, интегральной и дифференциальной частей по эмпирически установленной экспоненциальной зависимости от высоты, обеспечивая управление линейными скоростями по осям

X и Y . Логполиномиальный регулятор генерирует скорость снижения по оси Z , уменьшая её по мере приближения к платформе. Выходные линейные скорости передаются в автопилот PX4 [20].

Алгоритм посадки включает следующие этапы:

1. Отслеживание платформы: БПЛА поддерживает постоянную высоту и следует за платформой, используя сигналы от ПИД-регуляторов.

2. Снижение: При достижении расстояния 45 см до центра платформы активируется логполиномиальный регулятор для плавного снижения.

3. Посадка: Снижение продолжается до высоты менее 10 см, после чего двигатели отключаются для окончательной посадки.

4. Обработка ситуации потери платформы: Если платформа выходит из зоны видимости, БПЛА поднимается и пытается повторно её обнаружить или возвращается на исходную позицию в случае неудачи.

Пример захода на посадку приведен на рис. 3.

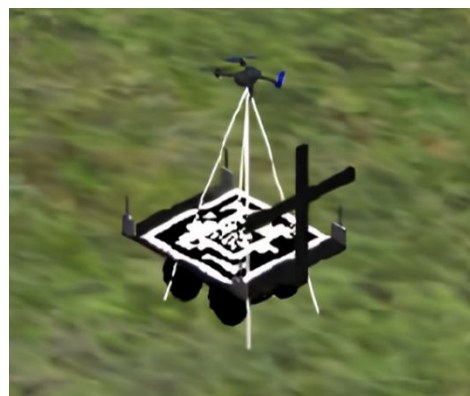


Рис. 3. Процесс захода на посадку

Fig. 3. Process of landing approach

Результаты и их обсуждение

Посадка тестировалась с высот 5 м, 10 м, 15 м, при этом было выполнено 50 попыток. В ходе каждой попытки фиксировалось время, затраченное на посадку, и ошибка, представляющая собой расстояние между центром платформы и центром масс БПЛА. Успешность определяется отношением количества посадок без потерь платформы к общему количеству.

При посадке по ИК-маяку максимальная оптимальная высота составила 15 метров. Проблемой данного решения является возможность перелета БПЛА за пределы маяка и, что приводило к временным потерям сигнала, а также непосредственное затухание сигнала. Результаты испытаний представлены на рис. 4 и в табл. 2.

Таблица 2. Показатели эффективности посадки на установленных высотах

Table 2. Landing efficiency indicators at set altitudes

Высота, м / Height, m	Успешность / Success rate	Время посадки, с / Landing time, s	Ошибка посадки, м / Landing error, m
5	100%	$9,04 \pm 0,504$	$0,18 \pm 0,035$
10	100%	$19,17 \pm 1,78$	$0,19 \pm 0,036$
15	92%	$40,45 \pm 5,502$	$0,21 \pm 0,046$

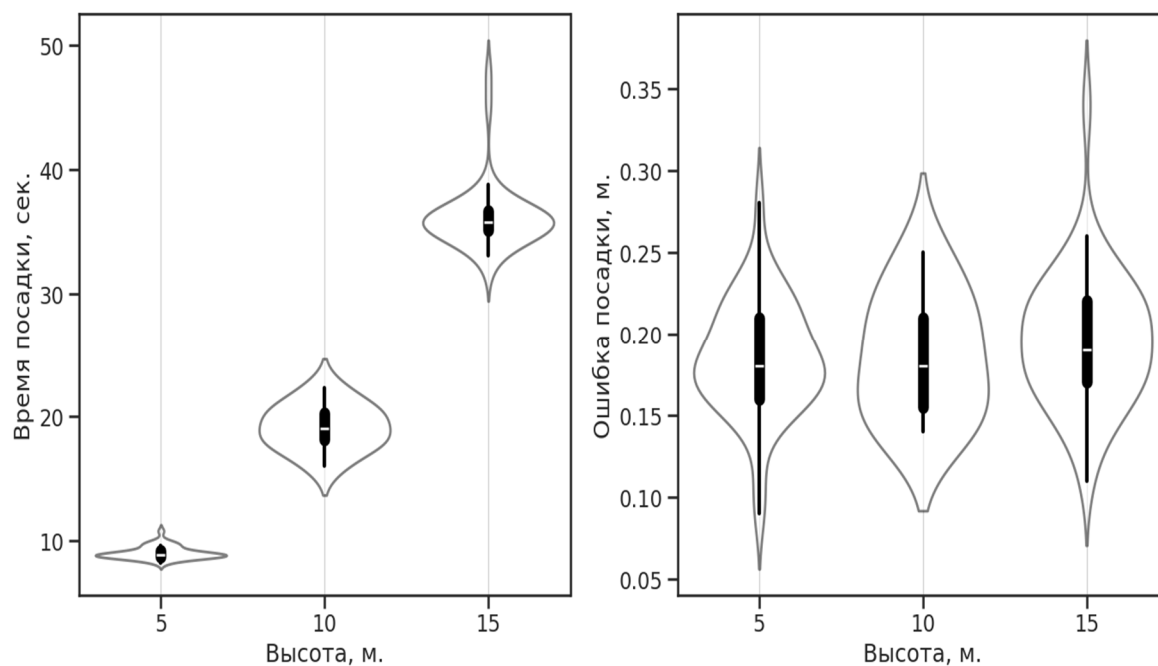


Рис. 4. Скрипичные графики зависимостей времени посадки и ошибки посадки от высоты

Fig. 4. Violin plots of the dependence of landing time and landing error on altitude

На высоте 5 метров система позиционирования демонстрирует максимальную точность и стабильность. Среднее время посадки составляет 9.04 секунды с минимальным разбросом в 0.504 секунды. Ошибка посадки также низкая – 0.18 метров с отклонением 0.035 метров. На графиках видно плотное распределение данных без выбросов, что свидетельствует о надёжности системы. Высота 5 метров позволяет системе работать максимально эффективно благодаря стабильному сигналу, минимальным пространственным и временным отклонениям. Система обеспечивает успешность посадки на уровне 100%, исключая любые потери платформы.

На высоте 10 метров система продолжает демонстрировать высокую точность, но время посадки увеличивается до 19.17 секунд с разбросом 1.78 секунды. Это связано с удвоением высоты, требующим выполнения дополнительных манёвров для посадки и более продолжительного контроля траектории. Ошибка посадки возрастает незначительно до 0.19 метров с отклонением 0.036 метров, а распределение остаётся плотным и стабильным, практически не отличаясь от высоты 5 метров. Графики показывают редкие выбросы по времени, но точность системы остаётся высокой, а успешность посадки достигает 100%. Это демонстрирует, что система позиционирования справляется с возросшей высотой, обеспечивая стабильное определение положения платформы.

На высоте 15 метров система начинает сталкиваться с ограничениями. Среднее время посадки увеличивается до 40.45 секунд с разбросом 5.502 секунды, что значительно превышает пропорциональное увеличение высоты. Графики показывают более широкое распределение времени и наличие выбросов, что свидетельствует о сложностях в управлении и задержках. Ошибка посадки увеличивается до 0.21 метров с отклонением 0.046 метров, и на графике появляются редкие выбросы, отражающие снижение точности в отдельных случаях. Это объясняется уменьшением устойчивости сигнала системы позиционирования на большой высоте, ростом погрешности и, как следствие, необходимостью более сложной коррекции траектории. Успешность системы на высоте 15 метров снижается до 92%, что указывает на случаи потери платформы из-за роста сложности управления в следствие ухудшения качества позиционирования.

Выводы

Данная работа была посвящена моделированию посадки на подвижную платформу с использованием системы позиционирования на основе инфракрасного маяка. Цель исследования заключалась в оценке эффективности системы при различных высотах и определении её практической применимости. Анализ был сосредоточен на изучении двух ключевых параметров – времени посадки и ошибки посадки, что позволило выявить влияние системы позиционирования на различных высотах.

Система позиционирования на основе инфракрасного маяка является эффективным средством для посадки на подвижную платформу при малых высотах. На высоте 5 и 10 метров посадка осуществляется быстро и стабильно. Однако с дальнейшим увеличением высоты система сталкивается с затуханием сигнала и ограниченной видимостью, что приводит к увеличению времени посадки и снижению точности. На высотах

выше 10 метров система демонстрирует увеличение времени и рост ошибок, сопровождающееся выбросами, что требует мер по стабилизации процесса.

В целом, работа показала, что система инфракрасного маяка эффективна при малых высотах, но при больших высотах требуется дополнительная коррекция и усиление сигналов для обеспечения точности и надёжности процесса посадки.

Список литературы

1. Li X., et al. Drone-aided delivery methods, challenge, and the future: A methodological review // *Drones*. 2023. Vol. 7, № 3. P. 191.
2. Gupta N., Chauhan R., Chadha S. Unmanned Aerial Vehicle (UAV) for parcel delivery // *Int. J. Eng. Res. Technol.* 2020. Vol. 13, № 10. P. 2824-2830.
3. Lebedeva V., Lebedev I. Development of an algorithm for coverage path planning for survey of the territory using UAVs // *Frontiers in Robotics and Electromechanics*. Singapore: Springer Nature Singapore, 2023. P. 315-329.
4. Ecke S. et al. UAV-based forest health monitoring: A systematic review // *Remote Sensing*. 2022. Vol. 14, № 13. P. 3205.
5. Kowshika M., et al. Unmanned Aerial Systems in Search and Rescue: A Comprehensive Review and Future Directions // *Proceedings of 2024 5th International Conference on Mobile Computing and Sustainable Informatics (ICMCSI)*. IEEE, 2024. P. 15-18.
6. Dong J., Ota K., Dong M. UAV-based real-time survivor detection system in post-disaster search and rescue operations // *IEEE Journal on Miniaturization for Air and Space Systems*. 2021. Vol. 2, № 4. P. 209-219.
7. Khyasudeen M. F., et al. The development of a GPS-based autonomous quadcopter towards precision landing on moving platform // *International Journal of Vehicle Autonomous Systems*. 2022. T. 16. №. 2-4. P. 108-126.
8. Lebedev I., Erashov A., Shabanova A. Accurate autonomous uav landing using vision-based detection of aruco-marker // *Proceedings of International Conference on Interactive Collaborative Robotics*. Cham: Springer International Publishing, 2020. P. 179-188.
9. He Y., et al. Acoustic localization system for precise drone landing // *IEEE Transactions on Mobile Computing*. 2023. Vol. 23, №. 5. P. 4126-4144.

10. Yan L., et al. A safe landing site selection method of UAVs based on LiDAR point clouds // 2020 39th Chinese Control Conference (CCC). IEEE, 2020. P. 6497-6502.
11. Vargas J., et al. An overview of autonomous vehicles sensors and their vulnerability to weather conditions // *Sensors*. 2021. Vol. 21, № 16. P. 5397.
12. Karbowiak Ł., Kubanek M., Bobulski J. Comparison the ultrasonic distance sensor with the LiDAR in different conditions // *Intelligent Human Systems Integration 2021: Proceedings of the 4th International Conference on Intelligent Human Systems Integration (IHSI 2021): Integrating People and Intelligent Systems*, February 22-24, 2021, Palermo, Italy. Springer International Publishing, 2021. P. 111-115.
13. About Gazebo // Gazebo Official Website. URL: <https://gazebo.org/about>.
14. ROS/Introduction // ROS Wiki. URL: <https://wiki.ros.org/ROS/Introduction>.
15. Mavros // ROS Wiki. URL: <https://wiki.ros.org/mavros>.
16. Husky // Husky UGV - Outdoor Field Research Robot by Clearpath. URL: <https://clearpathrobotics.com/husky-unmanned-ground-vehicle-robot/>.
17. Gazebo Vehicles// PX4 User Guide Website. URL: https://docs.px4.io/v1.12/en/simulation/gazebo_vehicles.html#quadrotor.
18. BPW34 B. Silicon PIN Photodiode // Vishay Semiconductors. URL: <https://www.vishay.com/docs/81521/bpw34.pdf>.
19. Anikin D., et al. Autonomous landing algorithm for UAV on a mobile robotic platform with a fractal marker // *Proceedings of International Conference on Interactive Collaborative Robotics*. Cham: Springer Nature Switzerland, 2023. P. 357-368.
20. Controller Diagrams // PX4 User Guide Website. URL: https://docs.px4.io/main/en/flight_stack/controller_diagrams.html.

References

1. Li X., et al. Drone-aided delivery methods, challenge, and the future: A methodological review. *Drones*. 2023; 7(3): 191.
2. Gupta N., Chauhan R., Chadha S. Unmanned Aerial Vehicle (UAV) for parcel delivery. *Int. J. Eng. Res. Technol.* 2020; 13(10): 2824-2830.
3. Lebedeva V., Lebedev I. Development of an algorithm for coverage path planning for survey of the territory using UAVs. *Frontiers in Robotics and Electromechanics*. Singapore : Springer Nature Singapore; 2023. P. 315-329.
4. Ecke S., et al. UAV-based forest health monitoring: A systematic review. *Remote Sensing*. 2022; 14(13): 3205.
5. Kowshika M., et al. Unmanned Aerial Systems in Search and Rescue: A Comprehensive Review and Future Directions. *Proceedings of 2024 5th International Conference on Mobile Computing and Sustainable Informatics (ICMCSI)*. IEEE, 2024. P. 15-18.

6. Dong J., Ota K., Dong M. UAV-based real-time survivor detection system in post-disaster search and rescue operations. *IEEE Journal on Miniaturization for Air and Space Systems*. 2021; 2(4): 209-219.
7. Khyasudeen M. F., et al. The development of a GPS-based autonomous quadcopter towards precision landing on moving platform. *International Journal of Vehicle Autonomous Systems*. 2022; 16(2-4): 108-126.
8. Lebedev I., Erashov A., Shabanova A. Accurate autonomous uav landing using vision-based detection of aruco-marker. *Proceedings of International Conference on Interactive Collaborative Robotics*. Cham : Springer International Publishing; 2020. P. 179-188.
9. He Y., et al. Acoustic localization system for precise drone landing. *IEEE Transactions on Mobile Computing*. 2023; 23(5): 4126-4144.
10. Yan L., et al. A safe landing site selection method of UAVs based on LiDAR point clouds. 2020 39th Chinese Control Conference (CCC). IEEE, 2020. P. 6497-6502.
11. Vargas J., et al. An overview of autonomous vehicles sensors and their vulnerability to weather conditions. *Sensors*. 2021; 21(16): 5397.
12. Karbowiak Ł., Kubanek M., Bobulski J. Comparison the ultrasonic distance sensor with the LiDAR in different conditions. Intelligent Human Systems Integration 2021: *Proceedings of the 4th International Conference on Intelligent Human Systems Integration (IHSI 2021): Integrating People and Intelligent Systems*, February 22-24, 2021, Palermo, Italy, Springer International Publishing; 2021. P. 111-115.
13. About Gazebo. Gazebo Official Website. Available at: <https://gazebo-sim.org/about>.
14. ROS/Introduction. ROS Wiki. Available at: <https://wiki.ros.org/ROS/Introduction>.
15. Mavros. ROS Wiki. Available at: <https://wiki.ros.org/mavros>.
16. Husky. Husky UGV - Outdoor Field Research Robot by Clearpath. Available at: <https://clearpathrobotics.com/husky-unmanned-ground-vehicle-robot/>.
17. Gazebo Vehicles. PX4 User Guide Website. Available at: [https:// docs.px4.io/v1.12/en/simulation /gazebo_vehicles.html#quadrotor](https://docs.px4.io/v1.12/en/simulation/gazebo_vehicles.html#quadrotor).
18. BPW34 B. Silicon PIN Photodiode. Vishay Semiconductors. Available at: <https://www.vishay.com/docs/81521/bpw34.pdf>.
19. Anikin D., et al. Autonomous landing algorithm for UAV on a mobile robotic platform with a fractal marker. *Proceedings of International Conference on Interactive Collaborative Robotics*. Cham : Springer Nature Switzerland; 2023. P. 357-368.
20. Controller Diagrams. PX4 User Guide Website. Available at: [https://docs.px4.io/main/ en/flight_stack/controller_diagrams.html](https://docs.px4.io/main/en/flight_stack/controller_diagrams.html).

Информация об авторах / Information about the Authors

Аникин Дмитрий Андреевич, младший научный сотрудник лаборатории автономных робототехнических систем, Санкт-Петербургский Федеральный исследовательский центр Российской академии наук (СПб ФИЦ РАН), г. Санкт-Петербург, Российская Федерация, e-mail: anikin.d@iias.spb.su, ORCID: <https://orcid.org/0009-0007-6998-5687>

Савельев Антон Игоревич, старший научный сотрудник, лаборатория автономных робототехнических систем, Санкт-Петербургский Федеральный исследовательский центр Российской академии наук (СПб ФИЦ РАН), г. Санкт-Петербург, Российская Федерация, e-mail: saveliev@iias.spb.su, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1851-2699>

Dmitry A. Anikin, Junior Researcher, Laboratory of Autonomous Robotic Systems, St. Petersburg Institute for Informatics and Automation of the Russian Academy of Sciences, St. Petersburg Federal Research Center of the Russian Academy of Sciences (SPC RAS), St. Petersburg, Russian Federation, e-mail: anikin.d@iias.spb.su, ORCID: <https://orcid.org/0009-0007-6998-5687>

Anton I. Saveliev, Senior Researcher, Laboratory of Laboratory of Autonomous Robotic Systems, St. Petersburg Federal Research Center of the Russian Academy of Sciences (SPC RAS), St. Petersburg Russian Federation, e-mail: saveliev@iias.spb.su, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1851-2699>

УДК 697.7

<https://doi.org/10.21869/2223-1560-2024-28-4-21-39>



Измерительно-полиномиальная обработка входных данных вычислительной системы

А. П. Локтионов¹ ✉

¹ Юго-Западный государственный университет
ул. 50 лет Октября, д. 94, г. Курск 305040, Российская Федерация

✉ e-mail: loara@mail.ru

Резюме

Цель исследования. Цель данного исследования – построение узлов сетки аппроксимации в измерительно-полиномиальной обработке входных данных вычислительной системы в коэффициентной обратной задаче для алгебраического многочлена, в том числе для уравнения прогибов балки при решении обратной задачи Коши.

Методы. Основными научными методами, применяемыми в рамках данного исследования, являются методы регуляризации, редукции измерений, линейной лагранжевой аппроксимации, численные методы. Поскольку при выводе явных формул в радикалах корней разрешающих уравнений оптимального плана узлов сетки аппроксимации по теореме Абеля на степень уравнений накладывается ограничение, в данной статье в решении задачи для алгебраического многочлена с предписанным коэффициентом второго младшего члена предложено использовать чебышёвский альтернанс экстремальных полиномов.

Результаты. Результатом исследования является методика оптимизации сетки аппроксимации в решении коэффициентной задачи алгебраического многочлена, которая минимизирует влияние погрешности входных данных с равномерной непрерывной нормой абсолютной погрешности на точность решения задачи путем минимизации функции Лебега. Также результатом является определение модификации многочленов Чебышёва первого рода, имеющей на замкнутом интервале $[-1, 1]$ свойства: $n-1$ нулей, n -точечный чебышёвский альтернанс, значение $(-1)^{n-1}$ в точке с координатой (-1) . Обосновано предложение о приведении чебышёвского альтернанса к оптимальной сетке аппроксимации при решении коэффициентной задачи алгебраического многочлена. Приведены примеры чебышёвского альтернанса второго – пятого порядка.

Заключение. В данной статье предложена формализация задачи минимизации влияния погрешности входных данных на точность вычисления коэффициентов алгебраического многочлена в измерительно-вычислительной системе посредством выбора узлов сетки аппроксимации через чебышёвский альтернанс.

Ключевые слова: коэффициентная обратная задача; обработка данных; обратная задача Коши; модификация многочлена Чебышёва; консольная балка.

Конфликт интересов: Автор декларирует отсутствие явных и потенциальных конфликтов интересов, связанных с публикацией настоящей статьи.

Для цитирования: Локтионов А. П. Измерительно-полиномиальная обработка входных данных вычислительной системы // Известия Юго-Западного государственного университета. 2024. Т. 28, №4. С. 21-39. <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2024-28-4-21-39>.

Поступила в редакцию 02.10.2024

Подписана в печать 30.10.2024

Опубликована 10.12.2024

Measuring-polynomial processing of input data of a computer system

Askold P. Loktionov ¹ ✉

¹ Southwest State University
50 Let Oktyabrya str. 94, Kursk 305040, Russian Federation

✉ e-mail: loapa@mail.ru

Abstract

Purpose of research. The purpose of this study is to construct approximation grid nodes in the measurement-polynomial processing of input data of a computer system in the coefficient inverse problem for an algebraic polynomial, including for the equation of beam deflections when solving the inverse Cauchy problem.

Methods. The main scientific methods used in this study are methods of regularization, measurement reduction, linear Lagrangian approximation, and numerical methods. Since when deriving explicit formulas in the radicals of the roots of the resolving equations for the optimal design of the approximation grid nodes according to Abel's theorem, a limitation is imposed on the degree of the equations, in this article, in solving the problem for an algebraic polynomial with a prescribed coefficient of the second lowest term, it is proposed to use the Chebyshev alternance of extremal polynomials.

Results. The result of the study is a technique for optimizing the approximation grid, minimizing the influence of the input data error with a uniform continuous norm of absolute errors on the accuracy of solving the problem by minimizing the Lebesgue function. The proposal to apply a modification of Chebyshev polynomials to the optimal approximation grid is substantiated.

Conclusion. This article proposes a formalization of the problem of minimizing the influence of the input data error on the accuracy of calculating the coefficients of an algebraic polynomial in a measurement and computing system by selecting the nodes of the approximation grid through the Chebyshev alternance.

Keywords: coefficient inverse problem; data processing; inverse Cauchy problem; modification of Chebyshev polynomial; cantilever beam.

Conflict of interest. The authors declare the absence of obvious and potential conflicts of interest related to the publication of this article.

For citation: Loktionov A. P. Measuring-polynomial processing of input data of a computer system. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta = Proceedings of the Southwest State University*. 2024; 28(4): 21-39 (In Russ.). <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2024-28-4-21-39>.

Received 02.10.2024

Accepted 30.10.2024

Published 10.12.2024

Введение

Коэффициентная обратная задача для алгебраических многочленов относится к

обратным задачам математической физики, механики [1; 2; 3; 4; 5]. Ограниченность массива измерений определяет дискрет-

ную форму обратной задачи, в качестве параметра регуляризации может быть использована характеристика распределения узлов сетки аппроксимации [6; 7]. Малая погрешность зашумленных входных данных – значений исследуемого многочлена, получаемых экспериментально или расчетом на ЭВМ, может вызвать большое возмущение решения [8; 9]. Здесь эффективен интервальный анализ и его специфичные методы, которые имеют большую ценность в задачах, где неопределенности и неоднозначности возникают с самого начала, будучи неотъемлемой частью постановки задачи [10; 11].

При обработке входных данных чаще всего ищут наилучшее приближение в нормах C или L_2 . Приближение в норме L_2 сглаживает неточности входных данных. Эффективность среднеквадратичного приближения снижается при малой величине массива экспериментальных входных данных. Если распределение погрешности (шумов) отличается от нормального распределения, то среднее квадратичное приближение теряет свое вероятностное обоснование [9; 12]. Выбор метрики, как правило, определяется характером эксперимента.

В исследованиях показателей качества обработки входных данных и алгоритмов решения обратных задач предлагается использовать функции и константы Лебега [4; 5; 6; 7; 12; 13; 14].

Выбор оптимальных узлов сетки аппроксимации впервые исследовал С. Н. Бернштейн в 1952 году [15], фор-

мирование отдельных направлений проблемы С. Н. Бернштейна является новым этапом в развитии обратных задач. Узлами сетки аппроксимации могут быть нули многочлена Чебышёва первого рода [8; 16]. Исследовалось добавление к этим узлам крайних точек заданного интервала [8; 17]. Также исследовалась связь сетки аппроксимации с чебышёвским альтернансом [18; 19], в том числе направление, основанное Е. И. Золотаревым [20], по решению коэффициентных обратных задач для алгебраических многочленов с частично заданными коэффициентами. Последнее направление интенсивно развивается, например, в работах [21; 22; 23; 24; 25; 26; 27; 28].

Коэффициенты алгебраических многочленов образуют конечные последовательности, которые могут быть связаны с элементами строк матриц Риордана [29]. Исследование производящих функций матриц Риордана в семействе ортогональных многочленов в работе [30] расширило область применения полиномов Чебышёва и их модификаций [31; 32; 33; 34].

Цель данной статьи – разработка методики построения сетки аппроксимации через чебышёвский альтернанс модификаций экстремальных многочленов Чебышёва в измерительно-полиномиальной обработке входных данных вычислительной системы в коэффициентной обратной задаче для алгебраических многочленов с предписанным коэффициентом второго младшего члена, в том числе в обратной задаче Коши.

Материалы и методы

Модель с линейной лагранжевой аппроксимацией коэффициентной обратной задачи для алгебраического многочлена.

Пусть n – некоторое натуральное число. В продолжение работ [28; 34] рассмотрим восстановление коэффициентов алгебраического многочлена степени $n \geq 2$

$$P_n(a, x) = \sum_{r=0}^n a_{n,r} x^{n-r}, \quad a_{n,0} \neq 0. \quad (1)$$

В частности, рассмотрим обратную задачу Коши для поперечного изгиба консольной балки постоянного сечения с вычислением коэффициентов d_r уравнения прогибов балки

$$v(d, x) = \sum_{r=0}^n \frac{d_r}{r!} x^r, \quad d_n \neq 0 \quad (2)$$

– алгебраического многочлена, сходного с многочленом (1) [28].

Входные данные $P^*(a, x_i), i \in (1, \dots, n)$ многочлена (1) на интервале $[0, l]$ заданы на сетке аппроксимации

$$0 \leq x_1 < x_2 < \dots < x_{n-1} < x_n \leq l. \quad (3)$$

В исследуемой задаче вычисляются коэффициенты $a_{n,r}^*$ алгебраического многочлена

$$P_n^*(a, x) = a_{n,n-1} x + \sum_{\substack{r=0 \\ r \neq n-1}}^n a_{n,r}^* x^{n-r}, \quad (4)$$

приближенного к многочлену (1) с заданным (предписанным) коэффициентом $a_{n,n-1}$ второго младшего члена.

Математическая модель коэффициентной обратной задачи – уравнения (1), (4), сетка аппроксимации (3) и уравнения:

$$a_{n,r}^* = \sum_{i=1}^n l_{n,r,i} [P_n^*(a, x_i) - a_{n,n-1} x_i], \quad (5)$$

$$r \in (0, 2, \dots, n)$$

$$\sum_{i=1}^n l_{n,r,i} x_i^j = \begin{cases} 0 & \text{при } j \neq n-r \\ 1 & \text{при } j = n-r \end{cases}, \quad (6)$$

$$j = 0 : n-2, n, \quad r \in (0, 2, \dots, n)$$

$$R[P_n(a, x_i)] = P_n^*(a, x_i) - P_n(a, x_i), \quad (7)$$

$$\| \Delta P_n(a, x_i) \| = \Delta_{\max} [P_n(a, x_i)] \geq \Delta P_n(a, x_i) = |R[P_n(a, x_i)]|, \quad (8)$$

$$\Delta a_{n,r} = \sum_{i=1}^n l_{n,r,i} \Delta P_n(a, x_i), \quad (9)$$

$$\Delta_{\max} [a_{n,r}] \leq \alpha_{n,r}(X) \cdot \sup \Delta_{\max} [P(a, x_i)], \quad (10)$$

$$L_{n,r}(X) = \sum_{i=1}^n |l_{n,r,i}|, \quad (11)$$

$$X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$$

$$\Lambda_{n,r,s} = \min \sum_{i=1}^n |l_{n,r,i}|, \quad (12)$$

$$\alpha_{n,r}(X) = L_{n,r}(X) \rightarrow \min. \quad (13)$$

Значения коэффициентов $a_{n,r}^* \approx a_{n,r}$

вычисляются приближением с использованием линейной лагранжевой аппроксимации (5) в методе неопределенных коэффициентов. Формулы множителей Лагранжа $l_{n,r,i}$ получаются решением системы уравнений (6).

Входные данные $P^*(a, x_i)$ характеризуем погрешностью (7) с учетом апостериорно-интервального анализа [10; 11].

В задаче приближения при небольшом массиве входных данных и равномерной непрерывной норме абсолютной погрешности (8) суммарная абсолютная погрешность по всем узлам сетки вычисляется по формуле (9).

Для оценки погрешности коэффициентов $a_{n,r}$ и эффективности решения задачи используем абсолютное число обусловленности задачи $\alpha_{n,r}(X)$ в неравенстве (10). $\Delta_{\max}[a_{n,r}(X)]$ – верхняя граница абсолютной погрешности решения. $\Delta_{\max}[P_n(a, x_i)]$ – верхняя граница абсолютной погрешности многочлена (1) в узлах сетки аппроксимации (3). В соответствии с формулами (5), ..., (10) абсолютное число обусловленности задачи $\alpha_{n,r}(X)$ равно значению функции Лебега (сетки) (11).

Для минимизации влияния погрешности входных данных на качество приближения используем специально сконструированную редукцией измерений структуру сетки (3). Для этого вводим целевой параметр – константу Лебега второго рода $\Lambda_{n,r,s}^{-1}$ (12). Считая абсолютное число обусловленности задачи $\alpha_{n,r}(X)$ целевой функцией, решаем задачу минимизации числа обусловленности, получения целевого параметра (12) по условию (13).

Специально сконструированные узлы сетки (3) получаются решением задачи (13). Задача может быть реализована прямым аналитическим методом разыскания частных производных функции Лебега (11) по переменным x_i на точечном множестве X с учетом формул множителей Лагранжа $l_{n,r,i}$ с последующим получением безусловного экстремума (минимума) и оптимального плана узлов сетки аппроксимации.

Формула (12) реализуется дифференцированием функции (11). С увеличением значений n и r теорема Абеля накладывает ограничение на степень уравнения. Следует исследовать альтернанс модификации полинома Чебышёва первого рода.

Пусть n – некоторое натуральное число. Для конечной последовательности $z_0, z_1, \dots, z_n$ рассмотрим производящую функцию – алгебраический многочлен степени $n \geq 2$:

$$L_n(z, u) = \sum_{r=0}^n z_r u^r. \quad (14)$$

Поставим задачу реализовать свойства многочлена (14) на замкнутом интервале $[-1, 1]$ (а) наименьшее отклонение от нуля, наличие $n-1$ нулей, (б) значение $(-1)^{n-1}$ в точке с координатой (-1) , (в) функциональная связь с многочленом Чебышёва первого рода, который на замкнутом интервале $[-1, 1]$ допускает представление

$$T_n(\zeta) = \cos(n \arccos \zeta), \quad (15)$$

(г) чебышёвский альтернанс, (д) функциональная связь точек альтернанса с оптимальным планом координат узлов сетки аппроксимации (3).

Результаты и их обсуждение

Линейная лагранжева аппроксимация

Результаты вывода формул множителей Лагранжа $l_{n,r,i}$ при $n \in (2, 3, 4)$, $r \in (2, 3, 4)$ в уравнении (9) показаны в табл. 1. Видно, что при $n \geq 3$ в формулы входят многочлены пятой и более степени.

¹ s – первая буква слова second

Таблица 1. Формулы множителей Лагранжа $l_{n,r,i}$ Table 1. Formulas of Lagrange multipliers $l_{n,r,i}$

n	r	i	Множители Лагранжа $l_{n,r,i}$ / Lagrange multipliers $l_{n,r,i}$	Вспомогательные переменные / Auxiliary variables
2	2	1	$1/(x_1^2 - x_2^2)$	
		2	$1/(x_2^2 - x_1^2)$	
3	2	1	$(x_2^3 - x_3^3)/\gamma_1$	
		2	$(x_3^3 - x_1^3)/\gamma_1$	
		3	$(x_1^3 - x_2^3)/\gamma_1$	
	3	1	$(x_3^2 - x_2^2)/\gamma_1$	
		2	$(x_1^2 - x_3^2)/\gamma_1$	
		3	$(x_2^2 - x_1^2)/\gamma_1$	
4	2	1	$(x_3^2 - x_4^2)\gamma_2/\gamma_3$	
		2	$(x_4^3 - x_3^3 - l_{4,2,1}\gamma_4)/\gamma_5$	
		3	$\frac{1 - (x_1^2 - x_4^2)l_{4,2,1} - (x_2^2 - x_4^2)l_{4,2,2}}{x_3^2 - x_4^2}$	
		4	$-l_{4,2,1} - l_{4,2,2} - l_{4,2,3}$	
	3	1	$(x_3^2 - x_4^2)\gamma_6/\gamma_3$	
		2	$(x_4^2 - x_3^2)\gamma_7/\gamma_3$	
		3	$(x_4^2 - x_3^2)\gamma_8/\gamma_3$	
		4	$-l_{4,3,1} - l_{4,3,2} - l_{4,3,3}$	
	4	1	$(x_4^2 - x_3^2)\gamma_5/\gamma_3$	
		2	$(x_4^2 - x_3^2)\gamma_4/\gamma_3$	
		3	$\frac{(x_1^2 - x_4^2)l_{4,4,1} + (x_2^2 - x_4^2)l_{4,4,2}}{x_4^2 - x_3^2}$	
		4	$-l_{4,4,1} - l_{4,4,2} - l_{4,4,3}$	

$\gamma_1 = (x_1 - x_2)(x_1 - x_3)(x_3 - x_2) \times$
 $\times (x_1x_2 + x_1x_3 + x_3x_2),$
 $\gamma_2 = (x_3^4 - x_4^4)(x_2^3 - x_4^3) - (x_3^3 - x_4^3)(x_2^4 - x_4^4),$
 $\gamma_3 = \gamma_4\gamma_6 - \gamma_5\gamma_7,$
 $\gamma_4 = (x_1^3 - x_4^3)(x_3^2 - x_4^2) - (x_1^2 - x_4^2)(x_3^3 - x_4^3),$
 $\gamma_5 = (x_2^3 - x_4^3)(x_3^2 - x_4^2) - (x_2^2 - x_4^2)(x_3^3 - x_4^3),$
 $\gamma_6 = (x_2^4 - x_4^4)(x_3^2 - x_4^2) - (x_2^2 - x_4^2)(x_3^4 - x_4^4),$
 $\gamma_7 = (x_1^4 - x_4^4)(x_3^2 - x_4^2) - (x_3^4 - x_4^4)(x_1^2 - x_4^2),$
 $\gamma_8 = (x_1^2 - x_4^2)(x_2^4 - x_4^4) - (x_2^2 - x_4^2)(x_1^4 - x_4^4)$

Результаты вывода формул функции Лебега при $n \in (2, 3)$ представлены в табл. 2. С увеличением степени n многочлена (1) функция Лебега усложняется.

Числитель функции Лебега при $n \geq 5$ – функция степени более 8. Знаменатель функции Лебега при $n \geq 5$ – функция степени более 10.

Результаты решения задачи (13) для безразмерных координат $x_{i,d} = x_i/l$ ¹ при $n = 2, 3$ получены в виде рациональных

выражений ($x_{1,d} = 0, x_{n,d} = 1$), а при $n = 4$ в радикалах (табл. 3). Эти результаты совпадают с оптимальными сетками аппроксимации для алгебраического многочлена (2) [28]. На стадии исследования линейной лагранжевой аппроксимации в соответствии с теоремой Абеля координаты $x_{5,i,d}$ получены численным методом, а формулы в табл. 2 получены далее (по теореме 2).

Таблица 2. Формулы функций Лебега

Table 2. Lebesgue function formulas

n	r	Функции Лебега / Lebesgue function
2	2	$2/(x_2^2 - x_1^2)$
3	2	$2 \frac{x_1^3 + x_1 x_3 + x_3^2}{(x_2 - x_1)(x_3 - x_2)(x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_3 x_2)}$
	3	$2 \frac{x_1 + x_3}{(x_2 - x_1)(x_3 - x_2)(x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_3 x_2)}$

Таблица 3. Оптимальные координаты узлов сетки аппроксимации

Table 3. Optimal coordinates of approximation grid nodes

n	3	4		5		
i	2	2	3	1	2	3
Формулы координат в радикалах / Formulas for coordinates in radicals	$\frac{2}{3}$	$-1 + \sqrt{2}$	$-2 + 2\sqrt{2}$	$\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{5}}{10}$	$-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}$	$\frac{2\sqrt{5}}{5}$
Численные значения координат / Numerical values of coordinates	0,6667	0,4142	0,8284	0,2764	0,6180	0,8944

¹ d – первая буква слова dimensionless

Отклонение координат узлов сетки аппроксимации от оптимальных значений увеличивает безразмерное абсолютное число обусловленности $A_{n,r} = l^r \alpha_{n,r}(X)$ (рис. 1). У многочлена (1) при $n = 4, r = 2$ отклонение координаты x_i до половины

текущего шага сетки аппроксимации вдвое увеличивает погрешность определения коэффициента $a_{4,2}$ и соответственно уменьшает эффективность решения исследуемой коэффициентной обратной задачи.

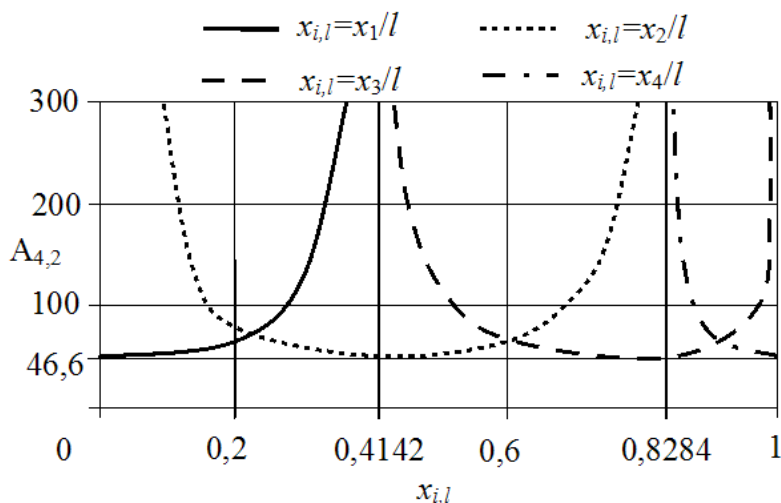


Рис. 1. Варианты графиков функций абсолютного числа обусловленности $A_{4,2}$

Fig. 1. Variants of graphs of absolute condition number functions $A_{4,2}$

В качестве альтернативы дифференцированию функции Лебега далее рассмотрим результаты использования экстремальных свойств многочленов с Чебышёвским альтернансом, в частности модифицирования многочлена Чебышёва первого рода в многочлен на замкнутом интервале $[-1, 1]$ наименее уклоняющийся от нуля, имеющий $n-1$ нулей и равный $(-1)^{n-1}$ в точке с координатой (-1) .

Многочлены на отрезке $[-1, 1]$ наименее уклоняющиеся от нуля, имеющие $n-1$ нулей и равные $(-1)^{n-1}$ в точке с координатой (-1) .

Пусть n – некоторое натуральное число. Для конечной последовательности $z_0, z_1, \dots, z_n$ рассматриваем произво-

дующую функцию - алгебраический многочлен (14) степени $n \geq 2$, наименее уклоняющийся от нуля на замкнутом интервале $[-1, 1]$, имеющий $n-1$ нулей и равный $(-1)^{n-1}$ в точке с координатой (-1) , допускающий на замкнутом интервале $[-1, 1]$ представление сложной функцией

$$L_n(z, u) = \cos(n \arccos \tau_n(u)) \quad (16)$$

от вспомогательной переменной τ_n , которая связана с аргументом u неоднородной линейной функцией

$$\tau_n = u \cos^2 \frac{\pi}{2n} + \sin^2 \frac{\pi}{2n}. \quad (17)$$

Очевидно, многочлен (14) – модификация многочлена Чебышёва (15), если в многочлен Чебышёва ввести особенность (17) представления сложной функцией $T_n[\tau(u)]$. Отметим, что

многочлен Чебышёва (15) на замкнутом интервале $[-1, 1]$ имеет n корней и $n + 1$ точек чебышёвского альтернанса, в которых $\max|T_n(z_m)| = 1$. Следующая теорема дает исчерпывающий ответ о форме и свойствах многочлена $L_n(z, u)$.

Теорема 1. Имеют место следующие свойства многочлена $L_n(z, u)$: многочлен $L_n(z, u)$ на замкнутом интервале $[-1, 1]$ имеет $n-1$ действительных корней

$$u_{n,k,i} = -\frac{\sin^2(\pi/2n) + \cos[(2i+1)\pi/2n]}{\cos^2(\pi/2n)}, \quad (18)$$

$$i \in (1, \dots, n-1)$$

на замкнутом интервале $[-1, 1]$ справедливо равенство $\max|L_n(z, u)| = 1$, максимум достигается в n точках

$$u_{n,m,i} = 1 - \frac{1 + \cos(i\pi/n)}{\cos^2(\pi/2n)}, \quad i \in (1, \dots, n), \quad (19)$$

в точках (19) чебышёвского альтернанса многочлен $L_n(z, u)$ принимает чередующиеся значения $(-1)^{n-i}$;

старший коэффициент многочлена $L_n(z, u)$ равен $2^{n-1} \left(\cos \pi/2n \right)^{2n}$.

Доказательство. 1. Для доказательства корней (18) достаточно воспользоваться функциями (16) и (17), решить уравнение

$$\cos \left(n \arccos \left(u \cos^2 \frac{\pi}{2n} + 1 - \cos^2 \frac{\pi}{2n} \right) \right) = 0.$$

Вычисленные по формуле (18) $n - 1$ корней расположены на интервале $[-1, 1]$ по возрастанию их значений, соответственно, по возрастанию значения i . Еще один корень расположен вне интервала $[-1, 1]$. Добавление $i = 0$ в формулу (18) дает искомый корень

$$u_{n,k,0} = -\operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{2n} - \sec^2 \frac{\pi}{2n},$$

расположенный на неограниченном открытом интервале $(-\infty, -1)$.

2. Справедливость второго утверждения следует из выражения для точек максимума и минимума многочлена (9) и из формулы (10) связи многочлена (16) с многочленом Чебышёва (15). Для доказательства формулы (19) достаточно решить уравнение

$$\frac{d}{du} \cos \left(n \arccos \left(u \cos^2 \frac{\pi}{2n} + 1 - \cos^2 \frac{\pi}{2n} \right) \right) = 0.$$

На замкнутом интервале $[-1, 1]$ $L_n(z, u) = \cos(n\varphi)$ при $\tau_n(u) = \cos\varphi$. Следовательно, $|L_n(z, u)| \leq 1$ при $\tau_n \leq 1$, что доказывает утверждение $\max|L_n(z, u)| = 1$.

Отметим, что $L_n(z, u_{n,m,n}) = 1$. Точка $u_{n,m,n}$ находится на неограниченном открытом интервале $(u_{n,m,n-1}, +\infty)$, где значение многочлена $L_n(z, u)$ монотонно возрастает и стремится к $+\infty$ при $u \rightarrow +\infty$ (рис. 3).

Вычисленные по формуле (19) n точек чебышёвского альтернанса расположены на интервале $[-1, 1]$. Очевидно, что еще одна точка, в которой $\max|T_n(z_m)| = 1$ должна быть на неограниченном открытом интервале $(-\infty, u_{n,k,0})$. Добавление $i = 0$ в формулу (19) дает искомую точку

$$u_{n,m,0} = -\operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{2n} - \sec^2 \frac{\pi}{2n}.$$

Итак, функция (17) переносит альтернансность многочлена Чебышёва $T_n(\tau)$ многочлену $L_n(z, u)$.

Из альтернансности многочлена $L_n(z, u)$ следует последовательность $L_n(z, u_{n,m,n}) = 1$, $L_n(z, u_{n,m,n-1}) = -1$, $L_n(z, u_{n,m,n-2}) = 1$ и т.д., совпадающая с последовательностью $(-1)^{n-i}$.

3. Как известно, у многочлена (15) старший коэффициент равен 2^{n-1} [21, с. 125]. Многочлен (15) может быть представлен в виде:

$$T_n(\tau) = 2^{n-1} \prod_{i=1}^n (\tau - \tau_{n,k,i}).$$

Подстановка в последнюю формулу функции (17) для узлов $u_{n,k,i-1}$, соответствующих узлам $\tau_{n,k,i}$, дает представление многочлена $L_n(z, u)$ с n линейными сомножителями $\left[\left(\cos \frac{\pi}{2n} \right)^2 (u - u_{n,k,i-1}) \right]$, а именно в виде

$$L_n(z, u) = z_n \prod_{i=0}^{n-1} (u - u_{n,k,i}),$$

где старший коэффициент z_n равен $2^{n-1} \left(\cos \frac{\pi}{2n} \right)^{2n}$.

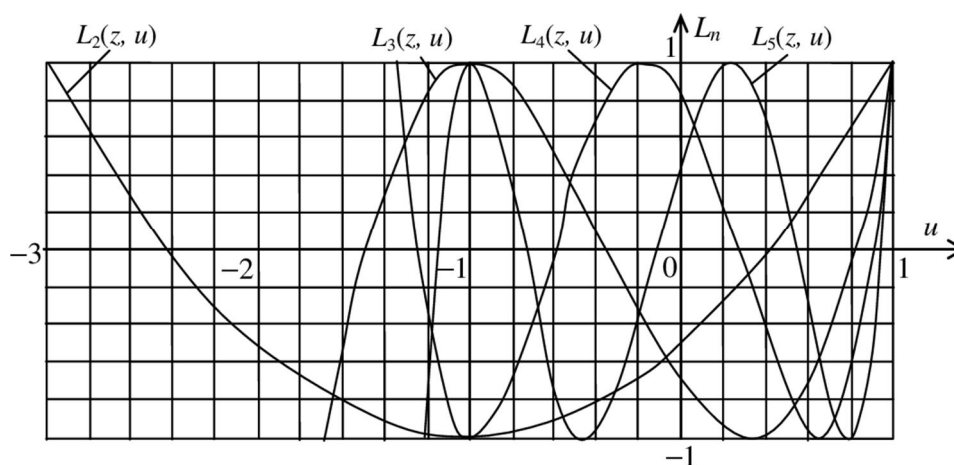


Рис. 2. Многочлены $L_n(z, u)$ для $n \in (1, \dots, 5)$

Fig. 2. Polynomials $L_n(z, u)$ for $n \in (1, \dots, 5)$

Вид многочленов $L_n(z, u)$ и их особые точки в зависимости от степени n представлены на частных примерах:

$$n = 2: L_2(u) = \frac{1}{2}u^2 + u - \frac{1}{2},$$

$$u_{2,k,0} = -1 - \sqrt{2}, u_{2,k,1} = -1 + \sqrt{2},$$

$$u_{2,m,0} = -3, u_{2,m,1} = -1, u_{2,m,2} = 1;$$

$$n = 3: L_3(u) = \frac{27}{16}u^3 + \frac{27}{16}u^2 - \frac{27}{16}u - \frac{11}{16},$$

$$u_{3,k,0} = -\frac{1+2\sqrt{3}}{3} \approx -1,488, u_{3,k,1} = -\frac{1}{3},$$

$$u_{3,k,2} = \frac{-1+2\sqrt{3}}{3} \approx 0,8214, u_{3,m,0} = -\frac{5}{3},$$

$$u_{3,m,1} = -1, u_{3,m,2} = \frac{1}{3}, u_{3,m,3} = 1;$$

$$n = 4: u_{4,k,0} = 1 - (2 - \sqrt{2}) \left(2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}} \right) \approx -1,2540,$$

$$u_{4,k,1} = 1 - (2 - \sqrt{2}) \left(2 + \sqrt{2 - \sqrt{2}} \right) \approx -0,6200,$$

$$u_{4,k,2} = 1 - (2 - \sqrt{2}) \left(2 - \sqrt{2 - \sqrt{2}} \right) \approx 0,2768,$$

$$u_{4,k,3} = 1 - (2 - \sqrt{2}) \left(2 - \sqrt{2 + \sqrt{2}} \right) \approx 0,9108,$$

$$u_{4,m,0} = -7 + 4\sqrt{2} \approx -1,343, u_{4,m,1} = -1,$$

$$u_{4,m,2} = -3 + 2\sqrt{2} \approx -0,1716,$$

$$u_{4,m,3} = -5 + 4\sqrt{2} \approx 0,6569, u_{4,m,4} = 1;$$

$$n = 5: u_{5,k,0} = 1 - \frac{1}{10}(5 - \sqrt{5}) \times$$

$$\times \left(4 + \sqrt{2(5 + \sqrt{5})} \right) \approx -1,157,$$

$$u_{5,k,1} = 1 - \frac{1}{10}(5 - \sqrt{5}) \times$$

$$\times \left(4 + \sqrt{2(5 - \sqrt{5})} \right) \approx -0,7554,$$

$$u_{5,k,2} = -1 + \frac{2}{5}\sqrt{5} \approx 0,1056,$$

$$u_{5,k,3} = 1 - \frac{1}{10}(5 - \sqrt{5}) \times$$

$$\times \left(4 - \sqrt{2(5 - \sqrt{5})} \right) \approx 0,5443,$$

$$u_{5,k,4} = 1 - \frac{1}{10}(5 - \sqrt{5}) \times$$

$$\times \left(4 - \sqrt{2(5 + \sqrt{5})} \right) \approx 0,9459,$$

$$u_{5,m,0} = -3 + \frac{4}{5}\sqrt{5} \approx -1,211, u_{5,m,1} = -1,$$

$$u_{5,m,2} = -\frac{\sqrt{5}}{5} \approx -0,4472,$$

$$u_{5,m,3} = -2 + \sqrt{5} \approx -0,2361,$$

$$u_{5,m,4} = -1 + \frac{4}{5}\sqrt{5} \approx 0,7889, u_{5,m,5} = 1.$$

Выражения многочленов $L_n(z, u)$, их корней и точек экстремума иррациональны. С ростом n усложняется получение соответствующих все более громоздких формул в радикалах, в частности коэффициентов многочленов $L_n(z, u)$ по формулам Виета.

В контексте теоремы 1 обсудим геометрическую интерпретацию преобразования многочлена $T_n(t)$ в многочлен $L_n(z, u)$. Пример, иллюстрирующий та-

кое преобразование, показан на рис. 3. Видно, что геометрическая интерпретация уравнения (10), преобразование координат корней и точек экстремума многочлена $T_n(t)$ в соответствующие координаты многочлена $L_n(z, u)$ основано на введении угла

$$\rho_n = \arccos \left[\left(\cos \frac{\pi}{2n} \right)^2 \right].$$

На примере многочленов второй степени показана связь корней (в виде кружочков) и точек экстремума (в виде ромбиков) многочлена $T_2(\tau)$, построенных способом [8, с. 152], с корнями (18) и точками экстремума (19) многочлена $L_2(z, u)$.

Далее применим эти результаты к решению коэффициентной задачи для многочленов (1) и (2).

Чебышёвская интерполяция
в коэффициентной обратной задаче

Подытожим полученные результаты модификации полинома Чебышёва первого рода.

Теорема 2. Если в коэффициентной обратной задаче известна степень n исследуемого алгебраического многочлена (1) с предписанным коэффициентом $a_{n,n-1}$ второго младшего члена, то при норме погрешности входных данных (8) для минимизации влияния погрешности входных данных на точность вычисления коэффициентов многочлена сетка аппроксимации допускает представление (3), в котором координаты узлов удовлетворяют равенствам

$$x_{n,i} = \left(1 - \frac{1 + \cos \frac{\pi i}{n}}{1 + \cos \frac{\pi}{n}} \right) l, i = 1 : n. \quad (20)$$

нагрузка на свободном конце балки, постоянная распределенная нагрузка (при $n = 4$); изгибающий момент и сосредоточенная нагрузка на свободном конце балки, постоянная и линейно изменяющаяся возрастающая распределенная нагрузка (при $n = 4$) – это более сложное сочетание нагрузок, чем в исследованиях [31; 32; 33; 34].

Выводы

Данное исследование посвящено вопросам измерительно-полиномиальной обработки входных данных вычислительной системы в коэффициентной обратной задаче для алгебраических многочленов с предписанным коэффициентом второго младшего члена, в том числе в обратной задаче Коши.

Ввиду труднопреодолимого усложнения вывода формул оптимального плана координат узлов сетки аппроксимации лагранжевой аппроксимацией исследуемого многочлена с увеличением степени многочлена предложена модель, включающая модификацию многочленов Чебышёва первого рода.

Решение поставленной задачи возможно на основе выявленной функциональной связи оптимального плана координат узлов сетки аппроксимации с чебышёвским альтернансом предложенной модификации многочленов Чебышёва.

Эффективность предложенной модификации многочленов Чебышёва подтверждена совпадением решений одних и тех же задач, полученных с лагранжевой аппроксимацией и с модификацией многочленов Чебышёва.

Список литературы

1. Samarskii A. A., Vabishchevich P. N. Numerical Methods for Solving Inverse Problems of Mathematical Physics. Inverse and Ill-Posed Problems Series 52. De Gruyter; Berlin, New York, 2008. 438 p. <https://doi.org/10.1515/9783110205794>.
2. Ватульян А. О., Плотников Д. К. Обратные коэффициентные задачи в механике // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2019; 3: 37-47. DOI: 10.15593/perm.mech/2019.3.04.
3. Перельмутер А. В. Обратные задачи строительной механики // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2020; 22(4): 83-101. <https://doi.org/10.31675/1607-1859-2020-22-4-83-101>.
4. Локтионов А. П. Информационно-измерительная система мониторинга балок в строительных конструкциях // Известия Юго-Западного государственного университета. 2021; 25(4): 29-51. <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2021-25-4-29-51>.
5. Кабанихин С.И. Обратные задачи и искусственный интеллект // Успехи кибернетики. 2021; 2(3): 33-43. DOI: 10.51790/2712-9942-2021-2-3-5.
6. Кудрявцев К.Я. Алгоритм построения полинома наилучшего равномерного приближения по экспериментальным данным // Вестник национального исследова-

тельского ядерного университета МИФИ. 2019; 8(5): 480-486. DOI: 10.1134/S2304487X1905002X.

7. Meshchikhin I.A., Gavryushin S.S. The envelope method in the problem of choosing a rational composition of measuring instruments // *Measurement Techniques*. 2021; 64: 151-155. <https://doi.org/10.1007/s11018-021-01910-8>.

8. Cheney E.W., Kincaid D.R. *Numerical Mathematics and Computing*. Thomson Brooks/Cole; Belmont, California, USA, 2013. 765 p. URL: <https://hlevkin.com/hlevkin/60numalgs/Pascal/Numerical%20Mathematics%20and%20Computing.pdf>

9. Горелик В. А., Золотова Т. В. Полный метод чебышёвской интерполяции в задаче построения линейной регрессии // *Чебышёвский сборник*. 2022; 23(4): 52-63. <https://doi.org/10.22405/2226-8383-2022-23-4-52-63>.

10. Moore R., Kearfott R., Cloud M. *Introduction to Interval Analysis*. Society for Industrial and Applied Mathematics; Philadelphia, USA, 2009. 234 p.

11. Шарый С. П. Конечномерный интервальный анализ. Новосибирск: Издательство «XYZ», 2024. 662 с. URL: <http://www.nsc.ru/interval/Library/InteBooks/SharyBook.pdf>

12. Boykov I.V., Krivulin N.P. An Approximate Method for Recovering Input Signals of Measurement Transducers // *Measurement Techniques*. 2022; 64: 943-948. <https://doi.org/10.1007/s11018-022-02026-3>.

13. Smirnova A., Bakushinsky A. On iteratively regularized predictor-corrector algorithm for parameter identification // *Inverse Problems*. 2020; 36(12), id.125015: 30 pp. <https://doi.org/10.1088/1361-6420/abc530>.

14. Ibrahimoglu B.A. Lebesgue functions and Lebesgue constants in polynomial interpolation // *Journal of Inequalities and Applications*. 2016; 2016(93): 1-15. <https://doi.org/10.1186/s13660-016-1030-3>.

15. Бернштейн С.Н. Об ограничениях значений многочлена $P_n(x)$ стисни n на всем отрезке по его значениям в $n+1$ точках отрезка // *Собр.соч. 2. Конструктивная теория функций*. М.: Изд-во АН СССР, 1954. С.107126. URL: <https://djvu.online/file/ScPjfDhUujCGo>

16. Вержбицкий В.М. Основы численных методов. М.: Берлин: Директ-Медиа, 2021. 850 с. URL: <https://archive.org/details/48915verzhbickiyvmosnovychislenny-hmetodov/page/n1/mode/2up>

17. Калиткин Н.Н., Колганов С.А. Построение аппроксимаций, удовлетворяющих чебышевскому альтернансу // *Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша*. 2020; 91: 33. <https://doi.org/10.20948/prepr-2020-91>.

18. Loktionov A. P. Regularization of the lattice time function of the signal in the communication channel // *Telecommunications and Radio Engineering*. 2013; 72(2): 161-171. <https://doi.org/10.1615/TelecomRadEng.v72.i2.70>.

19. Локтионов А. П. Чебышёвский альтернанс при аппроксимации начальных условий обратной задачи Коши // Известия Юго-Западного государственного университета. 2021; 25(3): 86-102. <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2021-25-3-86-102>.
20. Золотарев Е.И. Приложение эллиптических функций к вопросам о функциях, наименее и наиболее отклоняющихся от нуля // Золотарев Е.И. Собр.соч. Вып. 2. Л.: Изд-во АН СССР, 1932. С. 1-59. <https://doi.org/10.21638/11701/spbu01.2020.101>.
21. Прасолов В.В. Многочлены. М: МЦНМО, 2003. 336 с. URL: <https://klex.ru/uzw>
22. Агафонова И. В., Малоземов В. Н. Экстремальные полиномы, связанные с полиномами Золотарёва // Доклады Академии наук. 2016; 5(467): 255–256. DOI: 10.7868/S0869565216090036.
23. Малоземов В.Н., Тамасян Г.Ш. Этюд на тему полиномиальной фильтровой задачи ($n = 3$) // Малозёмов В.Н. Избранные лекции по экстремальным задачам. Часть вторая. СПб.: Изд-во ВВМ, 2017. С. 305-315. URL: <http://www.apmath.spbu.ru/cnsa/rep15.shtml#0312>.
24. Малоземов В.Н. Что даёт информация об альтернансе? // Малозёмов В.Н. Избранные лекции по экстремальным задачам. Часть вторая. СПб.: Изд-во ВВМ, 2017. С. 259-267. URL: <http://www.apmath.spbu.ru/cnsa/rep15.shtml#0312>.
25. Loktionov A.P. Information measuring system of numerical differentiation for the analysis of elements of mechanical structures // Journal of the Serbian Society for Computational Mechanics. 2018; 12(2): 53-71. <https://doi.org/10.24874/jsscm.2018.12.02.04>.
26. Агафонова И. В., Малоземов В. Н. Экстремальные полиномы, связанные с полиномами Золотарёва // Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия. 2020; 65(7): 3-14. DOI:10.7868/S0869565216090036.
27. Соловьев С. Ю. Об одном классе множителей многочленов Чебышёва // Чебышёвский сборник. 2021; 22(4): 241-252. <https://doi.org/10.22405/2226-8383-2021-22-4-241-252>.
28. Локтионов А.П. Восстановление начальных параметров балки при заданных младших коэффициентах уравнения прогибов // Строительная механика и расчет сооружений. 2022; 6: 2-7. <https://doi.org/10.37538/0039-2383.2022.6.2.7>.
29. Luzon A. Moron M. A. Recurrence relations for polynomial sequences via Riordan matrices // Linear Algebra Appl.; 2010; 433: 1422-1446. <https://doi.org/10.48550/arXiv.0904.2672>.
30. Barry P. On the restricted Chebyshev–Boubaker polynomials // Integral Transforms Spec. Funct. 2017; 28: 1-16. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1702.04001>.
31. Локтионов А.П. Обратная задача Коши для балок в строительных конструкциях // Строительство и реконструкция. 2022. № 2(100). С. 13-25. <https://doi.org/10.33979/2073-7416-2022-100-2-13-25>.
32. Локтионов А. П. Модель обработки информации в коэффициентной обратной задаче для алгебраического многочлена // Известия Юго-Западного государственного

университета. Серия: Управление, вычислительная техника, информатика. Медицинское приборостроение. 2022; 12(4): 177-191. <https://doi.org/10.21869/2223-1536-2022-12-4-177-191>.

33. Локтионов А. П., Титенко Е. А. Восстановление коэффициентов алгебраического многочлена с заданным свободным членом // Информационные системы и технологии. 2023; 135(1): 29-37.

34. Локтионов А.П. Обратная задача Коши для стоечно-балочной конструктивной системы // Строительство и реконструкция. 2023; 105(1): 1-15. <https://doi.org/10.33979/2073-7416-2023-105-1-3-15>.

References

1. Samarskii A. A., Vabishchevich P. N. Numerical Methods for Solving Inverse Problems of Mathematical Physics. Inverse and Ill-Posed Problems Series 52. De Gruyter; Berlin, New York, 2008. 438 p. <https://doi.org/10.1515/9783110205794>.

2. Vatulyan A.O., Plotnikov D.K. Inverse coefficient problems in mechanics. *Vestnik Permskogo nacional'nogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Mekhanika = PNRPU MECHANICS BULLETIN*. 2019; 3: 37-47. (In Russ.). <https://doi.org/10.15593/perm.mech/2019.3.04>.

3. Perelmutter A.V. Inverse problems of structural mechanics. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo arkhitekturno-stroitel'nogo universiteta = Vestnik of Tomsk State University of Architecture and Building*. 2020; 22(4): 83-101. (In Russ.). <https://doi.org/10.31675/1607-1859-2020-22-4-83-101>.

4. Loktionov A. P. Information and Measurement System for Monitoring Beams in Building Structures. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta = Proceedings of the Southwest State University*. 2021; 25(4): 29-51 (In Russ.). <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2021-25-4-29-51>.

5. Kabanikhin S.I. Inverse Problems and Artificial Intelligence. *Uspekhi kibernetiki = Russian artificial intelligence Journal of Cybernetics*. 2021; 2(3): 33-43. (In Russ.). DOI: 10.51790/2712-9942-2021-2-3-5.

6. Kudryavtsev K.Ya. Algorithm for constructing a polynomial of the best uniform approximation from experimental data. *Vestnik natsional'nogo issledovatel'skogo yadernogo universiteta MIFI = Bulletin of the National Research Nuclear University MEPhI*. 2019; 8(5): 480-486. (In Russ.). <https://doi.org/10.1134/S2304487X1905002X>.

7. Meshchikhin I.A., Gavryushin S.S. The envelope method in the problem of choosing a rational composition of measuring instruments. *Measurement Techniques*. 2021; 64: 151-155. <https://doi.org/10.1007/s11018-021-01910-8>.

8. Cheney E.W., Kincaid D.R. Numerical Mathematics and Computing. Thomson Brooks/Cole; Belmont, California, USA, 2013. 765 p. Available at: <https://hlevkin.com/hlevkin/60numalgs/Pascal/Numerical%20Mathematics%20and%20Computing.pdf>
9. Gorelik V.A., Zolotova T.V. The total method of Chebyshev interpolation in the problem of constructing a linear regression. *Chebyshevskii Sbornik = Chebyshev collection*. 2022; 23(4): 52-63. (In Russ.). <https://doi.org/10.22405/2226-8383-2022-23-4-52-63>.
10. Moore R., Kearfott R., Cloud M. Introduction to Interval Analysis. Society for Industrial and Applied Mathematics; Philadelphia, USA; 2009. 234 p.
11. Sharyi S. P. Finite-dimensional interval analysis. Novosibirsk: Izdatel'stvo «XYZ»; 2024. 662 p. Available at: <http://www.nsc.ru/interval/Library/InteBooks/SharyBook.pdf>
12. Boykov I.V., Krivulin N.P. An Approximate Method for Recovering Input Signals of Measurement Transducers. *Measurement Techniques*. 2022; 64: 943-948. <https://doi.org/10.1007/s11018-022-02026-3>.
13. Smirnova A., Bakushinsky A. On iteratively regularized predictor-corrector algorithm for parameter identification. *Inverse Problems*. 2020; 36(12), id.125015: 30. <https://doi.org/10.1088/1361-6420/abc530>.
14. Ibrahimoglu B.A. Lebesgue functions and Lebesgue constants in polynomial interpolation. *Journal of Inequalities and Applications*. 2016; 2016(93): 1-15. <https://doi.org/10.1186/s13660-016-1030-3>.
15. Bernshtein S.N. On the restrictions on the values of the polynomial $P_n(x)$, squeeze n on the entire segment by its values at $n + 1$ points of the segment. In: *Bernshtejn S.N. Sobr.soch., 2. Konstruktivnaya teoriya funktsii = Bernshtejn, S.N. Collected works, 2. Constructive theory of functions*. Moscow: Izdat. Akad. Nauk SSSR; 1954. P. 107-126. Available at: <https://djvu.online/file/ScPjfdHujCGo>
16. Verzhbitskii V.M. Fundamentals of numerical methods. Moscow; Berlin: Direkt-Media; 2021. 850 p. Available at: <https://archive.org/details/48915verzhbickiyvmosnovy-chislennyhmetodov/page/n1/mode/2up>
17. Kalitkin N.N., Kolganov S.A. Construction of approximations satisfying the Chebyshev alternance. *Preprinty IPM im. M.V. Keldysha = Preprints of the Institute of Applied Mathematics named after M.V. Keldysh*. 2020; 91: 33 (In Russ.). <https://doi.org/10.20948/prepr-2020-91>.
18. Loktionov A. P. Regularization of the lattice time function of the signal in the communication channel. *Telecommunications and Radio Engineering*. 2013; 72(2): 161-171. DOI: 10.1615/TelecomRadEng.v72.i2.70.
19. Loktionov A. P. Chebyshev Alternance when Approximating Initial Conditions of the Inverse Cauchy Problem. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta = Proceedings of the Southwest State University*. 2021; 25(3): 86-102 (In Russ.). <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2021-25-3-86-102>.

20. Zolotarev E.I. Application of elliptic functions to questions about functions deviating least and most from zero. In: *Zolotarev E.I., Sobr.soch., Vypusk 2. = Zolotarev E.I., Collected works, Issue 2.* Leningrad. Izdat. Akad. Nauk SSSR; 1932. P. 1-59. <https://doi.org/10.21638/11701/spbu01.2020.101>.
21. Prasolov V.V. Polynomials. Moscow: MTSNMO, 2003. 336 p. (In Russ.). Available at: <https://klex.ru/uzw>
22. Agafonova I.V., Malozemov V.N. Extremal polynomials connected with Zolotarev polynomials. *Doklady` Akademii nauk.* 2016; 467(5): 255-256. (In Russ.). <https://doi.org/10.7868/S0869565216090036>.
23. Malozemov V.N., Tamasyan G.Sh. Etude on the theme of the polynomial filter problem ($n = 3$). In: *Malozemov V.N. Selected lectures on extremal problems. Part two = Selected lectures on extremal problems. Part two.* St. Petersburg: Izd-vo VVM, 2017. P. 305-315. (In Russ.). Available at: <http://www.apmath.spbu.ru/cnsa/rep15.shtml#0312>.
24. Malozemov V.N. What does information about alternance give? In: *Malozemov V.N. Selected lectures on extremal problems. Part two = Selected lectures on extremal problems. Part two.* St. Petersburg: Izd-vo VVM, 2017, pp. 259-267. (In Russ.). Available at: <http://www.apmath.spbu.ru/cnsa/rep15.shtml#0312>.
25. Loktionov A.P. Information measuring system of numerical differentiation for the analysis of elements of mechanical structures. *Journal of the Serbian Society for Computational Mechanics.* 2018; 12(2): 53-71. DOI: 10.24874/jsscm.2018.12.02.04.
26. Agafonova I. V., Malozemov V. N. Extremal polynomials connected with Zolotarev polynomials. *Vestnik Sankt-Peterburgskogo universiteta. Matematika. Mekhanika. Astronomiya = Vestnik of Saint Petersburg University. Mathematics. Mechanics. Astronomy.* 2020; 7 (65): 3-14. (In Russ.). <https://doi.org/10.21638/11701/spbu01.2020.101>.
27. Soloviev S. Y. On a class of factors of the Chebyshev polynomials. *Chebyshevskii sbornik = Chebyshev collection.* 2021; 22(4): 241-252. (In Russ.). <https://doi.org/10.22405/2226-8383-2021-22-4-241-252>.
28. Loktionov A.P. Recovery of the initial parameters of the beam with the given junior coefficients of the deflection equation. *Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzhenii = Structural Mechanics and Analysis of Constructions.* 2022; 6: 2-7. (In Russ.). <https://doi.org/10.37538/0039-2383.2022.6.2.7>.
29. Luzon A. Moron M. A. Recurrence relations for polynomial sequences via Riordan matrices. *Linear Algebra Appl.*; 2010; 433: 1422-1446. <https://doi.org/10.48550/arXiv.0904.2672>.
30. Barry P. On the restricted Chebyshev–Boubaker polynomials. *Integral Transforms Spec. Funct.* 2017; 28: 1-16. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1702.04001>.

31. Loktionov A.P. Inverse cauchy problem for beams in building structures. *Building and Reconstruction*. 2022; 2(100): 13-25. (In Russ.). DOI: 10.33979/2073-7416-2022-100-2-13-25.

32. Loktionov A. P. Information Processing Model in the Coefficient Inverse Problem for an Algebraic Polynomial. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta. Serija: Upravlenie, vychislitel'naja tekhnika, informatika. Meditsinskoe priborostroenie = Proceedings of the Southwest State University. Series: Control, Computer Engineering, Information Science. Medical Instruments Engineering*. 2022; 12(4): 177–191. (In Russ.) <https://doi.org/10.21869/2223-1536-2022-12-4-177-191>.

33. Loktionov A.P. Titenko E.A. Recovery of the coefficients of an algebraic polynomial with a given free term. *Information Systems and Technologies*. 2023; 135(1): 29-37.

34. Loktionov A.P. Inverse cauchy problem for beams in building structures. *Building and Reconstruction*. 2023; 105(1): 1-15: 13-25. (In Russ.). <https://doi.org/10.33979/2073-7416-2023-105-1-3-15>.

Информация об авторе / Information about the Author

Локтионов Аскольд Петрович, доктор технических наук, профессор кафедры инфраструктурных энергетических систем, Юго-Западный государственный университет, г. Курск, Российская Федерация, e-mail: loapa@mail.ru, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1108-4185>, Researcher ID: P-5434-2015

Askold P. Loktionov, Dr. of Sci. (Engineering), Professor of the Infrastructural Energy Systems Department, Southwest State University, Kursk, Russian Federation, e-mail: loapa@mail.ru, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1108-4185>, Researcher ID: P-5434-2015

УДК 519.7

<https://doi.org/10.21869/2223-1560-2024-28-4-40-56>

Бифуркации в кусочно-линейной дискретной модели широотно-импульсной системы управления

Ж. Т. Жусубалиев¹ ✉, Е. Н. Иванова¹, У. А. Сопуев²,
Ж. Т. Жумашева³, Д. Ю. Цуканов¹

¹ Юго-Западный государственный университет
ул. 50 лет Октября, д. 94, г. Курск 305040, Российская Федерация

² Ошский государственный университет
ул. Ленина, д. 331, г. Ош 723500, Кыргызстан

³ Казахский национальный университет им. аль-Фараби
пр. аль-Фараби, д. 71, г. Алматы 050040, Казахстан

✉ e-mail: zhanybai@gmail.com

Резюме

Цель работы. Исследуются вырожденные бифуркации («degenerate bifurcations») и бифуркации слияния («merging») хаотических аттракторов в системе управления с широкоотно-импульсной модуляцией, поведение которой описывается бимодальным кусочно-линейным непрерывным отображением. Хорошо известно, что в кусочно-линейных отображениях классические бифуркации такие, как удвоения периода, транскритическая и виллообразная, становятся вырожденными, сочетающие свойства классических гладких бифуркаций и бифуркаций граничного столкновения («border collision bifurcations»).

Методы. Описано получение математической модели системы в форме кусочно-линейного отображения из векторного поля с разрывной правой частью методом построения стробоскопического отображения Пуанкаре. Выполнен анализ вырожденных бифуркаций удвоения периода методами теории критических линий в необратимых отображениях.

Результаты. Выявлено, что рассматриваемое отображение обладает необычным свойством, которое заключается в следующем. В точке бифуркации удвоения периода неподвижной точки появляется интервал I , на границах которого лежат две точки цикла удвоенного периода. Причем, любая точка I , есть периодическая точка с периодом два. Доказано, что точки цикла удвоенного периода, лежащие на границе указанного интервала, совпадают с двумя многообразиями переключения. В качестве конкретного примера реальной физической системы, изучение которой сводится к кусочно-линейному отображению, рассмотрен преобразователь энергии с широкоотно-импульсным управлением. Приведены осциллограммы колебаний напряжения нагрузки, отвечающие неподвижной точке, циклу периода два и хаотическим режимам.

Заключение. Изучены вырожденные бифуркации удвоения периода колебаний и бифуркации слияния циклов хаотических интервалов. Бифуркации циклов хаотических интервалов известны еще как кризисы хаотических аттракторов («merging crisis»). В точке бифуркации неустойчивая неподвижная точка с отрицательным мультипликатором сталкивается с границами хаотических аттракторов. Границы же хаотических аттракторов образованы так называемыми критическими точками и их образами. В момент бифуркации возникает неглубокая гомоклиническая орбита. В силу того, что рассматриваемое отображение является кусочно-линейным, уравнения бифуркационных границ получены аналитически, решения которых находятся либо аналитически, либо численно.

Ключевые слова: бимодальное кусочно-линейное непрерывное отображение; многообразие переключения; вырожденные бифуркации; бифуркации граничного столкновения; бифуркации слияния хаотических аттракторов.

Конфликт интересов: Авторы декларируют отсутствие явных и потенциальных конфликтов интересов, связанных с публикацией настоящей статьи.

Финансирование. Жусубалиев Ж.Т. и Иванова Е.Н. поддержаны Минобрнауки РФ в рамках «Программы стратегического академического лидерства Приоритет-2030» (1.7.21/4-24-7). Работа Сопуева У.А. поддержана грантом № 19-24 Ошского государственного университета.

Благодарности. Авторы благодарят проф. V.Avrutin Институт теории систем и автоматического управления. Университет Штутгарта, Германия (Institute for Systems Theory and Automatic Control, University of Stuttgart, Germany) за детальное обсуждение результатов работы, относящихся к теории вырожденных бифуркаций.

Для цитирования: Бифуркации в кусочно-линейной дискретной модели широтно-импульсной системы управления / Ж. Т. Жусубалиев, Е. Н. Иванова, У. А. Сопуев, Ж. Т. Жумашева, Д. Ю. Цуканов // Известия Юго-Западного государственного университета. 2024; 28(4): 40-56. <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2024-28-4-40-56>.

Поступила в редакцию 07.10.2024

Подписана в печать 30.10.2024

Опубликована 10.12.2024

Bifurcations in a piecewise-linear discrete model of the pulse modulated control system

Zhanybai T. Zhusubaliyev ¹ ✉, Elena N. Ivanova ¹, Ulanbek A. Sopuev ²,
Zhadira T. Zhumasheva ³, Dmitriy Yu. Tsukanov ¹

¹ Southwest State University
50 Let Oktyabrya str. 94, Kursk 305040, Russian Federation

² Southwest State University
331, Lenin str., Osh 723500, Kyrgyzstan

³ Southwest State University
71, al-Farabi Ave, Almaty 050040, Kazakhstan

✉ e-mail: zhanybai@gmail.com

Abstract

Purpose. In this paper we study degenerate bifurcations and merging bifurcations of chaotic attractors in a pulse-width modulated control system, the behavior of which is described by a bimodal piecewise linear continuous mapping. It is well

known that in piecewise linear maps, classical bifurcations such as period doubling, transcritical and pitchfork, become degenerate, combining the properties of classical smooth bifurcations and border collision bifurcations.

Methods. First we describe a technique for obtaining of a piecewise linear mapping from a vector field with a discontinuous right-hand side using the method construction of the Poincare map. Then are investigated degenerate period -doubling bifurcations by methods of the theory of critical lines for non-invertible maps.

Results. We found that the considered mapping has an unusual property, which is as follows. At the flip bifurcation point for a fixed point, an interval I appears, on the boundaries of which two points of the period doubled cycle lie. Moreover, any point of this interval is a periodic point with a period of two. We have proved that periodic points with a period of two lying on the boundaries of this interval coincide with two switching manifolds. As a specific example of a real physical system, we consider a power converter system with pulse width modulated control, which is modeled by a piecewise linear mapping. Moreover, we experimentally show a fixed point, a 2-cycle and chaotic oscillations.

Conclusion. Finally we have studied degenerate period-doubling bifurcations and merging bifurcations of cyclic chaotic attractors. Such bifurcation is also known as a merging crisis. At the bifurcation point, an unstable fixed point with a negative multiplier collides with the boundaries of a chaotic attractor. It is well known, that the boundaries of a chaotic attractor are formed by the so-called critical points and their images. At the moment of bifurcation, a homoclinic orbit arises. Due to the fact that the considered mapping is piecewise linear, the equations of bifurcation boundaries are obtained analytically, the solutions of which are either analytically or numerically.

Keywords: bimodal piecewise-linear continuous map; switching manifolds; degenerate bifurcations; border-collision bifurcations; merging bifurcations of chaotic attractors.

Conflict of interest. The authors declare the absence of obvious and potential conflicts of interest related to the publication of this article.

Funding. Zhusubaliyev Zh.T. and Ivanova E.N. were supported by the Ministry of Education and Science of the Russian Federation within the framework of the Strategic Academic Leadership Program Priority 2030 (1.7.21/4-24-7). Sopuev's work was supported by grant No. 19-24 from Osh State University.

Acknowledgments. The Authors would like to thank Professor V.Avrutin, Institute of Systems Theory and Automatic Control, University of Stuttgart, Germany (Institute for Systems Theory and Automatic Control, University of Stuttgart, Germany) for a detailed discussion of the results of the work related to the theory of degenerate bifurcations.

For citation: Zhusubaliyev Zh.T., Ivanova E.N., Sopuev U.A., Zhumasheva Zh.T., Tsukanov D.Yu. Bifurcations in a piecewise-linear discrete model of the pulse modulated control system. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta = Proceedings of the Southwest State University*. 2024; 28(4): 40-56 (In Russ.). <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2024-28-4-40-56>.

Received 07.10.2024

Accepted 30.10.2024

Published 10.12.2024

Введение

Рассмотрим импульсную систему с непрерывной линейной частью и модулятором (М), структурная схема которой изображена на рис. 1. Модулятор осуществляет широтно-импульсную модуляцию второго рода (ШИМ-2) [1, 2]. Здесь q – задающий сигнал; x – выход системы; σ , f – сигналы на входе и выходе модулятора. Непрерывная линей-

ная часть представлена передаточной

функцией $W(s) = \frac{1}{1 + T_0 s}$, где T_0 – посто-

янная времени объекта управления.

Поведение такой системы описывается дифференциальным уравнением с разрывной правой частью [2, 3]

$$\dot{x} = \lambda(x - f(t, x)), \quad x, f \in \mathbb{R},$$

$$\sigma = q - x, \quad f(t, x) \equiv f(t+1, x). \quad (1)$$

Здесь $\dot{x}$ – производная x по безразмерному времени t ; $\lambda = -T/T_0$, где T – период модуляции.

В интервале $k < t < k+1$, $k = 0, 1, 2, \dots$ выходной сигнал f модулятора [4, 5]:

$$f = \begin{cases} 1, & k \leq t < t_k; \\ 0, & t_k \leq t < k+1. \end{cases} \quad (2)$$

Введем обозначение $z_k = t_k - k$, где z_k – ширина импульса. В системах с ШИМ-2 ширина импульса z_k находится:

$$z_k = \begin{cases} 0, & q - x_k \leq 0; \\ \frac{1}{\lambda} \ln \frac{q-1}{x_k-1}, & q - x_k > 0 \text{ и } q - 1 - e^\lambda (x_k - 1) < 0; \\ 1, & q - 1 - e^\lambda (x_k - 1) \geq 0. \end{cases}$$

$$x_k = x(t) \big|_{t=k}$$

Очевидно, что $0 \leq z_k \leq 1$. На рис. 2 показана модуляционная характеристика, из которой видно, что если $x_k \geq q$ или $x_k \leq \frac{q-1}{e^\lambda} + 1$, то модулятор насыщается. Тогда $z_k = 0$ или $z_k = 1$ – ширина импульса равна нулю или периоду внешнего воздействия, соответственно.

Если же $\frac{q-1}{e^\lambda} + 1 < x_k < q$, то $0 < z_k < 1$.

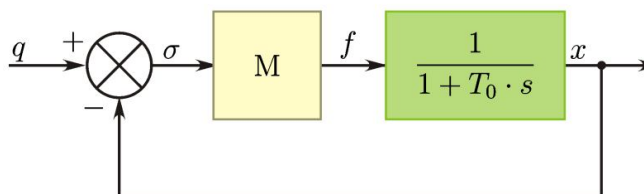


Рис. 1. Структурная схема системы управления

Fig. 1. Block diagram of the control system

Дифференциальные уравнения вида (1) сводятся к кусочно-гладким отображениям (см., например, [4-6])

$$F: x \mapsto F(x) = \begin{cases} F_{\mathcal{L}}(x), & x \leq c_{\mathcal{L}}; \\ F_{\mathcal{M}}(x), & c_{\mathcal{L}} < x < c_{\mathcal{R}}; \\ F_{\mathcal{R}}(x), & x \geq c_{\mathcal{R}}. \end{cases} \quad (4)$$

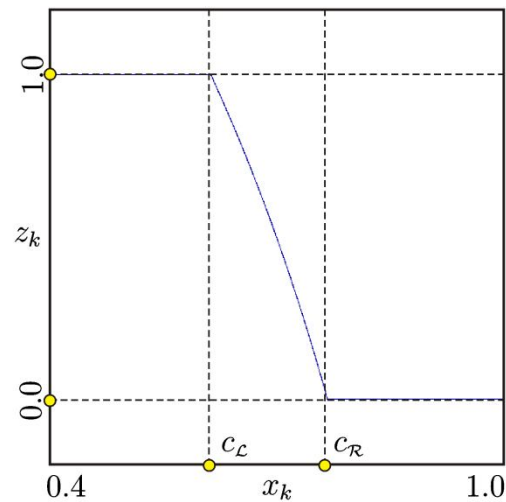


Рис. 2. Модуляционная характеристика:

$$c_{\mathcal{L}} = \frac{q-1}{e^\lambda} + 1, \quad c_{\mathcal{R}} = q$$

Fig. 2. Modulation characteristic:

$$c_{\mathcal{L}} = \frac{q-1}{e^\lambda} + 1, \quad c_{\mathcal{R}} = q$$

Каждая из $F_{\mathcal{L}}(x)$, $F_{\mathcal{M}}(x)$, $F_{\mathcal{R}}(x)$ в (4) есть гладкая функция в своей области определения $x < c_{\mathcal{L}}$, $c_{\mathcal{L}} \leq x < c_{\mathcal{R}}$, $x > c_{\mathcal{R}}$. Границы $c_{\mathcal{L}}$, $c_{\mathcal{R}}$ называются многообразиями переключения («switching manifolds»), в которых первая производная F по x не существует.

Неподвижные точки (4) отвечают периодическим решениям уравнения (1) с периодом внешнего воздействия. Как отмечено в [4, 5], в зависимости от параметров (4) может быть обратимым и не-

обратимым. Мы рассматриваем случай, когда (4) необратимое (см. также [4-7]).

При вариации параметров неподвижная/периодическая точка сталкивается с одним из многообразий переключения. Это приводит к широкому классу нелинейных явлений, получивших название бифуркаций граничного столкновения («border collision bifurcations») [8] или «С-бифуркаций» [9-11].

Бифуркации граничного столкновения не связаны с нарушением условия гиперболичности неподвижных/периодических точек и не имеют аналогов в гладких динамических системах [12-18]. По этой причине они не поддаются описанию и интерпретации методами классической нелинейной динамики [19, 20]. Более того, в кусочно-линейных отображениях классические бифуркации, такие как удвоения периода, транскритическая, вилообразная, становятся вырожденными («degenerate bifurcations»), сочетая свойства гладких бифуркаций и бифуркаций граничного столкновения [21, 22].

В данной работе исследуются вырожденные бифуркации и бифуркации хаотических аттракторов, известные еще как кризисы [23], которым посвящена часть статьи [4]. В отличие от [4] мы вводим простую дискретную модель, допускающую детальный численно-аналитический бифуркационный анализ. При этом оказывается, что модель сохраняет главное свойство кусочно-линейного отображения, которое доказано в [4].

Описана методика получения математической модели системы управления

в форме кусочно-линейного отображения из векторного поля с разрывной правой частью. Выполнен анализ вырожденных бифуркаций удвоения периода. Выявлено, что рассматриваемое отображение обладает и другим свойством, которое заключается в следующем.

В точке бифуркации удвоения периода неподвижной точки появляется интервал I , на границах которого лежат две точки цикла удвоенного периода. Причем, любая точка I есть периодическая точка с периодом два. Доказано, что точки цикла удвоенного периода, лежащие на границе I , совпадают с двумя многообразиями переключения.

В качестве конкретного примера реальной физической системы, изучение которой сводится к кусочно-линейному отображению, рассмотрен преобразователь энергии с широтно-импульсным управлением. Приведены осциллограммы колебаний напряжения нагрузки, отвечающие неподвижной точке, циклу периода два и хаотическим режимам.

Изучены бифуркации слияния циклов хаотических интервалов. Такие бифуркации известны еще как кризисы хаотических аттракторов («merging crisis»). В точке бифуркации неустойчивая неподвижная точка с отрицательным мультипликатором сталкивается с границами хаотических аттракторов. Границы же хаотических аттракторов образованы так называемыми критическими точками и их образами. В момент бифуркации возникает негрубая гомоклиническая орбита. В силу того, что отображение являет-

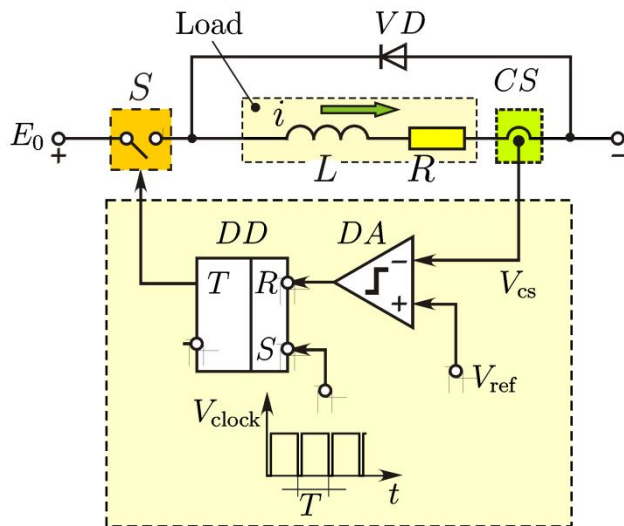
ся кусочно-линейным, уравнения бифуркационных границ получены аналитически, решения которых находятся либо аналитически, либо численно.

Материалы и методы

На рис. 3 (а) изображена функциональная схема системы, которая сводится к бимодальному кусочно-линейному отображению класса (4) с указанным в предыдущем разделе свойством. Здесь S – силовой транзисторный ключ;

VD – обратный диод; CS – датчик тока нагрузки («Load»); DA – компаратор; DD – управляющий RS -триггер. На рис. 3 (б) приведена фотография экспериментальной установки.

Такие системы широко применяются на практике, например, в промышленных электроприводах и электроприводах электрического транспорта, системах энергообеспечения технологического оборудования [24, 25].



а)



б)

Рис. 3. (а) Функциональная схема преобразователя постоянного напряжения, (б) Фотография экспериментальной установки

Fig. 3. (а) Circuit diagram of a DC voltage converter. (б) Photo of the experimental setup

Ключ S замыкается периодически с периодом внешнего воздействия V_{clock} , а размыкается, когда сигнал обратной связи V_{CS} превысит V_{ref} .

Состояние такой системы описывается дифференциальным уравнением

$$L \frac{di}{dt} = -Ri + E_0 f. \quad (5)$$

Здесь E_0 – напряжение питания; L , R – индуктивность и сопротивление нагрузки; $\bar{t}$ – время; функция f имеет тот же физический смысл, что и в (1).

После приведения (5) к безразмерному виду получим уравнение (1), в котором

$$x = \frac{Ri}{E_0}; \quad t = \frac{\bar{t}}{T}; \quad q = \frac{RV_{ref}}{\beta E_0}; \quad \lambda = -\frac{RT}{L},$$

где V_{ref} – задающий сигнал; $V_{CS} = \beta i$ – выходной сигнал датчика тока CS ; β – чувствительность CS .

Динамическая система (1) сводится к бимодальному кусочно-линейному отображению (4).

В пределах $k \leq t < t_k$ сигнал на выходе модулятора $f = 1$ и уравнение (1) принимает вид

$$\dot{x} = \lambda(x-1).$$

Решение этого уравнения с условием $x(k) = x_k$:

$$x(t) = 1 + e^{\lambda(t-k)}(x_k - 1).$$

Отсюда для $t = t_k$ имеем:

$$x(t_k) = 1 + e^{\lambda(t_k-k)}(x_k - 1).$$

В интервале $t_k < t < k+1$ сигнал $f = 0$ и уравнение (1) принимает вид

$$\dot{x} = \lambda x, \quad x(t_k) = 1 + e^{\lambda(t_k-k)}(x_k - 1), \quad (6)$$

решение которого:

$$x(t) = e^{\lambda(t-k)}(x_k - 1) + e^{\lambda(t-t_k)}.$$

Для момента времени $t = k+1$ с учетом введенного обозначения имеем:

$$x_{k+1} = e^{\lambda}(x_k - 1) + e^{\lambda(1-z_k)}. \quad (7)$$

Здесь z_k находится согласно (3).

Подставляя z_k в (7), получим: (см. также [4, 5]):

$$F: x \mapsto F(x)$$

$$F(x) = \begin{cases} F_c(x) = e^{\lambda} \cdot (x-1) + 1, & x \leq c_L; \\ F_M(x) = \frac{q}{q-1} \cdot e^{\lambda} \cdot (x-1), & c_L < x < c_R; \\ F_R(x) = e^{\lambda} \cdot x, & x \geq c_R. \end{cases} \quad (8)$$

где $c_L = \frac{q-1}{e^{\lambda}} + 1$, $c_R = q$.

Отображение (8) бимодальное кусочно-линейное (рис. 4) и имеет тип необратимости $Z_1-Z_3-Z_1$ [7, 22].

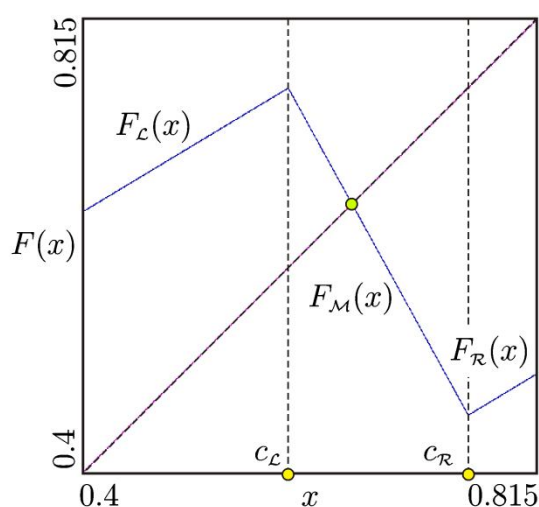


Рис. 4. Бимодальное кусочно-линейное отображение

Fig. 4. Bimodal piecewise linear map

Параметры (8):

$\lambda \approx -0,505$; $0,6 < q < 0,815$.

Результаты и их обсуждение

Вырожденные бифуркации, как мы отмечали вначале, подобны хорошо известным бифуркациям типа удвоения периода, транскритическая, вилообразная, и связаны с обращением мультипликатора неподвижной/периодической точки в ± 1 . Однако должны еще выполняться некоторые условия, детальное обсуждение которых приведено в

специальной литературе (см., например, [22] и цитируемую там литературу). Поэтому мы остановимся лишь на некоторых деталях. В частности, если мультипликатор неподвижной/периодической точки обращается в -1 , то это может привести не только к возникновению устой-

чивого цикла удвоенного периода, но и к рождению цикла хаотических интервалов.

На рис. 5 изображена бифуркационная диаграмма, иллюстрирующая вырожденные бифуркации удвоения периода и бифуркации циклов хаотических интервалов.

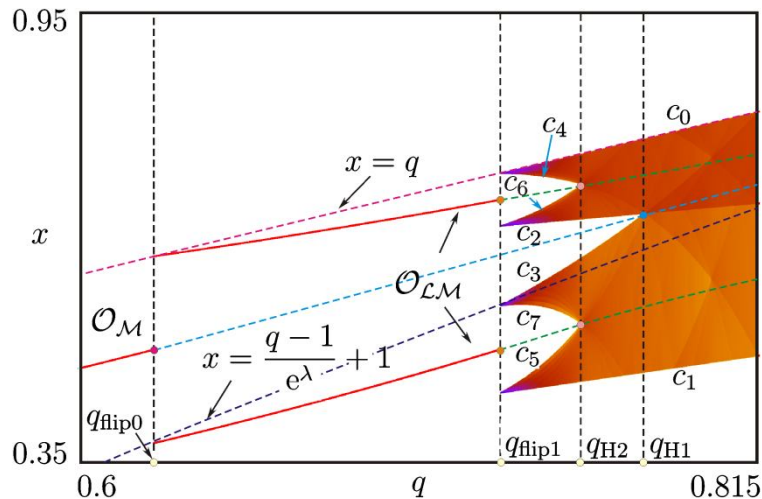


Рис. 5. Бифуркационная диаграмма

Fig. 5. Bifurcation diagram

Как известно, в кусочно-гладких системах возможны разные типы периодических орбит с одинаковым периодом. Для описания периодического колебания конкретного типа далее будем использовать обозначение, принятое в [22] (см. также [4, 5]).

Отображение (8) имеет устойчивую неподвижную точку (цикл периода 1)

$$\mathcal{O}_M = \{x_0^M\}$$

$$x_0^M = \frac{e^\lambda q}{1 - q(1 - e^\lambda)}$$

в диапазоне

$$0 < q < q_{flip0}, \quad q_{flip0} = \frac{1}{1 + e^\lambda} \approx 0,62361743656$$

При $q = q_{flip0}$ неподвижная точка претерпевает вырожденную бифуркацию удвоения периода, когда мультипликатор

$$\rho(\mathcal{O}_M) = \frac{e^\lambda q}{q - 1}$$

обращается в -1 .

Утверждение 1. В точке q_{flip0} появляется интервал¹ $I = [\gamma_0; \gamma_1]$ (рис. 6 (а)), на границах которого лежат точки 2-цикла $\mathcal{O}_{LM}$, который возникает из 1-цикла (неподвижной точки $\mathcal{O}_M$) через вырожденную бифуркацию удвоения периода [22].

¹ Любая точка I за исключением неподвижной, является периодической с периодом два [22].

Причем обе точки $x_1^{\mathcal{LM}}, x_2^{\mathcal{LM}}$ цикла $\mathcal{O}_{\mathcal{LM}}$ совпадают с многообразиями пере-

ключения, т.е. $\gamma_0 = c_{\mathcal{L}}, \gamma_1 = c_{\mathcal{R}}$ соответственно (см. рис. 5 и 6).

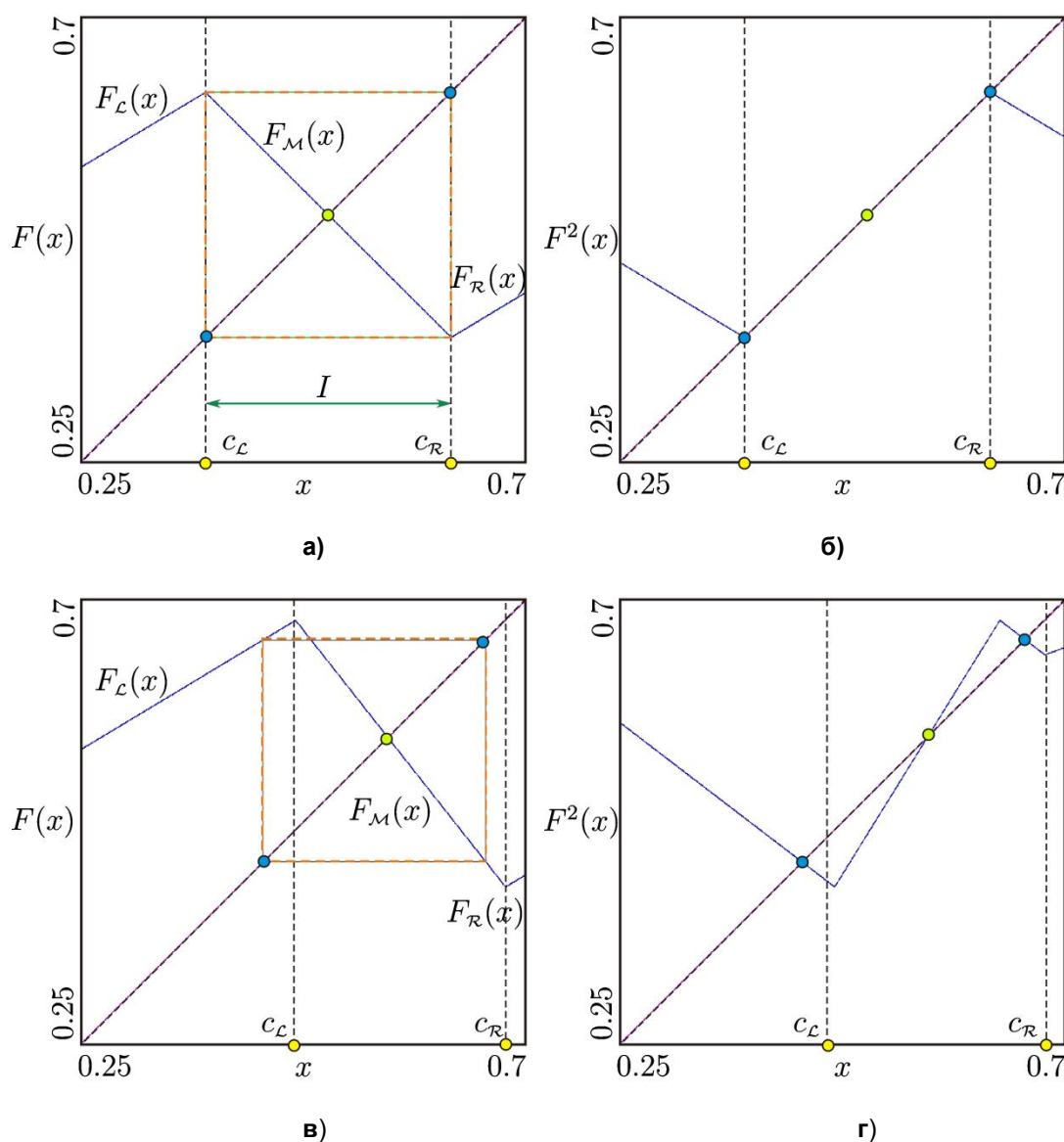


Рис. 6. Вырожденная бифуркация удвоения периода неподвижной точки $\mathcal{O}_{\mathcal{M}}$

Fig.6. Degenerate flip bifurcation of a fixed point $\mathcal{O}_{\mathcal{M}}$

Доказательство.

Докажем сначала, что

$$F_{\mathcal{L}}(c_{\mathcal{L}}) = c_{\mathcal{R}} \quad (9)$$

для любых значений q (см. [4]), а при

$$q = \frac{1}{1 + e^{\lambda}} :$$

$$F_{\mathcal{R}}(c_{\mathcal{R}}) = c_{\mathcal{L}}. \quad (10)$$

Доказательство равенства (9) приведено в [4]. Поэтому остается доказать (10). Для этого найдем левую часть (10):

$$F_{\mathcal{R}}(c_{\mathcal{R}}) = \frac{e^{\lambda}}{1 + e^{\lambda}}.$$

Правая часть (10)

$$c_{\mathcal{L}} = \frac{q-1}{1+e^{\lambda}} + 1 = \frac{e^{\lambda}}{1+e^{\lambda}}.$$

Равенство (9) доказано.

В результате этой бифуркации возникает цикл удвоенного периода

$$\mathcal{O}_{\mathcal{LM}} = \{x_1^{\mathcal{LM}}, x_2^{\mathcal{LM}}\},$$

$$\text{где } x_1^{\mathcal{LM}} = \frac{e^{2\lambda}q}{1-q(1-e^{2\lambda})},$$

$$x_2^{\mathcal{LM}} = \frac{e^{2\lambda}q}{1-q(1-e^{2\lambda})} - e^{\lambda} + 1$$

а неподвижная точка $\mathcal{O}_{\mathcal{M}}$ при переходе через бифуркационное значение q_{flip0} параметра q , становится неустойчивой с отрицательным мультипликатором.

Если $q = \frac{1}{1+e^{\lambda}}$, т.е. $q = q_{flip0}$, то

$$x_1^{\mathcal{LM}} = \frac{e^{\lambda}}{1+e^{\lambda}} = c_{\mathcal{L}}, \quad x_2^{\mathcal{LM}} = \frac{1}{1+e^{\lambda}} = c_{\mathcal{R}}$$

Утверждение 1 доказано.

При увеличении параметра q устойчивый 2-цикл $\mathcal{O}_{\mathcal{LM}}$ претерпевает вырожденную бифуркацию удвоения периода (рис. 7). Бифуркационное значение параметра q находится из условия

$$\rho(\mathcal{O}_{\mathcal{LM}}) = \frac{e^{2\lambda}q}{q-1} = -1.$$

Отсюда

$$q_{flip1} = \frac{1}{1+e^{2\lambda}} \approx 0,73298496059.$$

В результате этого рождается четырехполосный хаотический аттрактор [22, 26], а 2-цикл $\mathcal{O}_{\mathcal{LM}}$ становится неустойчивым ($\rho(\mathcal{O}_{\mathcal{LM}}) < -1$).

Из рис. 7 видно, что при $q = q_{flip1}$ одна точка 4-цикла лежит на правой границе $c_{\mathcal{R}}$

$$F_{\mathcal{L}}(c_{\mathcal{L}}) = c_{\mathcal{R}} = \frac{1}{1+e^{2\lambda}},$$

а другая точка – на левой границе $c_{\mathcal{L}}$.

Более того, при $q = q_{flip1}$

$$c_3 = c_{\mathcal{L}}$$

где $c_3 = F_{\mathcal{M}} \circ F_{\mathcal{L}} \circ F_{\mathcal{R}}(q)$.

$$\text{Здесь } q = \frac{1}{1+e^{2\lambda}}.$$

$$\text{Отсюда } c_3 = \frac{1-e^{\lambda}+e^{2\lambda}}{1+e^{2\lambda}}.$$

Убеждаемся, что c_3 равно $c_{\mathcal{L}}$

$$c_{\mathcal{L}} = \frac{q-1}{e^{\lambda}} + 1 = \frac{1-e^{\lambda}+e^{2\lambda}}{1+e^{2\lambda}}.$$

На рис. 8 (а) – (в) показаны осциллограммы колебаний напряжения нагрузки, отвечающие 1-, 2-циклам и хаотическому режиму.

Границы четырехполосного хаотического аттрактора образованы критической точкой ранга один $c_0 = F_{\mathcal{L}}(c_{\mathcal{L}}) = q$ и ее образами $c_1 = F_{\mathcal{R}}(c_0)$, $c_2 = F_{\mathcal{L}}(c_1)$, $c_3 = F_{\mathcal{M}}(c_2)$, $c_4 = F_{\mathcal{L}}(c_3)$, $c_5 = F_{\mathcal{M}}(c_4)$, $c_6 = F_{\mathcal{L}}(c_5)$, $c_7 = F_{\mathcal{M}}(c_6)$ (рис. 5). На рис. 9 (а) показан четырехполосный хаотический аттрактор:

$$B_1 = F(B_0), \quad B_2 = F(B_1), \quad B_3 = F(B_2), \quad B_0 = F(B_3),$$

где [22, 28].

$$B_0 = [c_7, c_3], \quad B_1 = [c_4, c_0], \quad B_2 = [c_1, c_5], \quad B_3 = [c_2, c_6].$$

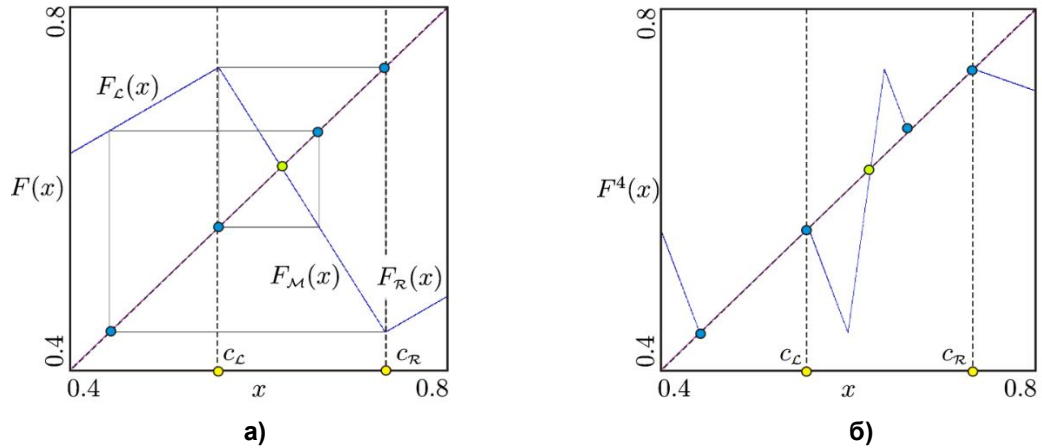


Рис. 7. Бифуркация удвоения периода 2-цикла $\mathcal{O}_{LM}$. а – $F(x)$. б – $F^4(x)$

Fig. 7. Flip bifurcation for $\mathcal{O}_{LM}$. а – $F(x)$. б – $F^4(x)$

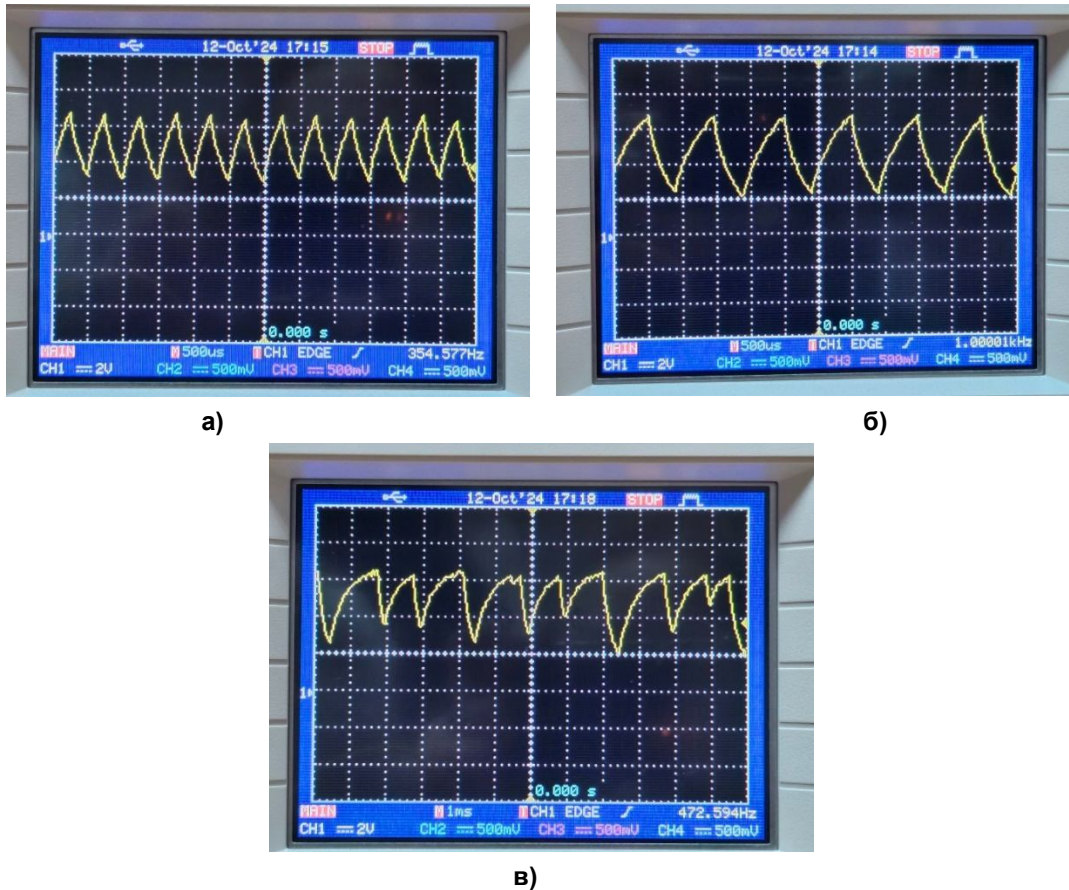


Рис. 8. Экспериментальные диаграммы напряжения нагрузки $V_{load} = Ri$: а – неподвижная точка $\mathcal{O}_M$

отображения (8), отвечающая периодическим колебаниям V_{load} с периодом внешнего воздействия; б – цикл $\mathcal{O}_{LM}$ периода 2, который возникает из неподвижной точки через бифуркацию удвоения периода; в – хаотические колебания

Fig. 8. Experimental waveforms of a load voltage $V_{load} = Ri$. а – Fixed point $\mathcal{O}_M$ of the map (8),

corresponding to periodic oscillations V_{load} with a forced periodic action; б – Period two cycle $\mathcal{O}_{LM}$, arising in a flip bifurcation for a fixed point; в – Chaotic oscillations

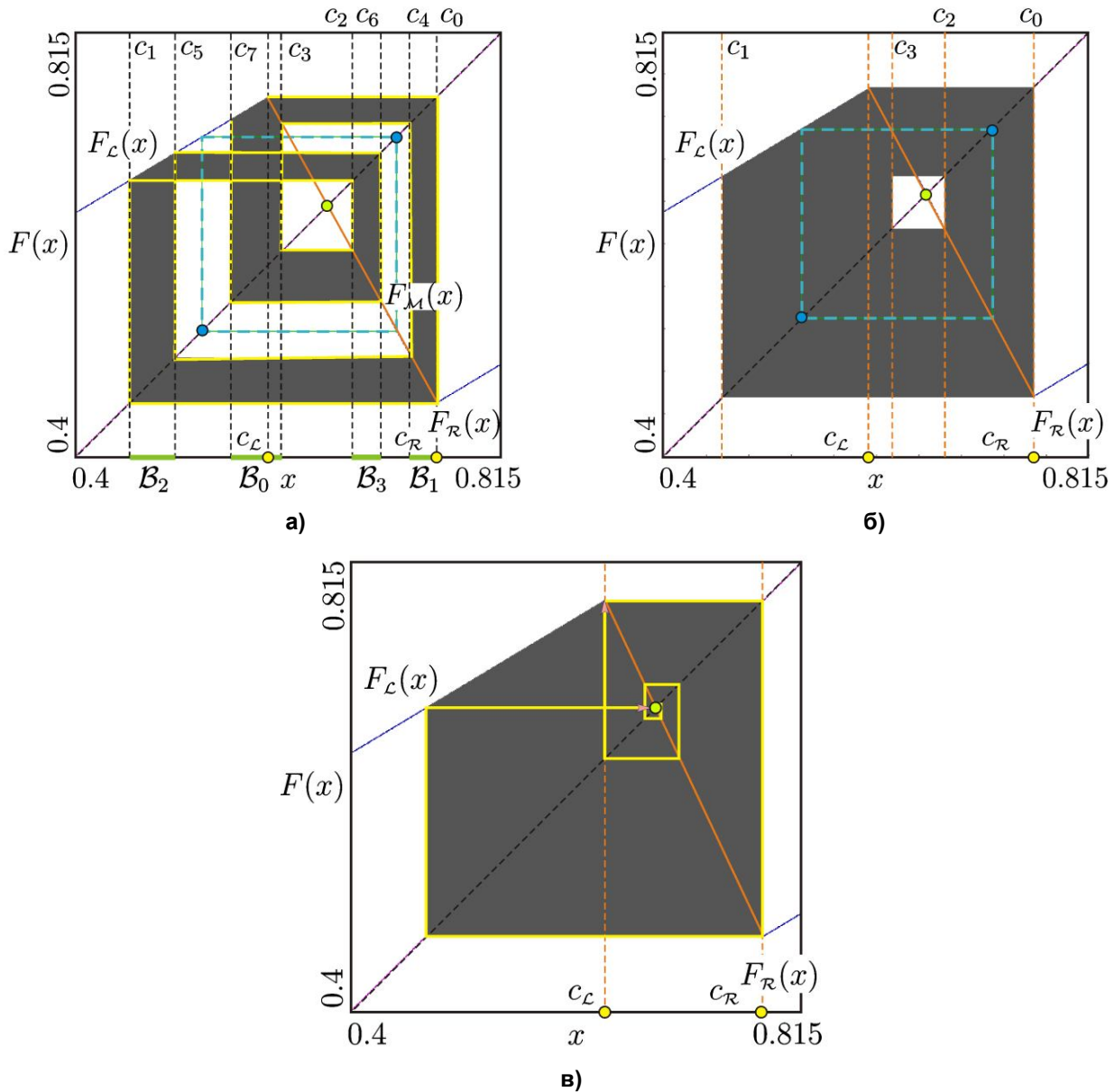


Рис. 9. Четырех-, двух- и однополосный хаотические аттракторы

Fig. 9. Four-, two- and single-band chaotic attractors

В точке $q=q_{H2}$ неустойчивый 2-цикл $\mathcal{O}_{LM}$ с отрицательным мультипликатором (рис. 5) сталкивается с границами c_4 , c_6 и c_5 , c_7 .

Бифуркационное значение параметра q находилось из условия, когда критическая точка $c_4=F_L(c_3)$ или $c_6=F_L(c_5)$ сливается в точке бифуркации с неустойчивым циклом $\mathcal{O}_{LM}$ периода 2.

Это условие дает квадратное уравнение:

$$(e^{2\lambda} - e^{3\lambda})q^2 + (1 - e^\lambda)q - 1 + e^\lambda = 0. (11)$$

Положительное решение (11) есть бифуркационное значение q_{H2} параметра q , при котором возникает двухполосный хаотический аттрактор (см. рис. 9 (б), $q=q_{H2} \approx 0,7591261579$).

При дальнейшем увеличении q двухполосный хаотический аттрактор переходит в однополосный (рис. 9 (в)), когда в точке $q=q_{H1}$ полосы хаотического аттрактора, определяемые границами c_2 и c_3 сливаются с неустойчивой неподвижной точкой $\mathcal{O}_M$ ($\rho(\mathcal{O}_M) < -1$). Бифуркационное значение параметра удовлетворяет уравнению

$$e^{2\lambda} q^2 + q - 1 = 0. \quad (12)$$

Учитывая, что значение q может быть только положительным, получим $q = q_{H1} \approx 0,77899956274$.

Мы ограничились изучением бифуркаций слияния («merging») циклов хаотических интервалов. При больших значениях q наблюдается каскад бифуркаций расширения («expansion»). Исследование таких переходов является предметом другой статьи (см. также [4, 22]).

Выводы

В данной статье представлены результаты бифуркационного анализа системы управления с широтно-импульсной модуляцией второго рода с бесконечным коэффициентом усиления цепи обратной связи, поведение которой описывается кусочно-линейным отображением.

Статья является продолжением работы [4]. В отличие от [4] введена дискретная математическая модель, допускающая детальный численно-аналитический бифуркационный анализ. Такая модель сохраняет главное свойство кусочно-линейного отображения, которое доказано в [4].

Выполнен анализ вырожденных бифуркаций удвоения периода. Показано, что рассматриваемое отображение обладает и другим свойством, которое заключается в следующем. В точке бифуркации удвоения периода неподвижной точки появляется интервал I , на границах которого лежат две точки цикла удвоенного периода. Причем, любая точка I есть периодическая точка с периодом два. Доказано, что точки цикла удвоенного периода, лежащие на границе I , совпадают с двумя многообразиями переключения.

В качестве конкретного примера реальной физической системы, изучение которой сводится к кусочно-линейному отображению с таким свойством, рассмотрен преобразователь энергии с широтно-импульсным управлением. Приведены осциллограммы колебаний напряжения нагрузки, отвечающие неподвижной точке, циклу периода два и хаотическим режимам.

Изучены бифуркации слияния циклов хаотических интервалов. Такие бифуркации известны еще как кризисы хаотических аттракторов («merging crisis»). В точке бифуркации неустойчивая неподвижная точка с отрицательным мультипликатором сталкивается с границами хаотических аттракторов. Границы же хаотических аттракторов образованы так называемыми критическими точками и их образами. В момент бифуркации возникает негрубая гомоклиническая орбита. В силу того, что отображение является кусочно-линейным, уравнения бифуркационных границ получены аналитически.

Список литературы

1. Кунцевич В.М., Чеховой Ю.Н. Нелинейные системы управления с частотно- и широтно-импульсной модуляцией. Киев, 1982.
2. Gelig A. Kh., Churilov A. N. Stability and oscillations of nonlinear pulse-modulated systems. Boston: Birkhauser, 1998.
3. Филиппов А.Ф. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. М.: Наука, 1985.
4. On border-collision bifurcations in a pulse system / Zh.T. Zhusubaliyev, D.V. Titov, O.O. Yanochkina, U.A. Sopuev // Automation and Remote Control. 2024. Vol. 85(2). P. 103-122. DOI:10.31857/S0005117924020025
5. О бифуркациях хаотических аттракторов в широтно-импульсной системе управления / Ж.Т. Жусубалиев, У.А. Сопуев, Д.А. Бушуев, А.С. Кучеров, А.З. Абдиракулов // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 10. Прикл. матем. Информ. проц. упр. 2024. Т. 20(1). С. 62-78. <https://doi.org/10.21638/11701/spbu10.2024.106>
6. Кипнис М.М. Хаотические явления в детерминированной одномерной широтно-импульсной системе управления // Техническая кибернетика. 1992. №1. С. 108-112.
7. Chaotic Dynamic in Two-Dimensional Noninvertible Maps / C. Mira, L. Gardini, A. Barugola, J.C. Cathala. Singapore: World Scientific, 1996.
8. Nusse H.E., Yorke J.A. Border-collision bifurcations including «period two to period three» for piecewise smooth system // Physica D. 1992. Vol. 57, no. 1-2. P. 39-57. [https://doi.org/10.1016/0167-2789\(92\)90087-4](https://doi.org/10.1016/0167-2789(92)90087-4)
9. Feigin M.I. Doubling of the oscillation period with C-bifurcations in piecewise continuous systems // Journal of Appl. Math. 1970. Vol. 34(5-6). P. 822-830. [https://doi.org/10.1016/0021-8928\(70\)90064-X](https://doi.org/10.1016/0021-8928(70)90064-X)
10. Фейгин М.И. Вынужденные колебания систем с разрывными нелинейностями. М.: Наука, 1994.
11. Local analysis of C-bifurcation in n-dimensional piecewise-smooth dynamical system / M. Di Bernardo, M.I. Feigin, S.J. Hogan, M.E. Homer // Chaos, Solitons and Fractals/ 1999. Vol. 19, № 11. P. 1881-1908. [https://doi.org/10.1016/S0960-0779\(98\)00317-8](https://doi.org/10.1016/S0960-0779(98)00317-8)
12. Banerjee S., Verghese C.C. (eds.) Nonlinear Phenomena in Power Electronics. New York: IEEE Press, 2001.
13. Zhusubaliyev Zh.T., Mosekilde E. Bifurcations and Chaos in Piecewise-Smooth Dynamical Systems. Singapore: World Scientific, 2003.
14. Piecewise-Smooth Dynamical Systems: Theory and Applications / M. Di Bernardo, C.J. Budd, A.R. Champneys, P. Kowalczyk. London: Springer-Verlag, 2008.
15. Bifurcations in nonsmooth dynamical systems / M. Di Bernardo, C.J. Budd, P. Kowalczyk, A.B. Nordmark, G.O. Tost, P.T. Piiroinen // SIAM Review. 2008. Vol. 50. P. 629-701. <https://doi.org/10.1137/050625060>
16. Simpson D.J.W. Border-collision bifurcations in R^N // SIAM Review. 2016. Vol. 58. P. 177-226. <https://doi.org/10.1137/15M1006982>

17. Bifurcations of chaotic attractors in one-dimensional maps / V. Avrutin, L. Gardini, M. Schanz, I. Sushko // *Int. J. Bifurcations and Chaos*. 2014. Vol. 24. P. 1440012. <https://doi.org/10.1137/15M1006982>
18. Border collision bifurcation of a resonant closed invariant curve / Zh.T. Zhusubaliyev, V. Avrutin, I. Sushko L. Gardini // *Chaos*. 2022. Vol. 32. P. 043101. <https://doi.org/10.1063/5.0086419>
19. Kuznetsov Yu. A. *Elements of Applied Bifurcation Theory*. New York: Springer-Verlag, 2004.
20. Guckenheimer J., Holmes P. *Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems, and Bifurcations of Vector Fields*. Springer-Verlag: New York, 2013.
21. Sushko I., Gardini L. Degenerate bifurcations and border collisions in piecewise smooth 1A and 2D maps // *Int. J. Bifurcations and Chaos*. 2010. Vol. 20, no. 7. P. 2014-2070. <https://doi.org/10.1142/S0218127410026927>
22. Continuous and Discontinuous Piecewise-Smooth One-Dimensional Maps: Invariant Sets and Bifurcation Structures. / V. Avrutin, L. Gardini, I. Sushko, F. Tramontana. Singapore: World Scientific, 2019.
23. Grebogi C., Ott E., Yorke J. A. Chaotic attractors in crisis // *Phys. Rev. Lett.* 1982. Vol. 48. P. 1507-1510. DOI:<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.48.1507>
24. Rasliid M.H. *Power Electronics Handbook*. Butterworth-Heinemann, 2018.
25. Blaabjerg F. *Control of Power Electronic Converters and Systems*. Academic Press, 2021.
26. Avrutin V., Eckstein E., Schanz M. On detection of multi-band chaotic attractors // *Proceedings of Royal Society A*. 2007. Vol. 463. P. 1339-1358. <https://doi.org/10.1098/rspa.2007.1826>

References

1. Kuntsevich V.M., Chekhovoi Yu.N. *Nonlinear systems with frequency and pulse-width modulations*. Kiev; 1982. (In Russ.).
2. Gelig A. Kh., Churilov A. N. *Stability and oscillations of nonlinear pulse-modulated systems*. Boston: Birkhauser; 1998.
3. Filippov A.F. *Differentsial'nye uravneniya s razryvnoi pravoi chast'yu*. Moscow: Nauka; 1985. (In Russ.).
4. Zhusubaliyev Zh.T., Titov D.V., Yanochkina O.O., Sopuev U.A. On border-collision bifurcations in a pulse system. *Automation and Remote Control*. 2024; 85(2): 103-122. DOI:10.31857/S0005117924020025
5. Zhusubaliyev Zh. T., Sopuev U. A., Bushuev D. A., Kuchеров A. S., Abdirasulov A. Z. On bifurcations of chaotic attractors in a pulse width modulated control system. *Vestn. S.-Peterburg. un-ta. Ser. 10. Prikl. matem. Inform. prots. upr. = Vestnik of Saint Petersburg University. Applied Mathematics. Computer Science. Control Processes*. 2024; 20(1): 62–78. (In Russ.). <https://doi.org/10.21638/11701/spbu10.2024.106>
6. Kipnis M. M. Chaotic phenomena in a deterministic one- dimensional pulse-width modulated control system. *Tekhnicheskaya kibernetika = Technical kibernetics*. 1992; (1): 108–112. (In Russ.).

7. Mira C., Gardini L., Barugola A., Cathala J.C. Chaotic Dynamic in Two-Dimensional Noninvertible Maps. Singapore: World Scientific; 1996.
8. Nusse H.E., Yorke J.A. Border-collision bifurcations including «period two to period three» for piecewise smooth system. *Physica D*. 1992; 57 (1-2): 39-57. [https://doi.org/10.1016/0167-2789\(92\)90087-4](https://doi.org/10.1016/0167-2789(92)90087-4)
9. Feigin M.I. Doubling of the oscillation period with C-bifurcations in piecewise continuous systems. *Journal of Appl. Math.* 1970; 34(5-6): 822-830. [https://doi.org/10.1016/0021-8928\(70\)90064-X](https://doi.org/10.1016/0021-8928(70)90064-X)
10. Feigin M.I. Forced oscillations of systems with discontinuous nonlinearities. Moscow: Nauka; 1994. (In Rus.).
11. Di Bernardo M., Feigin M.I., Hogan S.J., Homer M.E. Local analysis of C-bifurcation in n-dimensional piecewise-smooth dynamical system. *Chaos, Solitons and Fractals*. 1999; 19 (11): 1881-1908. [https://doi.org/10.1016/S0960-0779\(98\)00317-8](https://doi.org/10.1016/S0960-0779(98)00317-8)
12. Banerjee S., Verghese C.C. (eds.) Nonlinear Phenomena in Power Electronics. New York: IEEE Press; 2001.
13. Zhusubaliyev Zh.T., Mosekilde E. Bifurcations and Chaos in Piecewise-Smooth Dynamical Systems. Singapore: World Scientific; 2003.
14. Di Bernardo M., Budd C.J., Champneys A.R., Kowalczyk P. Piecewise-Smooth Dynamical Systems: Theory and Applications. London: Springer-Verlag; 2008.
15. Di Bernardo M., Budd C.J., Kowalczyk P., Nordmark A.B. Tost G.O., Piiroinen P.T. Bifurcations in nonsmooth dynamical systems. *SIAM Review*. 2008; 50: 629-701. <https://doi.org/10.1137/050625060>
16. Simpson D.J.W. Border-collision bifurcations in RN. *SIAM Review*. 2016; 58: 177-226. <https://doi.org/10.1137/15M1006982>
17. Avrutin V., Gardini L., Schanz M., Sushko I. Bifurcations of chaotic attractors in one-dimensional maps. *Int. J. Bifurcations and Chaos*. 2014; 24: 1440012. <https://doi.org/10.1137/15M1006982>
18. Zhusubaliyev Zh.T., Avrutin V., Sushko I., Gardini L. Border collision bifurcation of a resonant closed invariant curve. *Chaos*. 2022; 32: 043101. <https://doi.org/10.1063/5.0086419>
19. Kuznetsov Yu. A. Elements of Applied Bifurcation Theory. New York: Springer-Verlag; 2004.
20. Guckenheimer J., Holmes P. Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems, and Bifurcations of Vector Fields. New York: Springer-Verlag; 2013.
21. Sushko I., Gardini L. Degenerate bifurcations and border collisions in piecewise smooth 1A and 2D maps. *Int. J. Bifurcations and Chaos*. 2010; 20(7): 2014-2070. <https://doi.org/10.1142/S0218127410026927>
22. Avrutin V., Gardini L., Sushko I., Tramontana F. Continuous and Discontinuous Piecewise-Smooth One-Dimensional Maps: Invariant Sets and Bifurcation Structures. Singapore: World Scientific; 2019.
23. Grebogi C., Ott E., Yorke J. A. Chaotic attractors in crisis. *Phys. Rev. Lett.* 1982; 48: 1507-1510. DOI:<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.48.1507>

24. Rasliid M.H. Power Electronics Handbook. Batterworth-Heinmann; 2018.
25. Blaabjery F. Control of Power Electronic Converters and Systems. Academic Press; 2021.
26. Avrutin V., Ecketein E., Schanz M. On detection of multi-band chaotic attractors. *Proceedings of Royal Society A*. 2007; 463: 1339-1358. <https://doi.org/10.1098/rspa.2007.1826>

Информация об авторах / Information about the Authors

Жусубалиев Жаныбай Турсунбаевич, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры вычислительной техники, руководитель Международной научной лаборатории динамики негладких систем, Юго-Западный государственный университет, г. Курск, Российская Федерация, e-mail: zhanybai@gmail.com
ORCID: <https://orcid.org/0009-0009-3117-5595>

Zhanybai T. Zhusubaliyev, Dr. of Sci. (Engineering), Professor, Professor of Computer Engineering Department, Head of the International Scientific Laboratory of Dynamics of Nonsmooth Systems of Space, Southwest State University, Kursk, Russian Federation, e-mail: zhanybai@gmail.com
ORCID: <https://orcid.org/0009-0009-3117-5595>

Иванова Елена Николаевна, кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры вычислительной техники, Юго-Западный государственный университет, г. Курск, Российская Федерация, e-mail: verksel@mail.ru
ORCID: <https://orcid.org/0009-0003-4466-5928>

Elena N. Ivanova, Cand. of Sci. (Engineering), Associate Professor, Associate Professor of Computer Engineering Department, Southwest State University, Kursk, Russian Federation, e-mail: verksel@mail.ru
ORCID: <https://orcid.org/0009-0003-4466-5928>

Сопуев Уланбек Адахимжанович, кандидат физико-математических наук, доцент, Институт математики, физики, техники и информационных технологий, заведующий кафедрой высшей математики, Ошский государственный университет, г. Ош, Кыргызстан, e-mail: ulansopuev@mail.ru

Ulanbek A. Sopuev, Cand. of Sci. (Physico-Mathematical), Associate Professor, Institute of Mathematics, Physics, Engineering and Information Technology, Head of Higher Mathematics Department, Osh State University, Osh, Kyrgyzstan, e-mail: ulansopuev@mail.ru

Жумашева Жадира Токановна, кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры механики, Казахский национальный университет им. Аль-Фараби, г. Алматы, Казахстан, e-mail: Zhadyra_14@mail.ru

Zhadira T. Zhumasheva, Cand. of Sci. (Engineering), Associate Professor, Associate Professor of Mechanics Department, al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan, e-mail: Zhadyra_14@mail.ru

Цуканов Дмитрий Юрьевич, студент, Юго-Западный государственный университет, г. Курск, Российская Федерация, e-mail: dmitrtsukanov@yandex.ru

Dmitriy Yu. Tsukanov, Student, Southwest State University, Kursk, Russian Federation, e-mail: dmitrtsukanov@yandex.ru

Оригинальная статья / Original article

УДК 519.816

<https://doi.org/10.21869/2223-1560-2024-28-4-57-66>



Когнитивные технологии в принятии управленческих решений

С. П. Серегин¹, А. Р. Федорова¹, Ю. А. Халин¹ ✉, А. И. Катыхин¹

¹ Юго-Западный государственный университет
ул. 50 лет Октября, д. 94, г. Курск 305040, Российская Федерация

✉ e-mail: yur-khalin@yandex.ru

Резюме

Цель исследования. Повышение эффективности и достоверности принимаемых управленческих решений, на основе комплексного анализа исследуемой предметной области и разработки формальной модели ситуации, описывающей процесс принятия решений и включающей в себя когнитивные технологии.

Методы. В статье проведен анализ понятия «решение», показан кибернетический подход к процессу принятия управленческого решения. В результате проведенного анализа выявлено, что во многих предметных областях (особенно общественных и других науках, занимающихся исследованием человеческого поведения) возникают затруднения в формальном описании процессов принятия решений. В работе предлагается подход к разработке управленческих решений, основанный на применении когнитивных технологий, представляющих в настоящее время быстро развивающуюся отрасль современной науки. Одним из элементов когнитивных технологий, используемых в работе, являются когнитивные карты.

Результаты. В работе рассмотрены три классические ситуации принятия решения (в условиях определенности, риска и неопределенности), две последние из которых обусловлены неполнотой информации об описываемом объекте и его внешней среде. Для формализации процессов принятия управленческих решений предлагается использовать когнитивные технологии, в частности предложен один из вариантов построения нечеткой когнитивной карты принятия управленческого решения, позволяющей выявлять устойчивые и неустойчивые тенденции развития, возникающих ситуаций, а также проводить факторный анализ эффективности принимаемых управленческих решений.

Заключение. В результате исследования было показано, что использование когнитивных технологий является адекватным инструментарием при принятии управленческих решений. Показана целесообразность построения нечетких когнитивных карт при формировании управленческого решения, что обеспечит повышение их качества и эффективности.

Ключевые слова: принятие решений; управление; когнитивные технологии; нечеткая когнитивная карта; эффективность.

Конфликт интересов: Авторы декларируют отсутствие явных и потенциальных конфликтов интересов, связанных с публикацией настоящей статьи.

Для цитирования: Когнитивные технологии в принятии управленческих решений / С.П. Серегин, А.Р. Федорова, Ю.А. Халин, А.И. Катыхин // Известия Юго-Западного государственного университета. 2024; 28(4): 57-66. <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2024-28-4-57-66>.

Поступила в редакцию 12.09.2024

Подписана в печать 24.10.2024

Опубликована 10.12.2024

Cognitive technologies in management decision-making

Stanislav P. Seregin ¹, Anastasia R. Fedorova ¹, Yuri A. Khalin ¹ ✉,
Aleksandr I. Katykhin ¹

¹ Southwest State University
50 Let Oktyabrya str. 94, Kursk 305040, Russian Federation

✉ e-mail: yur-khalin@yandex.ru

Abstract

Purpose of research. Improving the effectiveness and reliability of management decisions based on a comprehensive analysis of the subject area under study and the development of a formal model of the situation describing the decision-making process and including cognitive technologies.

Methods. The article analyzes the concept of "decision", shows a cybernetic approach to the process of making a managerial decision. As a result of the analysis, it was revealed that in many subject areas (especially social and other sciences engaged in the study of human behavior) difficulties arise in the formal description of decision-making processes. The paper proposes an approach to the development of management decisions based on the use of cognitive technologies, which currently represent a rapidly developing branch of modern science. One of the elements of cognitive technologies used in the work is cognitive maps.

Results. The paper considers three classic decision-making situations (under conditions of certainty, risk and uncertainty), the last two of which are due to incomplete information about the described object and its external environment. To formalize the processes of managerial decision-making, it is proposed to use cognitive technologies, in particular, one of the options for constructing a fuzzy cognitive map of managerial decision-making is proposed, which allows identifying stable and unstable development trends, emerging situations, as well as conducting a factor analysis of the effectiveness of managerial decisions.

Conclusion. As a result of the study, it was shown that the use of cognitive technologies is an adequate tool for making managerial decisions. The expediency of constructing fuzzy cognitive maps in the formation of a management decision is shown, which will ensure an increase in their quality and effectiveness.

Keywords: decision-making; management; cognitive technologies; fuzzy cognitive map; efficiency.

Conflict of interest. The Authors declare the absence of obvious and potential conflicts of interest related to the publication of this article.

For citation: Seregin S. P., Fedorov A. R., Khalin Y. A., Katykhin A. I. Cognitive technologies in management decision-making. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta* = *Proceedings of the Southwest State University*. 2024; 28(4): 57-66 (In Russ.). <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2024-28-4-57-66>.

Received 12.09.2024

Accepted 24.10.2024

Published 10.12.2024

Введение

Принятие решений является важнейшим процессом, обеспечивающим управление объектами любой природы (тех-

ническая система, экономика, социология, политология, медицина и т.п.). Понятие «решение» в зарубежной литературе имеет несколько интерпретаций [1, 2, 3, 4] (табл. 1).

Таблица 1. Сравнительный анализ понятия «решение»**Table 1.** Comparative analysis of the concept of "solution"

alternative, decision	выбор возможностей / the choice of possibilities
solving, choice	поиск предпочтительного варианта
solution, resolution	получение в ходе принимаемого решения некоторого ответа
decree, order	указы. постановления, приказы и т.п.

С кибернетической точки зрения принятие решений представляет собой процесс преобразования и обработки информации, описывающей состояние объекта управления и его окружение, для достижения им целевой функции.

Применительно к нашему исследованию, под принятием решений будем понимать выбор наилучшей из множества альтернатив. Причём под альтернативами понимают не обязательно множество каких-либо объектов, а возможные варианты действий и поведения в конкретных возникших ситуациях.

Теория принятия решений как наука прошлый долгий этап развития от интуитивного выбора до сложной междисциплинарной науки. Исторически было выделено два направления развития данной науки [4, 5, 6, 7]:

- Теория оптимальных и рациональных решений.
- Психологическая теория принятия решений.

Первое направление достаточно хорошо разработано, имеет широкое применение в науке и технике. Причём оптимальные решения как правило связаны с детерминированными объектами управления, к которым чаще всего от-

носят технические системы. Фактически данные задачи представляют собой классическую оптимизацию с заданными ограничениями (задача математического программирования), которые хорошо исследованы в математике. С ростом сложности исследуемого объекта возрастает и неопределённость рассматриваемой ситуации, одной из которых является случайность. Для исследования таких задач в математике хорошо разработан аппарат теории вероятностей и математической статистики, вследствие чего появилось направление «стохастическое программирование» [2, 8, 6, 9, 7].

Помимо случайности могут возникать и другие виды неопределённости, в частности, когда нам известно распределение вероятностей состояний внешней и внутренней среды говорят о принятии решений в условиях риска, а когда данное распределение неизвестно – принятие решений в условиях неопределённости. Другим математическим аппаратом, позволяющим устранить неопределённость, является теория нечёткой логики, в основе которой лежит понятие лингвистической переменной, для которой формируется набор термов с заданными функциями принадлежности [10, 11, 12, 13].

Стоит отметить, что на практике часто возникают ситуации, когда затруднительно или вообще невозможно получить аналитическое выражение для целевой функции. В этом случае могут применяться новые интеллектуальные технологии – генетические и биоинспирированные алгоритмы.

Рациональные решения как правило характерны для общественных и других наук, объектом изучения которых является человек или какой-то другой живой организм. Одной из самых развитых таких наук является экономика с её различными приложениями, которая базируется на двух постулатах:

- безграничность потребностей человека;
- ограниченность ресурсов, необходимых для устранения потребностей.

Экономическая наука строилась на предположении о рациональном поведении людей, т.е. что человек в любой ситуации будет принимать наилучшие (оптимальные) решения [1, 2, 8, 7].

Традиционно выделялось два подхода к принятию экономических решений:

- кардиналистский (количественный), в основе которого лежит получение функций полезности для каждого индивида;
- ординалистский (порядковый), основанный на построении отношения предпочтений на множестве альтернатив.

Однако практические исследования показали, что действительно люди как правило обладают ограниченной рациональностью, а в некоторых ситуациях ве-

дут себя иррационально и оппортунистически.

Второе направление теории принятия решений появилось позже и было обусловлено объективной необходимостью изучения ситуаций, в которых человек ведёт себя не так как предсказывает первое направление. Здесь на помощь приходят психология, нейрофизиология, антропология, лингвистика и другие гуманитарные науки, объектом изучения которых является человек. Основным недостатком применения данных наук является плохое формализуемость исследуемых ситуаций и как следствие сложность применяемого математического аппарата.

Описанные выше науки вместе с философией и искусственным интеллектом формируют относительно новое междисциплинарное направление – когнитологию, занимающуюся изучением познавательных процессов и регуляции поведения человека, животного и искусственного агента [14, 11, 12, 13].

Материалы и методы

Когнитивная наука включает в себя представление знаний, информационное и когнитивное взаимодействие, информирование, мышление и восприятие [15, 10, 11, 16, 12]. При использовании когнитивных технологий выделяют особые частично определённые (недоопределённые) ситуации, обусловленные ограничением имеющейся у лица, принимающего решения, информацией. В результате применения данных технологий

возможно получение новых знаний о возникшей ситуации, скрытых закономерностей и как следствие снижение неопределённости [17, 15, 10, 18].

Применительно к процессу принятия управленческих решений когнитивные технологии позволяют:

- провести анализ предметной области, выделив основные концепты, описывающие возникшую в ходе принятия решений ситуацию;
- выявить взаимное влияние концептов друг на друга, оценив знак и степень влияния;
- оценить последствия принимаемых решений на основе прогнозных оценок развития ситуации.

Формально процесс принятия управленческих решений можно описать следующим образом:

$$\langle Sit, Z, R, P, A, S, \mathcal{E}, \mathcal{E}\phi \rangle,$$

где Sit – информационная модель ситуации, возникшей при принятии решений;

Z – аналитическое выражение целевой функции, в некоторых случаях их может быть несколько;

R – ограничения, накладываемые на принимаемые решения, связанные с имеющимися ресурсами;

F – прогнозные оценки вариантов развития ситуации;

S – формирование критерия принятия решения;

$\mathcal{E}$ – привлечение экспертных оценок (при необходимости), оценка их согласованности;

$\mathcal{E}\phi$ – оценка эффективности принятых управленческих решений.

В свою очередь, в зависимости от знания информации о состоянии внешней среды выделяют три возможные ситуации (в некоторых источниках выделяют семь состояний):

$$Sit = \{S_1; S_2; S_3\},$$

где S_1 – ситуация полной определенности (в практике принятия управленческих решений встречается очень редко);

S_2 – описывает ситуацию принятия управленческих решений в условиях риска, обусловленную появлением некоторых случайных (стохастических) факторов, о которых можно получить некоторое распределение вероятности;

S_3 – ситуация полной неопределённости, обусловленная отсутствием информации о внутренней и внешней среде (на практике в таких ситуациях обычно применяют экспертные оценки).

Для формализации описанных выше ситуаций в настоящей работе предлагается использование когнитивных технологий.

Одним из основных инструментов когнитивных технологий являются взвешенные знаковые ориентированные графы, описывающие исследуемую ситуацию [15, 10, 16, 13, 19]. Полученные структуры данных получили название когнитивные карты и нашли широкое применение в различных предметных областях.

Результаты и их обсуждение

Для процесса разработки и принятия управленческого решения построим нечёткую когнитивную карту, которая позволит проводить оценку эффектив-

ности принимаемых управленческих решений.

В качестве концептов рассматриваемой предметной области выделим следующие (табл. 2).

Таблица 2. Формирование концептов когнитивной карты

Table 2. Formation of cognitive map concepts

Концепт / Concept	Описание концепта / Description of the concept
C_1	Эффективность управленческого решения
C_2	Качество принимаемых решений
C_3	Затраты на принятие решений
C_4	Априорная (открытая) информация
C_5	Закрытая информация
C_6	Шум
C_7	Экспертные оценки

В результате получается матрица:

$$W = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0.9 & -0.5 & 0.7 & 0.8 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.8 & 0.7 \\ 0 & 0.9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.7 & 0.8 & 0 & 0 & 0 & 0.7 \\ 0 & 0.8 & 0.7 & 0 & 0 & 0.7 & 0 \end{pmatrix}$$

Полученная матрица является матрицей смежности взвешенного графа, которой и представляет когнитивную карту процесса оценки эффективности управленческого решения, представленную на рис. 1.

Необходимо также отметить, что в некоторых случаях в качестве целевой функции используют показатели эффективности.

После формирования множества концептов проводится оценка степени и направления влияния одного концепта на другой.

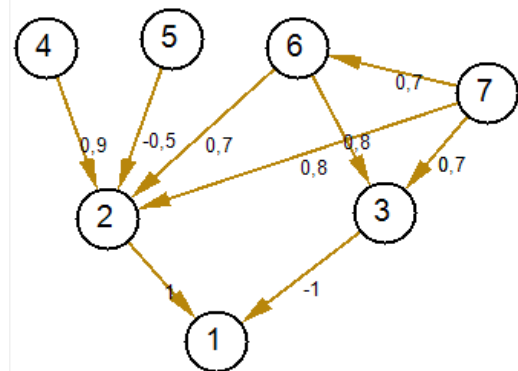


Рис. 1. Когнитивная карта процесса принятия управленческого решения

Fig. 1. Cognitive map of the management decision-making process

Однако это всегда корректно, обычно в качестве целевой функции используют некоторый результативный признак, показывающий некоторый эффект, выраженный в натуральных или стоимостных

единицах измерения. Эффективность же, в свою очередь, представляет собой относительный показатель, выражающий отношение полученного эффекта к полным затратам на принимаемое решение.

Выводы

Проведенный в настоящей работе анализ показал, что задача принятия и реализации управленческого решения имеет ряд сложностей, обусловленных недостатком информации, описывающей ситуацию принятия решения и, как правило, плохо-

формализуемостью исследуемой предметной областью. Когнитивные технологии и модели могут быть эффективным инструментальным средством, способным устранить эти сложности.

Разработанные когнитивные карты процессов принятия управленческих решений помогают формализовать возникающие ситуации, выявить устойчивые и неустойчивые тенденции, а также проводить факторный анализ эффективности принимаемых решений.

Список литературы

1. Андрейчиков А. В., Андрейчикова О. Н. Анализ, синтез, планирование решений в экономике. М.: Финансы и статистика, 2000. 368 с. EDN WJCAWT.
2. Милых В. А., Халин Ю. А. Исследование операций и методы оптимизации. Курск: Юго-Западный государственный университет, 2018. 244 с. EDN MJXHUE.
3. Карданская Н. Л. Управленческие решения. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2012. 439 с. EDN RBABJB.
4. Козелецкий Ю. Психологическая теория решений / пер. с польского Г.Е. Минца, В.Н. Поруса; под ред. Б.В. Бирюкова; послесл. Б.В. Бирюкова, О.К. Тихомирова. М.: Прогресс, 1979. 504 с. [с. 464-500].
5. Лисицин Л. А., Халин Ю. А., Лисицин А. Л. Системы поддержки принятия управленческих решений в условиях неполной информации // Известия Юго-Западного государственного университета. 2012. № 4-2(43). С. 95-99.
6. Сизов А. С., Халин Ю. А., Цепов А. Ю. Разработка концептуальных положений создания системы поддержки принятия решений для оценки рисков инвестирования малого инновационного бизнеса // Известия Юго-Западного государственного университета. Серия: Управление, вычислительная техника, информатика. Медицинское приборостроение. 2013. № 1. С. 177-181. EDN RSFMBV.
7. Питер С. Фишберг. Теория полезности для принятия решений / пер. с англ. В.Н. Воробьева и А.Я. Кирути; под ред. Н.Н. Воробьева. М.: Наука, 1978. 352с.
8. Лисицин Л. А., Халин Ю. А., Ефанова Н. С. Структурно-функциональная организация системы информационной поддержки оценки конкурентоспособности // Известия Юго-Западного государственного университета. 2012. № 4-2(43). С. 103-106.
9. Саати Т.Л. Принятие решений: Метод анализа иерархий: [пер. с англ.]. М.: Радио и связь, 1993. 314 с.

10. Модели представления и обработки знаний в информационно-аналитических системах / В. П. Добрица, Е. А. Титенко, Ю. А. Халин, А. И. Катыхин. Курск, 2023. 172 с. EDN TQXWXS.
11. Какурина А.В., Сизов А.С., Халин Ю.А. Когнитивное моделирование и прогнозирование потребления электроэнергии // Известия Юго-Западного государственного университета. 2023; 27(4): 44-61. <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2023-27-4-44-61>.
12. Федулов А.С. Нечеткие реляционные когнитивные карты // Известия РАН. Теория и системы управления. 2005. №1. С. 120-132.
13. Халин Ю.А., Афанасьев А.А., Кудинов В.А. Разработка онтологической модели предметной области для обработки данных корпоративных хранилищ // Известия Юго-Западного государственного университета. 2024. Т. 28, №2. С. 114-133. <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2024-28-2-114-133>.
14. Когнитивное моделирование информационного обеспечения игрового автоматизированного обучения / Ю.А. Халин, А.И. Катыхин, С.А. Зинкин, А.А. Шилин // Известия Юго-Западного государственного университета. 2022; 26(4): 117-131. <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2022-26-4-117-131>.
15. Васильев В.И., Ильясов Б.Г. Интеллектуальные системы управления. Теория и практика. М.: Радиотехника, 2009. 392 с.
16. Силов В.Б. Принятие стратегических решений в нечеткой обстановке. М.: ИНПРО-РЕС, 1995. 228 с.
17. Бутов А. Л., Сизов А. С., Халин Ю. А. Подход к объединению фактов в информационно-аналитических системах // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2013. Т. 11, № 2. С. 17-23.
18. Робертс Ф.С. Дискретные математические модели с приложениями к социальным, биологическим и экологическим задачам: [пер. с англ.]. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. 496 с.
19. Формализация описания неопределённости в информационных системах на основе теории нечётких множеств / С. В. Дегтярев, Ю. А. Халин, Л. А. Лисицин, В. Е. Старков // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2013. Т. 11, № 8. С. 66-69. EDN QZFZVR.

References

1. Andreychikov A.V., Andreychikova O. N. Analysis, synthesis, decision planning in economics. Moscow: Finansy i statistika; 2000. 368 p. (In Russ.). EDN WJCAWT.
2. Milykh V. A., Khalin Yu. A. Operations research and optimization methods. Kursk; 2018. 244 p. (In Russ.). EDN MJXHUE.
3. Kardanskaya N. L. Managerial decisions. Moscow: UNITY-DANA; 2012. 439 p. (In Russ.). EDN RBABJB.

4. Kozeletsky Y. Psychological theory of solutions. Moscow: Progress; 1979. 504 p. (In Russ.).
5. Lisitsin L. A., Khalin Yu. A., Lisitsin A. L. Management decision support systems in conditions of incomplete information. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta = Proceedings of the Southwest State University*. 2012; (4-2): 95-99. (In Russ.).
6. Sizov A. S., Khalin Yu. A., Tsepov A. Yu. Development of conceptual provisions for the creation of a decision support system for assessing the risks of investing in small innovative businesses. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika, informatika. Meditsinskoe priborostroenie = Proceedings of the Southwest State University. Series: Control, Computing Engineering, Information Science. Medical Instruments Engineering*. 2013; (1): 177-181. (In Russ.). EDN RSFMBV.
7. Fishberg Peter S. The theory of utility for decision-making. Moscow: Nauka; 1978. 352 p. (In Russ.).
8. Lisitsin L. A., Khalin Yu. A., Efanova N. S. Structural and functional organization of the information support system for competitiveness assessment. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta = Proceedings of the Southwest State University*. 2012; (4-2): 103-106. (In Russ.).
9. Saati T.L. Decision-making: A method for analyzing hierarchies. Moscow: Radio i svyaz'; 1993. 314 p. (In Russ.).
10. Dobritsa V. P., Titenko E. A., Khalin Yu. A., Katykhin A. I. Models of knowledge representation and processing in information and analytical systems. Kursk; 2023. 172 p. (In Russ.). EDN TQXWXS.
11. Kakurina A. V., Sizov A. S., Khalin Y. A. Cognitive Modelling and Forecasting of Electricity Consumption. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta = Proceedings of the Southwest State University*. 2023; 27(4): 44-61. (In Russ.). <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2023-27-4-44-61>.
12. Fedulov A.S. Fuzzy relational cognitive maps. *Izvestiya Rossiiskoi Akademii Nauk. Teoriya i sistemy upravleniya = Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Control theory and systems*, 2005; (1): 120-132. (In Russ.).
13. Khalin Y. A., Afanasyev A. A., Kudinov V. A. Development of an ontological model of the subject area for corporate storage data processing. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta = Proceedings of the Southwest State University*. 2024; 28(2): 114-133. (In Russ.). <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2024-28-2-114-133>.
14. Khalin Y. A., Katykhin A I., Zinkin S. A., Shilin A. A. Cognitive Modeling of Information Support for Game-Based Automated Learning. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta = Proceedings of the Southwest State University*. 2022; 26(4): 117-131. (In Russ.). <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2022-26-4-117-131>.
15. Vasiliev V.I., Ilyasov B.G. Intelligent control systems. Theory and practice. Moscow: Radiotekhnika; 2009. 392 p. (In Russ.).

16. Silov V.B. Strategic decision-making in a fuzzy environment. Moscow: INPRO-RES; 1995. 228 p. (In Russ.).
17. Butov A. L., Sizov A. S., Khalin Yu. A. An approach to combining facts in information and analytical systems. *Informatsionno-izmeritel'nye i upravlyayushchie sistemy = Information measuring and control systems*. 2013; 11(2): 17-23. (In Russ.).
18. Roberts F.S. Discrete mathematical models with applications to social, biological and environmental problems. Moscow: Nauka. Gl. ed. phys.-mat. lit.; 1986. 496 p. (In Russ.).
19. Degtyarev S. V., Khalin Yu. A., Lisitsin L. A., Starkov V. E. Formalization of the description of uncertainty in information systems based on the theory of fuzzy sets. *Informatsionno-izmeritel'nye i upravlyayushchie sistemy = Information measuring and control systems*. 2013; 11(8): 66-69. (In Russ.). EDN QZFFVR.

Информация об авторах / Information about the Authors

СерEGIN Станислав Петрович, доктор медицинских наук, профессор заведующий кафедрой биомедицинской инженерии, Юго-Западный государственный университет, г. Курск, Российская Федерация, e-mail: seregin.stanislaw2011@yandex.ru, SPIN-код: 9349-0286, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9001-8420>

Stanislav P. Seregin, Dr. of Sci. (Medical), Professor, Head of Biomedical Engineering Department, Southwest State University, Kursk, Russian Federation, e-mail: seregin.stanislaw2011@yandex.ru, SPIN-код: 9349-0286, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9001-8420>

Федорова Анастасия Романовна, аспирант кафедры программной инженерии, Юго-Западный государственный университет, г. Курск, Российская Федерация, e-mail: fedorowa.ana99@yandex.ru

Anastasia R. Fedorova, Post-Graduate Student, Software Engineering Department, Southwest State University, Kursk, Russian Federation, e-mail: fedorowa.ana99@yandex.ru

Халин Юрий Алексеевич, кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры программной инженерии, Юго-Западный государственный университет, г. Курск, Российская Федерация, e-mail: yur-khalin@yandex.ru

Yuri A. Khalin, Cand. of Sci. (Engineering), Associate Professor, Associate Professor of the Software Engineering Department, Southwest State University, Kursk, Russian Federation, e-mail: yur-khalin@yandex.ru

Катыхин Александр Иванович, кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры программной инженерии, Юго-Западный государственный университет, г. Курск, Российская Федерация, e-mail: katykhin.a@yandex.ru, ORCID: <https://orcid.org/0009-0006-9772-5367>

Aleksandr I. Katykhin, Cand. of Sci. (Engineering), Associate Professor, Associate Professor of the Software Engineering Department, Southwest State University, Kursk, Russian Federation, e-mail: katykhin.a@yandex.ru, ORCID: <https://orcid.org/0009-0006-9772-5367>

УДК 004.622

<https://doi.org/10.21869/2223-1560-2024-28-4-67-85>



Эффективность ETL-процесса для предиктивной аналитики

А. В. Олейникова ¹ ✉, И. О. Бондарева ¹, А. А. Олейников ¹

¹ Астраханский государственный технический университет
ул. Татищева, д. 16, г. Астрахань 414056, Российская Федерация

✉ e-mail: a.oleynikova.astu@mail.ru

Резюме

Цель исследования. В настоящей работе исследуется эффективность различных методов обработки пропущенных значений в датафреймах применительно к задачам предобработки данных в рамках предиктивной аналитики. В качестве тестовых данных используются три открытых датасета, которые содержат информацию о характеристиках зданий, метеорологических условиях и энергопотреблении. Цель исследования состоит в выявлении наиболее эффективного метода для предобработки данных в процессе ETL для решения задач предиктивной аналитики.

Методы. В работе происходит объединение датафреймов из каждого датасета и анализ стандартных методов модуля *Pandas*, высокоуровневой библиотеки языка *Python*, таких как прямое присваивание, использование индексов, а также метод *fillna* с словарем. Кроме того, разработан модуль на языке *Cython*, С-подобном языке программирования, для оптимизации процесса заполнения пропущенных значений, произведена оценка производительности каждого метода.

Результаты. Результаты демонстрируют, что прямое присваивание является наиболее эффективным методом с точки зрения производительности в *Pandas*. Применение *Cython*, хотя теоретически и способно ускорить вычисления, в данном случае показало значительное снижение производительности из-за накладных расходов на преобразование данных и взаимодействие между *Python* и *Cython*. Профилирование кода подтвердило, что местом с недостаточной производительностью являются операции *Pandas*, а не выполнение *Cython* кода.

Выводы. Таким образом, для большинства задач ETL рекомендуется использовать оптимизированные методы *Pandas*, а *Cython* следует применять только в случаях критической необходимости повышения производительности и при тщательной оптимизации кода для минимизации накладных расходов, так как написание кода, аналогичного *Pandas*, потребует значительных ресурсов, в том числе и для его оптимизации, что в большинстве случаев является избыточным.

Ключевые слова: предиктивная аналитика; пропущенные значения; профилирование; предобработка данных; *pandas*; *cython*; *etl*.

Конфликт интересов: Авторы декларируют отсутствие явных и потенциальных конфликтов интересов, связанных с публикацией настоящей статьи.

Для цитирования: Олейникова А. В., Бондарева И. О., Олейников А. А. Эффективность ETL-процесса для предиктивной аналитики // Известия Юго-Западного государственного университета. 2024; 28(4): 67-85. <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2024-28-4-67-85>.

Поступила в редакцию 30.10.2024

Подписана в печать 21.11.2024

Опубликована 10.12.2024

ETL Process Efficiency for Predictive Analytics

Alla V. Oleynikova ¹ ✉, Irina O. Bondareva ¹, Aleksandr A. Oleynikov ¹

¹ Astrakhan State Technical University

16 Tatishcheva str., Astrakhan 414056, Russian Federation

✉ e-mail: a.oleynikova.astu@mail.ru

Abstract

Purpose of research. This paper investigates the effectiveness of different missing value handling methods in dataframes for data preprocessing tasks in predictive analytics. Three open datasets containing information on building characteristics, meteorological conditions, and energy consumption are used as test data. The goal of the study is to identify the most effective method for data preprocessing in the ETL process for solving predictive analytics problems.

Methods. The paper combines dataframes from each dataset and analyzes standard methods of the Pandas module, a high-level library of the Python language, such as direct assignment, the use of indexers, and the fillna method with a dictionary. In addition, a module in Cython, a C-like programming language, is developed to optimize the process of filling missing values, and the performance of each method is evaluated.

Results. The results demonstrate that direct assignment is the most effective method in terms of performance in Pandas. Using Cython, although theoretically capable of speeding up calculations, in this case showed a significant decrease in performance due to the overhead of data transformation and interaction between Python and Cython. Code profiling confirmed that the place with insufficient performance is Pandas operations, not Cython code execution.

Conclusion. Thus, for most ETL tasks, it is recommended to use optimized Pandas methods, and Cython should be used only in cases of critical need for performance improvement and with careful optimization of the code to minimize overhead, since writing code similar to Pandas will require significant resources, including for its optimization, which in most cases is redundant.

Keywords: predictive analytics; missing values; profiling; data preprocessing; pandas; cython; etl.

Conflict of interest. The authors declare the absence of obvious and potential conflicts of interest related to the publication of this article.

For citation: Oleynikova A. V., Bondareva I. O., Oleynikov A. A. ETL Process Efficiency for Predictive Analytics // *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta = Proceedings of the Southwest State University*. 2024; 28(4): 67-85 (In Russ.). <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2024-28-4-67-85>.

Received 30.10.2024

Accepted 21.11.2024

Published 10.12.2024

Введение

В процессе решения задачи предиктивной аналитики, ключевым этапом является ETL-процесс, включающий извлечение, трансформацию, загрузку, на-

правленный на подготовку данных для последующего анализа и моделирования. Особую актуальность приобретает проблема обработки пропущенных значений, поскольку даже незначительные пробелы

в данных могут существенно повлиять на точность и достоверность результатов моделирования [1-5, 6-8].

В качестве инструментария для проведения ETL процесса и обработки пропущенных значений, в текущих условиях, наиболее целесообразно использовать приложения, не привязанные к какой-либо платформе. Кроссплатформенное приложение Jupyter Notebook, работающее на базе языка программирования Python, может функционировать как на базе операционных систем (ОС) windows, так и под управлением unix подобных ОС linux. Преимуществом Jupyter Notebook, в отличие от по code платформ, является его гибкость и расширяемость, обусловленная богатым набором специализированных библиотек. В частности, библиотека Pandas предоставляет широкие возможности

для управления данными и обработкой пропущенных значений [9, 6, 10-12].

Материалы и методы

В качестве основы для анализа использовались три открытых датасета ASHRAE: `building_metadata.csv.gz`, `weather_train.csv.gz` и `train.0.0.csv.gz` с датафреймами `buildings`, `weather` и `energy_0`. Эти датасеты содержат информацию о характеристиках зданий, метеорологических условиях и показаниях счетчиков потребления энергии (рис. 1).

Графическое представление датафрейма `energy_0` представляет собой временной ряд (рис. 2).

В исходных датафреймах присутствуют несколько столбцов, в которых пропущенные (NaN) значения необходимо заменить на логически правильные (табл. 1) [13,14,15].

	building_id	meter	timestamp	meter_reading
0	0	0	2016-01-01 00:00:00	0.0
1	0	0	2016-01-01 01:00:00	0.0
2	0	0	2016-01-01 02:00:00	0.0
3	0	0	2016-01-01 03:00:00	0.0
4	0	0	2016-01-01 04:00:00	0.0

Рис. 1. Заголовок датафрейма `energy_0`

Fig. 1. Dataframe header `energy_0`

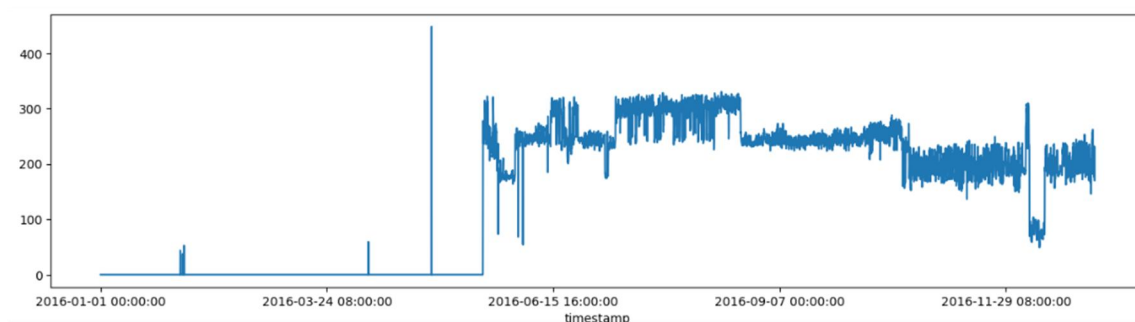


Рис. 2. График датафрейма `energy_0` по осям `timestamp` и `meter_reading`

Fig. 2. Graph of the `energy_0` dataframe on the `timestamp` and `meter_reading` axes

Таблица 1. Правила замены NaN значений в датафрейме**Table 1.** Rules for replacing NaN values in a dataframe

Название столбца / Column Name	Правило замены / Replacement Rule	Значение / Value
air_temperature	NaN - 0	Температура
cloud_coverage	NaN - 0	Облачность
dew_temperature	NaN - 0	Точка росы
precip_depth_1_hr	NaN - 0	Осадки
sea_level_pressure	среднее	Атмосферное давление
wind_direction	среднее	Направление ветра

Правила замены руководствуются логикой и основываются на предположении, что пропущенное значение может означать отсутствие измеряемого параметра [2, 16, 17]. При этом: Температура – 0 градусов Цельсия, реальная температура, которая может быть зафиксирована; Облачность – 0% облачности – ясное небо; Точка росы – может

быть близка к 0°C при определенных условиях; Осадки – 0 мм осадков означает отсутствие дождя.

Эти правила будут использованы при заполнении пропущенных значений в объединенном датафрейме energy_0, который был получен путем объединения данных датафреймов energy_0, buildings, weather (рис. 3) [12-14, 18-20].

```
<class 'pandas.core.frame.DataFrame'>
RangeIndex: 8784 entries, 0 to 8783
Data columns (total 16 columns):
#   Column                Non-Null Count  Dtype
---  -
0   timestamp              8784 non-null   object
1   site_id                 8784 non-null   int64
2   building_id             8784 non-null   int64
3   meter                   8784 non-null   int64
4   meter_reading           8784 non-null   float64
5   primary_use             8784 non-null   object
6   square_feet             8784 non-null   int64
7   year_built              8784 non-null   float64
8   floor_count             0 non-null      float64
9   air_temperature         8784 non-null   float64
10  cloud_coverage          8784 non-null   float64
11  dew_temperature         8784 non-null   float64
12  precip_depth_1_hr       8784 non-null   float64
13  sea_level_pressure       8784 non-null   float64
14  wind_direction          8784 non-null   float64
15  wind_speed              8784 non-null   float64
dtypes: float64(10), int64(4), object(2)
memory usage: 1.1+ MB
```

Рис. 3. Вывод метаданных объединенного датафрейма energy_0**Fig. 3.** Outputting metadata for the merged energy_0 dataframe

После загрузки датафреймов и их объединения необходимо провести анализ набора данных на пропущенные значения. Для этого используется функционал библиотеки Pandas. С ее помощью осуществим поиск и анализ столбцов с пропущенными значениями в датафрейме `energy_0`, а в качестве примера возьмем столбец “объем осадков в миллиметрах в час” (`precip_depth_1_hr`). В начале запускается цикл, осуществляющий итерацию по столбцам в датафрейме `energy_0`. Подсчет пропущенных значений происходит в цикле. Здесь создается логический ряд, указывающий, является ли каждое значение в столбце пустым (`True`) или нет (`False`). Далее происходит суммирование всех значений `True` в логическом ряду, фактически подсчитывается количество пустых значений в конкретном столбце. Результат сохраняется в переменной и с помощью условия `if energy_nulls > 0` проверяет, превышает ли количество пропущенных значений (`energy_nulls`) в текущем столбце нуль, есть ли пропущенные значения. Если в столбце есть пропущенные значения, выводится имя столбца, а затем количество пропущенных значений, которые он содержит (табл. 2 – 3, рис.4).

Выведены будут только те строки из исходного датафрейма `energy_0`, где в столбце “`precip_depth_1_hr`” были найдены пропущенные значения (`NaN`).

На следующем этапе происходит замена пропусков в соответствии с ранее установленными правилами (см. табл. 1).

Для этого применяется метод библиотеки Pandas `.fillna()` с аргументом `inplace=True`. Аргумент `inplace=True` указывает, что изменения нужно внести непосредственно в исходный датафрейм `energy_0`. Если бы `inplace=True` не был указан, то метод `.fillna()` вернул бы новый датафрейм с внесенными изменениями, а исходный датафрейм `energy_0` остался бы без изменений.

Таблица 2. Исходный датафрейм (`energy_0`)

Table 2. Original dataframe (`energy_0`)

...	...	<code>precip_depth_1_hr</code>	...	...
...	...	2.5	...	...
...	...	NaN	...	...
...	...	1.8	...	...
...	...	NaN	...	...
...	...	0.7	...	...

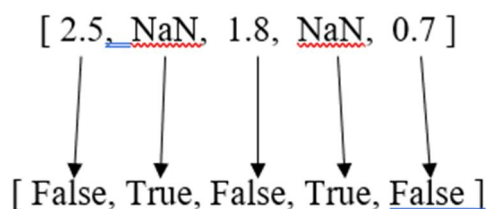


Рис. 4. Выделение столбца “`precip_depth_1_hr`” и поиск пропущенных значений (`isnull()`)

Fig. 4. Selecting the column “`precip_depth_1_hr`” and searching for missing values (`isnull()`)

Таблица 3. Фильтрация строк датафрейма по полученным `True/False`

Table 3. Filtering dataframe rows by received `True/False`

...	...	<code>precip_depth_1_hr</code>	...	...
...	...	NaN	...	...
...	...	NaN	...	...

```
C:\Users\vector06c\AppData\Local\Temp\ipykernel_21400\1682503974.py:1: FutureWarning: A value is trying to be set on
a copy of a DataFrame or Series through chained assignment using an inplace method.
The behavior will change in pandas 3.0. This inplace method will never work because the intermediate object on which
we are setting values always behaves as a copy.
```

Рис. 5. Предупреждение о недопустимости применения inplace=True в цепочках методов

Fig. 5. Warning about not using inplace=True in method chains

Тем не менее при применении указанного метода и аргумента результаты работы библиотеки Pandas могут содержать ошибочные данные. Косвенно об этом утверждает предупреждение, содержащее информацию о том, что имеет место попытка изменения не исходного датафрейма, а его копии, что вызвано применением цепочки методов (рис 5).

Библиотека Pandas не всегда может гарантировать, что изменения, сделанные с помощью inplace=True, будут применены непосредственно к исходному датафрейму, если перед этим была цепочка методов. Это связано с тем, что некоторые операции в Pandas создают копии датафреймов, а не изменяют исходный объект.

После проведения анализа наиболее подходящих для текущей задачи, математических аппаратов, выбор был сделан в пользу предикатов и аксиом (ПА). ПА позволяют формализовать датафреймы и inplace=True, в условиях, когда изучение строения библиотеки Pandas и ее механизмов избыточно. Кроме ПА были рассмотрены такие математические аппараты как реляционная алгебра на мультимножествах, теория переходов состояний, и монады.

Выбор в пользу предикатов и аксиом был обусловлен балансом между формальностью и практичностью, что сделало возможным частично формализовать поведение датафреймов и inplace=True.

Чтобы проиллюстрировать проблеме inplace=True необходимо выйти за установленные пределы размеров публикации, однако с помощью формального аппарата предикатов и аксиом покажем методы, позволяющие обойти её.

Введем следующие предикаты:

$$\text{IS_COPY}(df, df'), \quad (1)$$

где df и df' – аргументы, представляющие датафрейм.

Предикат (1) истинен (True), если df является точной копией df' и ложный (False) в противном случае.

$$\text{IS_VIEW}(df, df'). \quad (2)$$

Предикат (2) истинен (True), если df_1 является представлением (view) df' , т.е. ссылается на те же данные в памяти, но возможно с другими метаданными (например, отличающимися набором или порядком столбцов).

$$\text{HAS_VALUE}(df, i, C, v), \quad (3)$$

где i – номер строки; C – номер столбца; v – значение.

Предикат (3) истинен (True), если ячейка (i, C) в df содержит значение v .

$$\text{IS_NAN}(v). \quad (4)$$

Предикат (4) истинен (True), если значение v не является числом.

IS_DATAFRAME(df). (5)

Предикат (5) истинен (True), если df является объектом типа датафрейм.

HAS_COLUMN(df,C). (6)

Предикат (6) истинен (True), если df имеет столбец с именем C.

Аксиома 1 (Прямое присваивание столбца):

$$\begin{aligned} & \forall df \in \{DataFrame\} \forall C \in \{ColumnName\} \forall f \in \{Function\} \\ & ((IS_DATAFRAME(df) \wedge HAS_COLUMN(df,C) \wedge \\ & \wedge (df := \{MODIFY_COLUMN(df,C,f): DataFrame\}) \rightarrow \\ & \rightarrow (IS_DATAFRAME(df) \wedge HAS_COLUMN(df,C) \wedge \\ & \wedge \forall i \in \{RowIndex\} \exists v \in \{Value\} (HAS_VALUE(df,i,C,v) \wedge \\ & \wedge v = f(df_old\{i,C\})))) \end{aligned} \quad (7)$$

Обоснование аксиомы 1 (7):

Пусть df – произвольный объект датафрейм; C – произвольное имя столбца; f – функция, применяемая к каждому столбцу C. MODIFY_COLUMN(df,C,f) – функция, которая принимает (df), имя столбца (C) и функцию (f) и возвращает новый датафрейм, в котором значения столбца C модифицированы функцией f . Обозначение {...:DataFrame} указывает, что возвращаемое значение имеет тип датафрейм. Если df является датафреймом IS_DATAFRAME(df), df содержит столбец с именем C HAS_COLUMN(df,C), то присваиваем df результат функции MODIFY_COLUMN(df,C,f), который является новым датафреймом (df := {MODIFY_COLUMN(df,C,f): DataFrame}). Тогда df (после присваивания) также будет датафреймом IS_DATAFRAME(df) и df будет содержать столбец CHAS_COLUMN(df,C). Для

Ниже представлены аксиомы, формализующие методы для получения корректных данных:

1. Прямое присваивание. Новый датафрейм может создаваться в зависимости от сложности исполняемых инструкций. Если создается потом обратно присваивается energy_0.

каждой строки i в $\forall i \in \{RowIndex\}$ существует значение $v(\exists v \in \{Value\})$ такое, что верно утверждение HAS_VALUE(df,i,C,v), то есть ячейка в строке i и столбце C DataFrame df содержит значение v . Выполняется равенство $v = f(df_old\{i,C\})$, то есть значение v равно результату применения функции f к значению, которое было в ячейке i столбца C исходного датафрейма df_old.

Вывод: Аксиома 1 формально утверждает, что функция MODIFY_COLUMN, примененная к df с столбцом C и функцией f , возвращает новый датафрейм, который сохраняет свою структуру.

2. Использование индексов объектов DataFrame в Pandas для доступа по меткам .loc или доступ по позициям .iloc. Новый датафрейм не создается.

Применение индексов целесообразно, если присутствует многоуровневая индексация. То есть, если у вашей

го датафрейма есть многоуровневый индекс (MultiIndex), .loc позволяет выбирать данные по меткам на разных уровнях индекса. Используются булевы

маски. Это создает более предсказуемое поведение, так как .loc работает с исходным датафреймом, а не создаёт копии.

Аксиома 2 (Модификация с помощью индексатора):

$$\forall df \in \{\text{DataFrame}\} \forall C \in \{\text{ColumnName}\} \forall i \in \{\text{RowIndex}\} \exists v \in \{\text{Value}\} \\ ((\text{IS_DATAFRAME}(df) \wedge \text{HAS_COLUMN}(df, C) \wedge \\ \text{df.loc[:, C] := v') \rightarrow (\text{HAS_VALUE}(df, i, C, v'))) \quad (8)$$

Обоснование аксиомы 2 (8):

Пусть df – произвольный объект датафрейм; C – произвольное имя столбца; i – произвольный индекс строки, а v' – произвольное новое значение. Если df является датафреймом $\text{IS_DATAFRAME}(df)$, и df содержит столбец с именем C $\text{HAS_COLUMN}(df, C)$. Присваиваем значение v' (которое существует во множестве Value) всем ячейкам в столбце C DataFramedf помощью конструкции $\text{df.loc[:, C] := v'}$. Тогда, для любого индекса строки i в $df \forall i \in \{\text{RowIndex}\}$ верно утверждение $\text{HAS_VALUE}(df, i, C, v')$.

Вывод: Аксиома 2 формально описывает поведение операции присваивания значения с помощью loc[:, C] в Pandas. Она утверждает, что после присваивания нового значения v' всем ячейкам в столбце C , каждая ячейка в этом столбце (для любой строки) будет гарантированно содержать это новое значение.

Пояснение:

Кванторы $\forall$ (для любого) перед df, C и i означают, что аксиома верна для любых датафреймов, столбцов и индексов строк. Квантор $\exists$ (существует) перед v' означает, что мы предполагаем существование какого-то значения v' , которое будет присвоено. $\text{df.loc[:, C] := v'}$ – это не стандартная математическая нотация, а адаптация синтаксиса Pandas для формального описания. Данная аксиома формализует конкретное поведение Pandas и может не иметь аналогов в других языках или библиотеках.

3. Метод fillna() с dict. Можно использовать метод fillna() со словарем, чтобы заполнить пропуски в нескольких столбцах за раз. Новый датафрейм создается, но потом обратно присваивается energy_0 .

Данный способ заполнения пропущенных значений в нескольких столбцах Pandas считается наиболее эффективным из-за своей краткости.

Аксиома 3 (Заполнение пропусков с помощью словаря):

$$\forall df \in \{\text{DataFrame}\} \forall D \in \{\text{Dict}[\text{ColumnName}, \text{Value}]\} \\ (\text{IS_DATAFRAME}(df) \wedge (\text{df} := \text{df.fillna}(D))) \rightarrow (\text{IS_DATAFRAME}(df) \wedge \\ \forall C \in D.\text{keys}() \forall i \in \{\text{RowIndex}\} \\ (\text{IS_NAN}(df[\text{df.loc[:, C]}]) \rightarrow \text{HAS_VALUE}(df, i, C, D[C])) \wedge \\ \wedge (\neg \text{IS_NAN}(df[\text{df.loc[:, C]}]) \rightarrow \text{HAS_VALUE}(df, i, C, df[C]))) \quad (9)$$

Обоснование аксиомы 3 (9):

Пусть df – произвольный объект датафрейм; C – произвольное имя столбца; i – произвольный индекс строки; $df.fillna(D)$ – Функция Pandas, которая возвращает новый датафрейм, где значения NaN в столбцах, указанных в ключах словаря D , заменены соответствующими значениями из D' , где D' – это копия словаря D . $df:=$ – Оператор присваивания, обновляет df результатом выражения справа. Для любого df и любого словаря D , где ключи – это имена столбцов, а значения – заполнители $\forall df \in DataFrame \forall D \in \{Dict[ColumnName, Value]\}$. Если df является датафреймом и мы применим к нему $fillna(D)$ ($(IS_DATAFRAME(df) \wedge \wedge(df:=df.fillna(D)))$) тогда верно следующее $(\rightarrow) df$ останется датафреймом ($IS_DATAFRAME(df)$). Для каждого ключа C , присутствующего в словаре D , и для каждого индекса строки i ($\forall C \in D.keys() \forall i \in \{RowIndex\}$). Если в

исходном df значение в ячейке (i,C) было NaN ($IS_NAN(df(i,C))$), то в новом df эта ячейка будет содержать значение из словаря D , соответствующее столбцу C ($D[C]$). $(\rightarrow HAS_VALUE(df,i,C,D[C]))$. Если в исходном df значение в ячейке (i,C) не было NaN ($(\neg IS_NAN(df(i,C)))$), то в новом df эта ячейка сохранит свое исходное значение $(\rightarrow HAS_VALUE(df,i,C,df(i,C)))$.

Вывод: Аксиома 3 отражает поведение $fillna(D)$ в Pandas, подчеркивая, что исходный словарь не изменяется, а для заполнения используется его копия.

4. Функция на Cython. Cython — это язык программирования, позволяющий писать код на Python с использованием статических типов, что дает возможность компилировать этот код в С-код, работающий гораздо быстрее интерпретируемого Python. Cython легко интегрируется с Pandas, позволяя использовать преимущества обоих инструментов.

Аксиома 4 (Модификация с помощью индексатора):

$$\begin{aligned}
 & \forall df \in \{DataFrame\} \forall C \in \{ColumnName\} \forall vals \in \{ValueArray\} \\
 & (IS_DATAFRAME(df) \wedge HAS_COLUMN(df,C) \wedge \\
 & \wedge(df:=CYTHON_FILLNA(df,C,vals)) \rightarrow \\
 & \rightarrow (IS_DATAFRAME(df) \wedge HAS_COLUMN(df,C) \wedge \\
 & \wedge \forall c \in C, \forall i \in \{RowIndex\}, \exists v \in \{Value\} \\
 & (IS_NAN(df_oldi,c) \rightarrow HAS_VALUE(df,i,c,vals[IndexOf(c,C)])) \wedge \\
 & \wedge (\neg IS_NAN(df_oldi,c) \rightarrow HAS_VALUE(df,i,c,df_oldi,c)) \quad (10)
 \end{aligned}$$

Обоснование аксиомы 4 (10):

Пусть df – произвольный объект датафрейм; C – произвольное имя столбца; i – произвольный индекс строки; $vals$ – массив значений для замены NaN; $ValueArray$ –

массив значений для заполнения NaN, индексированный по порядку столбцов в C ; $CYTHON_FILLNA(df,C,vals)$ – функция Cython, которая заполняет значения NaN в столбцах C датафрейм df значе-

ниями из массива `vals`; `IndexOf(c,C)` – функция, которая возвращает индекс столбца `c` в множестве столбцов `C`; `df_old` – исходный датафрейм до применения `CYTHON_FILLNA`.

– Если `df` является датафреймом `IS_DATAFRAME(df)`, `df` содержит все столбцы из множества `C` `HAS_COLUMN(df, C)`, присваиваем `df` результат выполнения функции `CYTHON_FILLNA(df,C,vals)`, которая возвращает новый датафрейм с заполненными `NaN` значениями. Тогда результирующий `df` также является датафреймом `IS_DATAFRAME(df)`, `df` по-прежнему содержит все столбцы из множества `C` в `HAS_COLUMN(df,C)`, для каждого столбца `c` из `C` и для каждого индекса строки `i`:

– Если значение в ячейке `i,c` исходного `df_old` было `NaN` в `IS_NAN(df_oldi,c)`, то в новом `df` эта ячейка будет содержать значение из массива `vals`, соответствующее столбцу `c` в `HAS_VALUE(df,i,c,valsIndexOf(c,C))`).

– Если значение в ячейке `i,c` исходного `df_old` не было `NaN` `IS_NAN(df_oldi,c)`, то в новом `df` эта ячейка сохранит свое исходное значение `HAS_VALUE(df,i,c,df_oldi,c)`.

Вывод: Аксиома 11 гарантирует, что структура датафрейма (тип и набор столбцов) сохраняется, пропущенные значения в указанных столбцах заменяются значениями из заданного массива, остальные значения остаются неизменными.

Результаты и их обсуждение

Тестовый стенд Intel совместимая платформа, пакет программного обеспечения Anaconda с Jupiter. Чтобы проверить скорость выполнения каждого из способов, можно воспользоваться инструментом `%timeit` в Jupyter Notebook. Код выполнит 7 запусков, каждый из которых будет состоять из числа циклов 10, 100, 1000 и 10000. Необходимо учитывать, что `fillna()` со словарем работает с датафреймом целиком, а не с отдельными столбцами (рис.6-9, табл. 4).

```
111 µs ± 2.67 µs per loop (mean ± std. dev. of 7 runs, 10,000 loops each)
108 µs ± 5.76 µs per loop (mean ± std. dev. of 7 runs, 10,000 loops each)
96.6 µs ± 17.7 µs per loop (mean ± std. dev. of 7 runs, 10,000 loops each)
```

Рис. 6. Результаты тестирования способа `inplace=True`

Fig. 6. Results of testing the `inplace=True` method

```
42.7 µs ± 1.51 µs per loop (mean ± std. dev. of 7 runs, 10,000 loops each)
43.2 µs ± 593 ns per loop (mean ± std. dev. of 7 runs, 10,000 loops each)
44.6 µs ± 1.38 µs per loop (mean ± std. dev. of 7 runs, 10,000 loops each)
```

Рис. 7. Результаты тестирования способа с прямым присваиванием

Fig. 7. Test results of the direct assignment method

```
84.9 µs ± 448 ns per loop (mean ± std. dev. of 7 runs, 10,000 loops each)
84 µs ± 378 ns per loop (mean ± std. dev. of 7 runs, 10,000 loops each)
84.5 µs ± 529 ns per loop (mean ± std. dev. of 7 runs, 10,000 loops each)
```

Рис. 8. Результаты тестирования способа с применением индексаторов

Fig. 8. Results of testing the method using indexers

```
933 µs ± 10.9 µs per loop (mean ± std. dev. of 7 runs, 10,000 loops each)
```

Рис. 9. Результаты тестирования способа с применением словаря

Fig. 9. Results of testing the method using a dictionary

Новый модуль на Cython выдает более низкие показатели производительности, видно, что они превосходят нативный код Pandas (табл. 4) по времени исполнения.

Скомпилируем и вызовем функцию из модуля Cython с включенным профилированием (рис. 10).

Результаты профилирования показывают, что большая часть времени вы-

полнения кода тратится на операции, связанные с Pandas, а не на сам Cython код. Отсутствие информации о Cython функциях в результатах профилирования является основанием для вывода, что местом, где высоки накладные расходы, являются операции Pandas, а не Cython. Cython код выполняется настолько быстро, что профилировщик не замечает его вклада в общее время выполнения.

```
1053 function calls (1048 primitive calls) in 0.003 seconds
```

```
Ordered by: internal time
```

```
List reduced from 214 to 10 due to restriction <10>
```

ncalls	tottime	percall	cumtime	percall	filename:lineno(function)
3	0.000	0.000	0.001	0.000	C:\Users\vector06c\anaconda3\Lib\site-packages\pandas\core\internals\managers.py:2276(_merge_blocks)
3	0.000	0.000	0.000	0.000	C:\Users\vector06c\anaconda3\Lib\site-packages\numpy\core\shape_base.py:219(vstack)
8	0.000	0.000	0.000	0.000	{method 'copy' of 'numpy.ndarray' objects}
6	0.000	0.000	0.000	0.000	C:\Users\vector06c\anaconda3\Lib\site-packages\pandas\core\internals\blocks.py:790(copy)
9	0.000	0.000	0.001	0.000	C:\Users\vector06c\anaconda3\Lib\site-packages\pandas\core\frame.py:4062(__getitem__)
6	0.000	0.000	0.000	0.000	C:\Users\vector06c\anaconda3\Lib\site-packages\pandas\core\internals\managers.py:1012(iget)
2	0.000	0.000	0.000	0.000	{built-in method builtins.compile}
24	0.000	0.000	0.000	0.000	C:\Users\vector06c\anaconda3\Lib\site-packages\pandas\core\generic.py:6301(_setattr__)
1	0.000	0.000	0.001	0.001	C:\Users\vector06c\anaconda3\Lib\site-packages\pandas\core\internals\managers.py:1782(_consolidate_inplace)
1	0.000	0.000	0.000	0.000	{method 'disable' of '_lsprof.Profiler' objects}

Рис. 10. Отчет функции профилирования

Fig. 10. Profiling function report

Прямое присваивание (`df['col'] = df['col'].fillna(value)`) – самый быстрый метод. Это наиболее эффективный способ заполнения пропущенных значений в Pandas, так как он напрямую изменяет столбец DataFrame. `inplace=True`: Хотя и показывает производительность, близкую к прямому присваиванию, его ис-

пользование не рекомендуется из-за потенциальных проблем с непредсказуемым поведением, особенно в цепочках методов. Индексаторы (`.loc`): Этот метод медленнее прямого присваивания, так как он выполняет дополнительные проверки и операции, связанные с индексацией (рис.11).

Таблица 4. Сводные данные измерения производительности способов заполнения пропусков в Pandas**Table 4.** Summary of performance measurements of gap filling methods in Pandas

Способ / Method	Количество циклов / Number of cycles	air_temperature (мкс)	Стд. откл. air_temperature (мкс)	cloud_coverage (мкс)	Стд. откл. cloud_coverage (мкс)	dew_temperature (мкс)	Стд. откл. dew_temperature (мкс)
inplace=True	10000	111	2.67	108	5,76	96,6	17,7
	1000	108	11.7	96,3	23	97	19,6
	100	129	7.71	81,6	34,3	45	1,67
	10	161	53.8	158	42	133	8,25
Прямое присваивание	10000	42.7	1.51	43,2	0,593	44,6	1,38
	1000	109	4.41	108	4,22	104	2,04
	100	112	5.17	108	4,36	110	25,8
	10	156	40.1	159	46,6	136	27,5
Индексаторы	10000	84.9	0.448	84	0,378	84,5	0,529
	1000	183	11.2	177	18,2	155	41,3
	100	213	29.4	192	5,36	187	4,77
	10	249	39.9	222	31	207	10,7
fillna() с словарем	10000	933	0	933	0	933	0
	1000	1900	29.7	1900	29.7	1900	29.7
	100	1820	126	1820	126	1820	126
	10	1840	199	1840	199	1840	199
Cython	10000	68100	5190	68100	5190	68100	5190
	1000	52100	1290	52100	1290	52100	1290
	100	49700	1290	49700	1290	49700	1290
	10	48700	12800	48700	12800	48700	12800

Вертикальные Т-образные линии,ходящие вверх и вниз от каждой точки на графике, созданном с помощью Matplotlib, представляют собой доверительный интервал или стандартное отклонение для каждой точки данных.

Модуль на Cython демонстрирует значительно более высокое время выполнения, чем fillna() со словарем, и все остальные методы Pandas. Это противоречит ожиданиям, так как Cython обычно используется для ускорения кода

Python. В данном случае, накладные расходы на преобразование данных между Pandas и Cython, а также вызов функций NumPy из Cython, нивелируют потенци-

альный выигрыш в производительности. `fillna()` с словарем, хоть и не самый быстрый метод Pandas, работает эффективнее реализации на Cython (рис. 12).

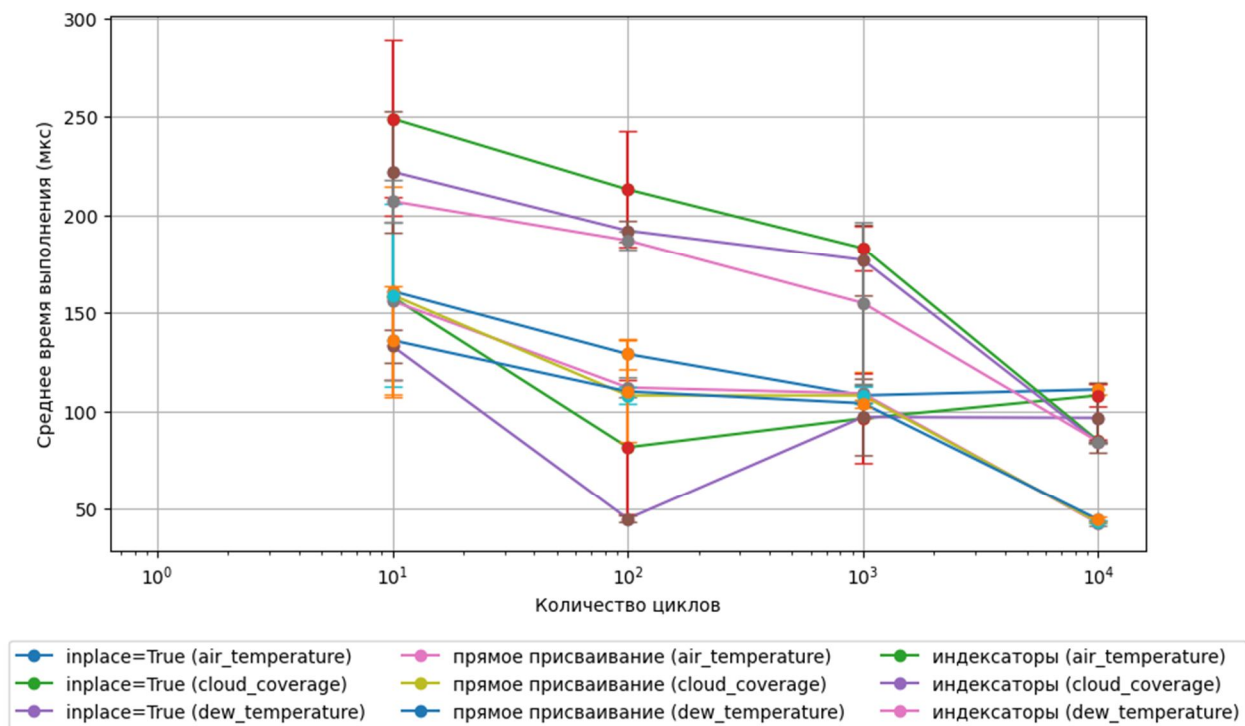


Рис. 11. Производительность основных методов Pandas

Fig. 11. Performance of the main Pandas methods

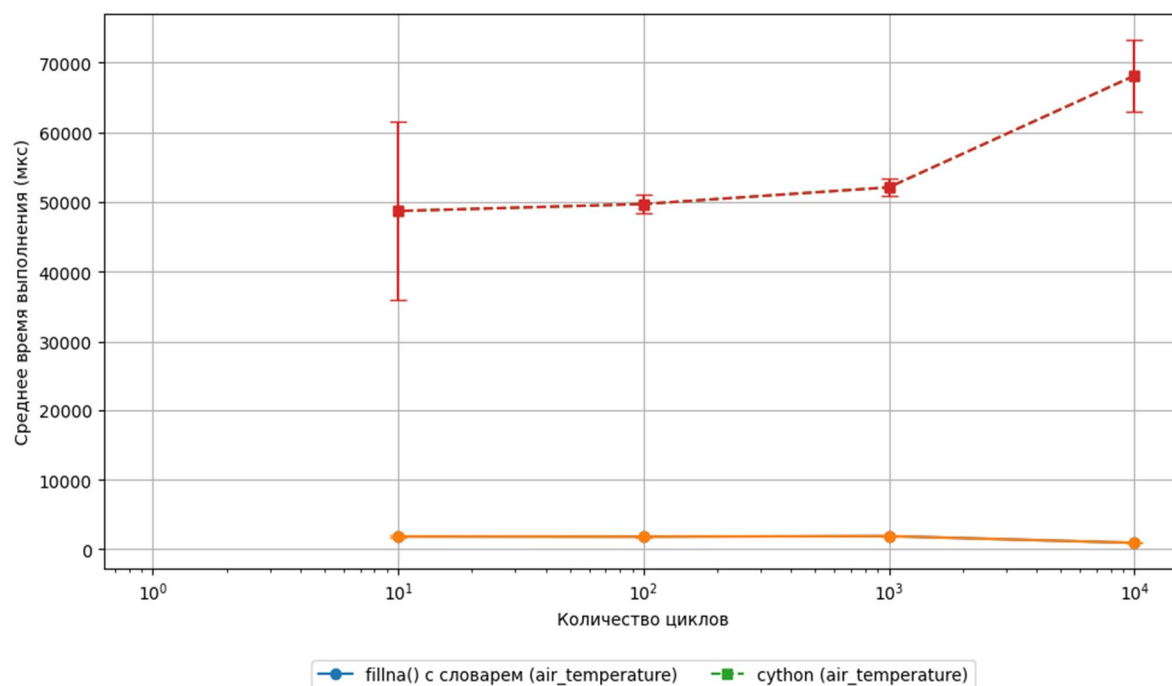


Рис. 12. Производительность Cython и fillna() с словарем

Fig. 12. Performance of Cython and fillna() with dictionary

Проведенный анализ производительности различных методов заполнения пропущенных значений в Pandas DataFrame показывает, что наиболее эффективным методом является прямое присваивание (`df["column"] = df["column"].fillna(value)`). Этот метод демонстрирует наименьшее

среднее время выполнения одного цикла (~43 мкс) с минимальным стандартным отклонением (~1.5 мкс) для всех исследуемых столбцов (рис. 13).

В сравнении с методами Pandas, модуль, написанный на Cython, в значительной степени отстает по производительности (рис. 14).

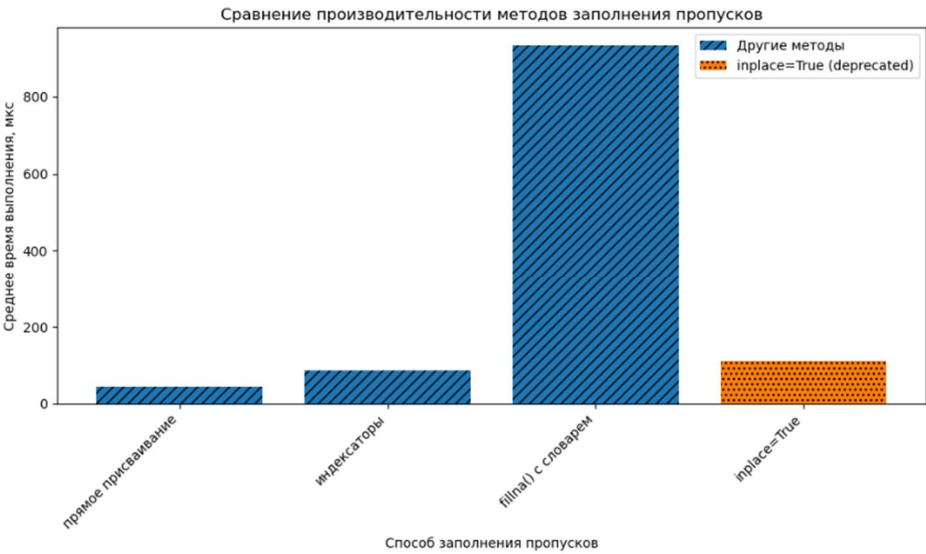


Рис. 13. Столбчатая диаграмма производительности способов замены пропущенных значений в Pandas

Fig. 13. Column chart showing the performance of missing value replacement methods in Pandas

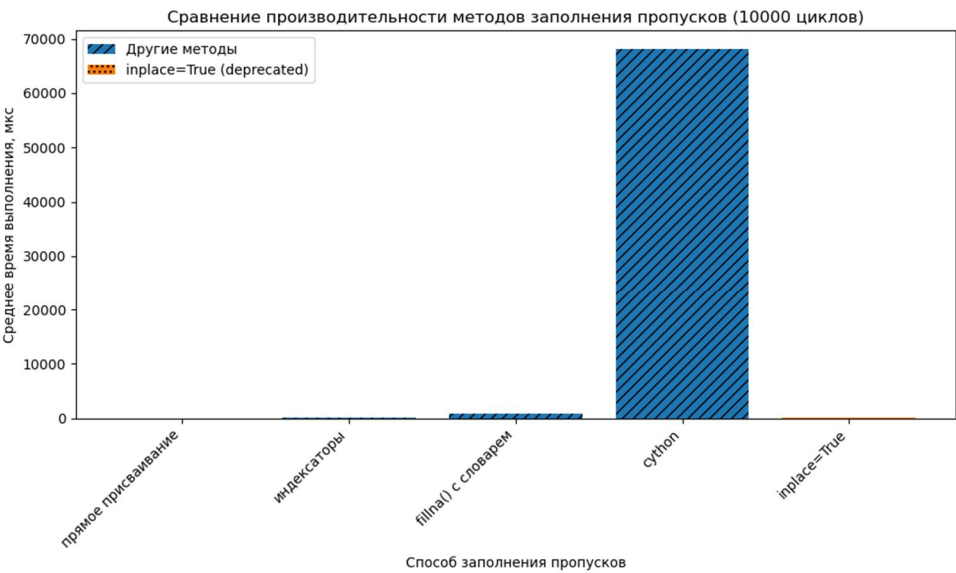


Рис. 14. Столбчатая диаграмма производительности способов замены пропущенных значений в Pandas в сравнении с модулем Cython

Fig. 14. Bar chart showing the performance of missing value replacement methods in Pandas compared to the Cython module

Выводы

Использование `inplace=True` хоть и показало сравнимую скорость (~100 мкс), но настоятельно не рекомендуется из-за его функциональных ограничений, и удаления в будущих версиях Pandas.

Применение индексаторов (`.loc`, `.iloc`) демонстрирует более низкую производительность (~84 мкс) по сравнению с прямым присваиванием. Это объясняется дополнительными проверками и операциями, которые Pandas выполняет при работе с индексаторами.

Метод `fillna()` со словарем, хоть и является более лаконичным при запол-

нении нескольких столбцов, демонстрирует наихудшую производительность (~933 мкс). Это объясняется созданием нового DataFrame с заполненными значениями и последующим присваиванием его исходной переменной.

Метод, реализованный в модуле на Cython, имеет на порядок большее время исполнения, чем все предыдущие (~68100 мкс). Как показало применение профилирования, код на Cython выполняется достаточно быстро, но ввиду обмена данными между модулем и Pandas растут накладные расходы и время работы увеличивается.

Список источников

1. Гончар А. А. Использование предиктивной аналитики для повышения эффективности бизнеса // Актуальные исследования. 2023. № 50-4(180). С. 22-46.
2. Громов Н. Д., Платошин А. И. Сравнительный анализ средств и платформ для автоматизации ETL-процессов в современных хранилищах данных // Международный журнал гуманитарных и естественных наук. 2023. № 11-4(86). С. 46-48. DOI 10.24412/2500-1000-2023-11-4-46-48.
3. Дрянкова Д. А. Визуализация данных с помощью библиотек Pandas и Matplotlib для языка программирования Python // Дневник науки. 2023. № 6(78). DOI 10.51691/2541-8327_2023_6_10.
4. Дьяконов Н. А., Логунова О. С. Системы управления технологическим процессом на основе предиктивной аналитики: проектирование // Электротехнические системы и комплексы. 2021. № 1(50). С. 58-64. DOI 10.18503/2311-8318-2021-1(50)-58-64.
5. Ильичев В. Ю., Юрик Е. А. Анализ массивов данных с использованием библиотеки Pandas для Python // Научное обозрение. Технические науки. 2020. № 4. С. 41-45.
6. Лескова В. Ю., Соловьев В. А. Анализ методов ETL // Наука и образование: актуальные исследования и разработки: сборник статей III Всероссийской научно-практической конференции, Чита, 29–30 апреля 2020 года. Чита: Забайкальский государственный университет, 2020. С. 36-40.
7. Носырева А. А., Абрамов В. И. Предиктивная аналитика - основа для цифровой трансформации компаний // Актуальные проблемы экономики, учета, аудита и анализа

в современных условиях: сборник научных статей Международной научно-практической конференции. Курск, 28–29 апреля 2021 года. Курск: Курский государственный университет, 2021. С. 179-182.

8. Соломонов А. А. Оптимизация ETL-процессов для больших данных // Вестник науки. 2024. Т. 3, № 9(78). С. 390-396.

9. Кисляков А. Н. Отбор признаков для использования в моделях предиктивной аналитики внешнеэкономической деятельности регионов // Прикладная математика и вопросы управления. 2022. № 1. С. 176-195. DOI 10.15593/2499-9873/2022.1.09.

10. Судариков Г. В., Ашмаров И. А. Использование библиотеки Pandas для анализа данных // Мир образования - образование в мире. 2023. № 1(89). С. 184-188. DOI 10.51944/20738536_2023_1_184.

11. Терешина В. В. Применение систем предиктивной аналитики и предикативного моделирования // Инновационное развитие экономики. 2022. № 5(71). С. 243-246. DOI 10.51832/2223798420225243.

12. Терентьева В. С., Логинова И. М., Эшелиоглу Р. И. Работа с датами в pandas // Научные исследования молодых ученых: материалы I Международной научно-практической конференции, посвященной памяти д.э.н., профессора Л.М. Рабиновича. Казань, 25–26 февраля 2022 года. Казань: Казанский государственный аграрный университет, 2022. Т. 2. С. 285-291.

13. Using SAP Predictive Analytics to Analyze Individual Student Profiles in LMS Moodle / A. N. Ambrajei, N. M. Golovin, A. V. Valyukhova, N. A. Rybakova // Communications in Computer and Information Science. 2022. Vol. 1539. P. 66-77. DOI 10.1007/978-3-030-95494-9_6.

14. Bushuev S. Application of AI for monitoring and optimizing IT infrastructure: economic prospects for implementing predictive analytics in enterprise operations // International Journal of Humanities and Natural Sciences. 2024. No. 8-3(95). P. 125-129. DOI 10.24412/2500-1000-2024-8-3-125-129.

15. Comparative Analysis of ETL Tools in Big Data Analytics / A. Qaiser, M. U. Farooq, S. M. Nabeel Mustafa, N. Abrar // Pakistan Journal of Engineering and Technology. 2023. Vol. 6, no. 1. P. 7-12. DOI 10.51846/vol6iss1pp7-12.

16. Singh, M. M. Extraction Transformation and Loading (ETL) of Data Using ETL Tools // International Journal for Research in Applied Science and Engineering Technology. 2022. Vol. 10, no. 6. P. 4415-4420. DOI 10.22214/ijraset.2022.44939.

17. Prepare and analyze taxation data using the Python Pandas library / M. Vagizov, A. Potapov, K. Konzhgoladze, et al. // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science: 6, Politics, Industry, Science, Education. St. Petersburg; 2021. P. 1-8. DOI 10.1088/1755-1315/876/1/012078.

18. Godé C., Brion S. The affordance-actualization process of predictive analytics: Towards a configurational framework of a predictive policing system // *Technological Forecasting and Social Change*. 2024. Vol. 204. 123452 P. DOI 10.1016/j.techfore.2024.123452.

19. Identification of Critical States of Technological Processes Based on Predictive Analytics Methods / S. M. Kovalev, I. A. Olgeizer, A. V. Sukhanov, K. I. Kornienko // *Automation and Remote Control*. 2023. Vol. 84, no. 4. С. 424-433. DOI 10.1134/S0005117923040100.

20. Software Solution for the Implementation of a Predictive Analytics System for Investment Instruments / Н. А. Мамедова, О. В. Староверова, А. М. Епифанов [et al.] // *WSEAS Transactions on Systems and Control*. 2023. Vol. 18. P. 18-25. DOI 10.37394/23203.2022.18.2.

References

1. Gonchar A. A. Using predictive analytics to improve business efficiency. *Aktual'ny'e issledovaniya = Current research*. 2023; (50-4): 22-46 (In Russ.).

2. Gromov N. D. Comparative analysis of tools and platforms for automating ETL processes in modern data warehouses. *Mezhdunarodnyi zhurnal gumanitarnykh i estestvennykh nauk = International journal of humanitarian and natural sciences*. 2023; 11-4: 46-48. DOI 10.24412/2500-1000-2023-11-4-46-48 (In Russ.).

3. Dryankova D. A. Data visualization using Pandas and Matplotlib libraries for the Python programming language. *Dnevnik nauki = Science Diary*. 2023; 6. (In Russ.). DOI 10.51691 / 2541-8327_2023_6_10

4. Dyakonov N. A., Logunova O. S. Process control systems based on predictive analytics: design. *Elektrotekhnicheskie sistemy i komplekсы = Electrical systems and complexes*. 2021; (1): 58-64. (In Russ.). DOI 10.18503 / 2311-8318-2021-1 (50) -58-64

5. Ilyichev V. Yu., Yurik E. A. Analysis of data arrays using the Pandas library for Python. *Nauchnoe obozrenie. Texnicheskie nauki. = Scientific Review. Technical sciences*. 2020; (4): 41-45 (In Russ.).

6. Leskova V. Yu., Solov'ev V. A. Analysis of ETL methods. *In: Science and education: current research and development. Collection of articles of the III All-Russian scientific and practical conference, Chita, April 29-30, 2020. Chita: Zabaikal'skii gosudarstvennyi universitet; 2020. P. 36-40 (In Russ.).*

7. Nosyreva A. A., Abramov V. I. Predictive analytics - the basis for the digital transformation of companies. *In: Current problems of economics, accounting, auditing and analysis in modern conditions. Collection of scientific articles of the International Scientific and Practical Conference, Kursk, 28-29 April 2021. Kursk: Kursk State University; 2021. P. 179-182 (In Russ.).*

8. Solomonov A. A. Optimization of ETL processes for big data. *Vestnik nauki = Bulletin of Science*. 2024; 3(9): 390-396 (In Russ.).

9. Kislyakov A. N. Selection of features for use in predictive analytics models of foreign economic activity of regions. *Prikladnaya matematika i voprosy upravleniya = Applied Mathematics and Management Issues*. 2022; (1): 176-195. (In Russ.). DOI 10.15593/2499-9873/2022.1.09.
10. Sudarikov G. V., Ashmarov I. A. Using the Pandas library for data analysis. *Mir obrazovaniya - obrazovanie v mire = The world of education - education in the world*. 2023; (1): 184-188. (In Russ.). DOI 10.51944/20738536_2023_1_184
11. Tereshina V. V. Application of predictive analytics and predictive modeling systems. *Innovatsionnoe razvitie ekonomiki = Innovative development of the economy*. 2022; (5): 243-246. (In Russ.). DOI 10.51832/2223798420225243.
12. Terentyeva V. S., Loginova I. M., Eshelioglu R. I. Working with dates in pandas. In: *Scientific research of young scientists: Proceedings of the I International scientific and practical conference dedicated to the memory of Doctor of Economics, Professor L. M. Rabino-vich, Kazan, February 25-26, 2022. Kazan: Kazanskii gosudarstvennyi agrarnyi universitet*. 2022; 2. P. 285-291 (In Russ.).
13. Ambrajei A. N., Golovin N. M., Valyukhova A. V., Rybakova N. A. Using SAP Predictive Analytics to Analyze Individual Student Profiles in LMS Moodle. *Communications in Computer and Information Science*, 2022; 1539: 66-77. DOI 10.1007/978-3-030-95494-9_6.
14. Bushuev S. Application of AI for monitoring and optimizing IT infrastructure: economic prospects for implementing predictive analytics in enterprise operations. *International Journal of Humanities and Natural Sciences*. 2024; (8-3): 125-129. DOI 10.24412/2500-1000-2024-8-3-125-129.
15. Kaiser A., Farooq M. U., Nabeel Mustafa S. M., Abrar N. Comparative Analysis of ETL Tools in Big Data Analytics. *Pakistan Journal of Engineering and Technology*. 2023; 6 (1): 7-12. DOI 10.51846/vol6iss1pp7-12.
16. Singh M. M. Extraction Transformation and Loading (ETL) of Data Using ETL Tools. *International Journal for Research in Applied Science and Engineering Technology*. 2022; 10(6): 4415-4420. DOI 10.22214/ijraset.2022.44939.
17. Vagizov M., Potapov A., Konzhgoladze K., et al. Prepare and analyze taxation data using the Python Pandas library. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science: 6, Politics, Industry, Science, Education*. St. Petersburg, May 26–28, 2021, St. Petersburg; 2021. P. 1-8. DOI 10.1088/1755-1315/876/1/012078.
18. Godé C., Brion S. The affordance-actualization process of predictive analytics: Towards a configurational framework of a predictive policing system. *Technological Forecasting and Social Change*. 2024; 204:123452. DOI 10.1016/j.techfore.2024.123452.

19. Kovalev S. M., Olgeizer I. A., Sukhanov A. V., Kornienko K. I. Identification of Critical States of Technological Processes Based on Predictive Analytics Methods. *Automation and Remote Control*. 2023; 84 (4): 424-433. DOI 10.1134/S0005117923040100.

20. Mamedova N. A., Staroverova O. V., Epifanov A. M., et al. Software Solution for the Implementation of a Predictive Analytics System for Investment Instruments. *WSEAS Transactions on Systems and Control*. 2023; 18: 18-25. DOI 10.37394/23203.2022.18.2.

Информация об авторах / Information about the Authors

Олейникова Алла Владимировна, аспирант,
кафедра "Прикладная информатика",
Астраханский государственный технический
университет, г. Астрахань, Российская Федерация,
e-mail: a.oleynikova.astu@mail.ru

Alla V. Oleynikova, Post-Graduate Student,
Applied Informatics Department,
Astrakhan State Technical University,
Astrakhan, Russian Federation,
e-mail: a.oleynikova.astu@mail.ru

Бондарева Ирина Олеговна,
кандидат технических наук, доцент,
завкафедрой "Прикладная информатика",
Астраханский государственный технический
университет, г. Астрахань, Российская Федерация,
e-mail: orange8@mail.ru

Irina O. Bondareva, Cand. of Sci. (Engineering),
Associate Professor, Head of Applied Informatics
Department, Astrakhan State Technical University,
Astrakhan, Russian Federation,
e-mail: orange8@mail.ru

Олейников Александр Александрович,
кандидат технических наук, доцент,
кафедра "Прикладная информатика"
Астраханский государственный технический
университет, г. Астрахань, Российская Федерация,
e-mail: ale15101338@yandex.ru

Aleksandr A. Oleynikov, Cand. of Sci.
(Engineering), Associate Professor,
Applied Informatics Department,
Astrakhan State Technical University,
Astrakhan, Russian Federation,
e-mail: ale15101338@yandex.ru

УДК 004.942

<https://doi.org/10.21869/2223-1560-2024-28-4-86-103>

Эффективность нейросетевого и нечеткого подхода в управлении безэкипажными судами

П.С. Евсюков¹, О.Н. Андреева¹

¹ Центральный научно-исследовательский институт «Курс»
ул. Кирпичная, д. 34а, г. Москва 105187, Российская Федерация

✉ e-mail: PetrEvsyukovS@yandex.ru

Резюме

Целью исследования является разработка и оценка моделей управления для автономного подводного и надводного судна с использованием нечетких логик и нейросетевых технологий. Исследуется влияние различных подходов на точность управления и стабильность движения безэкипажных, автономных судов.

Методы. В данной работе были использованы методы: метод Рунга-Кутты пятого порядка для численного моделирования динамики автономного аппарата. Этот метод позволяет точно вычислять состояние БЭС во времени, учитывая различные параметры его движения. Использовался метод - нечеткое моделирование, которое включает разработку нечетких контроллеров. Эти контроллеры учитывают особенности динамики БЭС и обеспечивают робастность в условиях изменяющихся параметров среды. Нечеткое моделирование позволяет использовать лингвистические переменные для описания различных состояний системы и принимает во внимание неопределенности, которые могут возникнуть при управлении БЭС. Метод нейросетевых технологий в управлении БЭС. Использование нейросетей обеспечивает возможность автоматического обучения и корректировки параметров управления на основе получаемой информации о состоянии системы, что способствует повышению эффективности и надежности управления БЭС.

Результаты. Результаты моделирования показали, что использование нечетких моделей значительно улучшает характеристики управления БЭС по сравнению с математическими моделями. Внедрение нейросетей позволило достичь наилучших показателей коэффициента среднеквадратичной ошибки (КСКО) по сравнению с обеими другими моделями, что подтверждает эффективность данного подхода. В частности, для направления X КСКО для нейросети составило 6.4321, что является наилучшим показателем среди всех моделей.

Заключение. Исследования показали, что интеграция нечетких логик и нейросетевых технологий в управление БЭС приводит к значительному улучшению точности и стабильности управления в сложных условиях. Нейросети обеспечивают дополнительную адаптивность, позволяя системе эффективно реагировать на изменения во внешней среде и улучшая общую производительность БЭС.

Ключевые слова: безэкипажное судно (БЭС); нечёткое моделирование; нейросети; управление; динамика; среднеквадратичная ошибка (КСКО); робастность..

Конфликт интересов: Авторы декларируют отсутствие явных и потенциальных конфликтов интересов, связанных с публикацией настоящей статьи.

Для цитирования: Евсюков П.С., Андреева О.Н. Эффективность нейросетевого и нечеткого подхода в управлении безэкипажными судами // Известия Юго-Западного государственного университета. 2024; 28(4): 86-103. <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2024-28-4-86-103>.

Поступила в редакцию 03.10.2024

Подписана в печать 26.10.2024

Опубликована 10.12.2024

Effectiveness of neural network and fuzzy approaches in the control of crewless ships

Petr S. Evsyukov ¹ ✉, Olga N. Andreeva ¹

¹ Central Research Institute «Kurs»
34a Kirpichnaya str., Moscow 105187, Russian Federation

✉ e-mail: PetrEvsyukovS@yandex.ru

Abstract

Purpose of research of this work is the development and evaluation of control models for autonomous underwater and surface vessel using fuzzy logic and neural network technologies. The influence of different approaches on the control accuracy and motion stability of uncrewed, autonomous vessels is investigated.

Methods. In this work, we used the fifth-order Rung-Kutta method for numerical modeling of the dynamics of an autonomous vehicle. This method allows to accurately calculate the state of the AV in time, taking into account the various parameters of its motion. The method used was fuzzy modeling, which includes the development of fuzzy controllers. These controllers take into account the peculiarities of AV dynamics and provide robustness under changing environmental parameters. Fuzzy modeling allows the use of linguistic variables to describe the different states of the system and takes into account the uncertainties that may arise in the control of the AV. Method of neural network technology in AV control. The use of neural networks provides the possibility of automatic training and adjustment of control parameters based on the re

Results. The simulation results showed that the use of fuzzy models significantly improves the control performance of AV compared to mathematical models. The implementation of neural networks achieved the best RMS error rate (REM) compared to both other models, which confirms the effectiveness of this approach. In particular, for the X direction, the RMSE for the neural network was 6.4321, which is the best among all models.

Conclusion. Research has shown that integrating fuzzy logic and neural network technology into AV control results in significant improvements in control accuracy and stability in complex environments. Neural networks provide additional adaptability, allowing the system to respond effectively to changes in the external environment and improving the overall performance of the BEC.

Keywords: fuzzy modeling; neural networks; control; dynamics; mean square error (MSE); robustness.

Conflict of interest. The authors declare the absence of obvious and potential conflicts of interest related to the publication of this article.

For citation: Evsyukov P. S., Andreeva O.N. Effectiveness of neural network and fuzzy approaches in the control of crewless ships. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta* = *Proceedings of the Southwest State University*. 2024; 28(4): 86-103 (In Russ.). <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2024-28-4-86-103>.

Received 03.10.2024

Accepted 26.10.2024

Published 10.12.2024

Введение

Управления морскими автономными надводными роботизированными средствами и комплексами (МАНСиК) с годами

приобретают все большее значение как специализированные средства для выполнения различных подводных и надводных задач как в военных, так и гражд-

данских операциях. Автономное управление аппаратами представляет собой серьезную проблему, обусловленную динамикой автономных судов. Автономная динамика сильно не линейна и изменяется во времени, а гидродинамические коэффициенты аппаратов трудно оценить точно из-за изменения этих коэффициентов при различных навигационных условиях и внешних возмущениях. В данной работе рассматривается автономная системная управления судами для получения связанной модели с шестью степенями свободы и нелинейной динамической модели без оценки гидродинамических параметров для преодоления неопределенных внешних возмущений и трудностей моделирования гидродинамических сил на основе нечетких методов T-S (Takagi - Sugeno) и нейросети. Нечеткая система управления применяется для направления и контроля автономных судов с использованием нечеткого моделирования и математической модели. Результаты моделирования показывают, что динамические характеристики с нечетким управлением и с нечеткой моделью более нелинейна, чем с нечетким управлением с математической моделью, даже при наличии шума и вариаций параметров.

МАНСиК особенно полезны в качестве беспилотных исследовательских платформ, несущих полезную нагрузку в виде датчиков по заранее запрограммированным траекториям для сбора данных для различных целей. Области применения безэкипажных судов (БЭС) мож-

но разделить на три группы [1]: – морская безопасность; океанография; гидрографические работы. Согласно [2], двумя наиболее значимыми технологическими проблемами при проектировании БЭС являются мощность и автономность. Источники энергии ограничивают время работы аппарата, а автономность – степень, до которой БЭС может оставаться без управления человека. В качестве примера для исследования выбран безэкипажный аппарат Phonix, управляемый с помощью нечеткой логики [3]. Для управления аппаратом используются четыре подсистемы в виде архитектуры контроллера: управление скоростью, управление курсом, управление глубиной и океанским течением, где нечеткая логика была успешно представлена и проверена с помощью моделирования. В работе [4] предложено нечеткое логическое управление, использующее генетический алгоритм для оптимизации функции пригодности, она определяется как показатели эффективности, учитывающие время нарастания, максимальное превышение и интеграл квадратичной ошибки при оценке эффективности.

В работе [5] представлен нейро-нечеткий контроллер для БЭС. Предложенный алгоритм управления НСНЛ (Нейронная сеть на основе функции нечеткой логики) не требует никакой информации о системах, автономных процедурах обучения и вмешательства человека для настройки параметров. В работе [6] рассматривался практический ме-

тод системной идентификации (СИ) для получения модели БЭС по входным-выходным данным, полученным на тестах, без углубления в детали математического моделирования. В качестве автопилота был использован LQG-контроллер для проверки моделирования в имитационной среде и тестирования на реальной системе, использующей аппарат Hammerhead (ROV). В работе [7] представлен простой метод идентификации модели для автономного надводного аппарата, который был применен к автономному роботу GARBI. Идентификация системы была направлена на развязку различных степеней свободы в низкоскоростных аппаратах. Для оценки динамики использовались методы наименьших квадратов. Были проведены эксперименты в лабораторных и реальных подводных условиях.

В работе [8] рассматривалась идея использования нейро-сетевого идентификатора для моделирования движений жесткого тела с шестью степенями свободы. Этот метод был применён к автономному подводному аппарату (АПА) с четырьмя степенями свободы TwinBurger2. Для этого использовалась система, названная СНИСМ (система нейросетевого идентификатора связанной модели), которая работала в режиме управления с множественными входами и выходами. СНИСМ состояла из четырёх отдельных нейронных сетей, каждая из которых отвечала за одну степень свободы.

Процесс идентификации был двух-этапным: сначала обучались четыре от-

дельных сети для каждой степени свободы, а затем они объединялись в систему СНИСМ. Результаты моделирования показали, что отдельные нейросети могут эффективно моделировать движение только по одной степени свободы, но не справляются с моделированием сложных, связанных движений.

В работе [9] предложена адаптивная система управления на основе нейронных сетей и нечеткой логики, улучшенная с помощью генетического алгоритма (ГА), для управления БЭС с четырьмя степенями свободы. Эта система управления предназначена для отслеживания движения подводного аппарата в режиме следящего управления.

На основе анализа литературы по динамике и управлению БЭС, в данной работе ставятся две основные задачи, связанные с автономностью подводного аппарата. Первая задача – это системная идентификация динамики БЭС для получения модели, описывающей его поведение с шестью степенями свободы. Вместо традиционного математического подхода с использованием гидродинамических параметров предлагается использовать модель "черного ящика", которая строится на основе связей между входными и выходными данными с дополнительным использованием NavNet нейросети. Моделирование этой модели и является целью данной работы.

Материалы и методы

Для автономного аппарата (катера, судна или другого плавательного сред-

ства) динамика движения описывается с использованием шести степеней свободы, которые включают поступательные и угловые перемещения в трёх взаимно перпендикулярных плоскостях [10].

1. Поступательные движения:

– Движение вдоль продольной оси (X) – это перемещение вперёд или назад, которое контролируется главным двигателем, например, винтом или водомётom.

– Движение вдоль поперечной оси (Y) – это боковое перемещение, которое может происходить из-за ветра, волн или использования боковых подруливающих устройств.

– Движение вдоль вертикальной оси (Z) – это вертикальные перемещения, например, при качке судна на волнах.

2. Угловые движения:

– Вращение вокруг продольной оси (крен) – это наклон судна влево или вправо.

– Вращение вокруг поперечной оси (дифферент) – это изменение угла наклона носа и кормы, особенно заметное при ускорении или торможении.

– Вращение вокруг вертикальной оси (рыскание) – это изменение курса судна влево или вправо.

Уравнения движения БЭС получены на основе второго закона движения Ньютона. Уравнения движения можно записать следующим образом [11]:

$$M\ddot{q} + C(q)\dot{q} + D(q)\dot{q} + G(q) = r, \quad (1)$$

где M – матрица инерции 6×6 , описывающая как инерционные характеристики

ки аппарата (жесткого тела), так и гидродинамическую инерцию. Она состоит из матрицы инерции жесткого тела, которая отражает внутренние механические характеристики аппарата, и матрицы гидродинамической добавленной массы, которая учитывает влияние жидкости на динамику аппарата;

$C(q)$ – матрица Кориолиса и центробежных сил 6×6 , которая описывает влияние вращения и перемещений на силы и моменты, действующие на аппарат. Она включает компоненты, вызванные движением самого аппарата, и добавленные члены, связанные с инерцией жидкости;

$D(q)$ – матрица демпфирования 6×6 , включающая в себя силы сопротивления среды, которые замедляют движение аппарата;

$G(q)$ – вектор 6×1 , содержащий восстанавливающие силы, вызванные плавучестью и гравитацией, которые влияют на устойчивость аппарата;

τ – вектор 6×1 , представляющий управляющее воздействие на аппарат, которое может быть связано с действием двигателей, рулей или других систем управления.

Это уравнение описывает, как аппарат взаимодействует с окружающей средой (водой) и как на его движение влияют различные физические факторы, такие как инерция, сопротивление среды, воздействие сил плавучести и управление.

Матрица инерции жесткого тела MRB может быть представлена как:

$$\text{MRB} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & mz_g & -my_g \\ 0 & m & 0 & -mz_g & 0 & mx_g \\ 0 & 0 & m & my_g & -mx_g & 0 \\ 0 & -mz_g & my_g & I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ mz_g & 0 & -mx_g & -I_{yx} & I_y & -I_{yz} \\ -my_g & mx_g & 0 & -I_{zx} & -I_{zy} & I_z \end{bmatrix} \quad (2)$$

Добавленная масса, МА, может быть представлена как

$$\text{MA} = \begin{bmatrix} X_{\ddot{u}} & X_{\ddot{v}} & X_{\ddot{w}} & X_{\ddot{p}} & X_{\ddot{q}} & X_{\ddot{r}} \\ Y_{\ddot{u}} & Y_{\ddot{v}} & Y_{\ddot{w}} & Y_{\ddot{p}} & Y_{\ddot{q}} & Y_{\ddot{r}} \\ Z_{\ddot{u}} & Z_{\ddot{v}} & Z_{\ddot{w}} & Z_{\ddot{p}} & Z_{\ddot{q}} & Z_{\ddot{r}} \\ K_{\ddot{u}} & K_{\ddot{v}} & K_{\ddot{w}} & K_{\ddot{p}} & K_{\ddot{q}} & K_{\ddot{r}} \\ M_{\ddot{u}} & M_{\ddot{v}} & M_{\ddot{w}} & M_{\ddot{p}} & M_{\ddot{q}} & M_{\ddot{r}} \\ N_{\ddot{u}} & N_{\ddot{v}} & N_{\ddot{w}} & N_{\ddot{p}} & N_{\ddot{q}} & N_{\ddot{r}} \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Матрица Кориолиса центростремительная матрица жесткого тела, $C_{RB}(q')$, задается в следующем виде:

$$C_{RB}(q') = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -m(y_g q + z_g r) & m(y_g p + w) & m(z_g p - v) \\ m(y_g q - w) & -m(x_g q - v) & m(z_g r + x_g p) \\ m(y_g p + w) & m(z_g r + x_g p) & -m(x_g r + v) \\ I_{yz} q + I_{xz} p - I_z r & -I_{yz} r - I_{xp} + I_y q & I_{xz} r + I_{xy} q - I_x p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ m(z_g r - x_g p) & -m(z_g q + u) & -m(x_g p + y_g q) \\ -m(y_g r - u) & m(x_g p + y_g q) & -m(z_g q + u) \\ m(z_g q + u) & -m(y_g r - u) & -m(z_g p - v) \\ I_{xz} q + I_{xy} p - I_y r & -I_{xz} r - I_{xy} q + I_x p & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Матрица добавления массы:

$$\text{CA} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -a_3 & a_2 \\ 0 & 0 & 0 & a_3 & 0 & -a_1 \\ 0 & 0 & 0 & -a_2 & a_1 & 0 \\ 0 & -a_3 & a_2 & 0 & -b_3 & b_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 & b_3 & 0 & -b_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 & -b_2 & b_1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Демпфирование подводного аппарата, движущегося по 6 степеням свободы, можно разделить на два разных члена: линейный и квадратичный.

$$D(q') = \begin{bmatrix} X_{\ddot{u}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_{\ddot{v}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_{\ddot{w}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_q & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_{u|u}|u| & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_{v|v}|v| & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_{w|w}|w| & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{p|p}|p| & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_{q|q}|q| & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{r|r}|r| \end{bmatrix} \quad (6)$$

Вектор восстанавливающей силы и момента, возникающий в неподвижной системе координат тела, учитывает силы плавучести и гравитации, действующие на подводный аппарат. Этот вектор можно представить в виде матрицы:

$$G(q) = \begin{bmatrix} -(W-B)\sin(\theta) \\ (W-B)\cos(\theta)\sin(\phi) \\ (W-B)\cos(\theta)\cos(\phi) \\ z_B B \cos(\theta)\sin(\phi) - y_B B \cos(\theta)\cos(\phi) \\ x_B B \cos(\theta)\cos(\phi) - z_B B \sin(\theta) \\ y_B B \sin(\theta) - x_B B \cos(\theta)\sin(\phi) \end{bmatrix} \quad (7)$$

которая зависит от положения аппарата относительно системы координат.

Нечеткое моделирование управления автономного безэкипажного судна

Классическая теория управления основывается на математических моделях, которые описывают поведение рассматриваемой системы. Нечеткие системы известны своей способностью аппроксимировать любую нелинейную динамическую систему [12]. Основная идея нечеткого управления заключается в создании модели, которая имитирует действия человека-эксперта, способного управлять системой без необходимости использовать математическую модель [13]. Нечеткое управление стало популярным в различных инженерных системах благодаря своей простой процедуре проектирования. Кроме того, нечеткая логика предлагает решения для управления, когда математическая модель либо плохо известна, либо вообще отсутствует, обеспечивая хорошие дина-

мические характеристики. Нечеткое моделирование представляет собой метод, описывающий характеристики системы с помощью нечетких правил и позволяющий выразить сложные нелинейные динамические системы через лингвистические правила формата "если" [14].

Нечеткая база правил состоит из набора нечетких правил формата IF-THEN, это можно записать как:

$$R^{(l)}: \text{IF}(x_1 \text{ is } F_1^l \text{ and } \dots \text{ and } x_n \text{ is } F_n^l) \text{ THEN } y \text{ is } G^l, \quad (8)$$

где $x = (x_1, \dots, x_n)$ входы и выходы нечеткой системы; μ – метки нечетких множеств в U и R . Нечеткое моделирование безэкипажного судна (БЭС) основывается на входных и выходных данных, которые были получены из результатов математической модели БЭС в виде системы с открытым контуром. Входные данные рассматриваются как сила, создаваемая подруливающим устройством, которая перемещает БЭС в определенном направлении. Выходные данные, в свою очередь, трактуются как результирующая линейная или угловая скорость аппарата с учетом эффекта взаимодействия с другими степенями свободы в определенном направлении.

Конфигурация нечеткой модели системы (рис. 1) включает три нечеткие логики, которые отвечают за управление движениями по курсу, тангажу и рысканию. В этом исследовании применялся нечеткий регулятор TS.

Нечеткое моделирование продольного движения БЭС

Для нечеткой модели продольного движения входными данными управления является сила, необходимая для подруливающего устройства X , чтобы произвести желаемое движение БЭС в прямом направлении, соответствующее желаемой позе. Выходными нечеткого управления является линейная скорость в направлении x , обозначаемая как u . Сила подруливающего устройства будет фазифицирована пятью лингвистически-

ми переменными: «LGN сила», что означает «большая отрицательная сила», «LowN_сила», что обозначает «малая отрицательная сила», «ZZ», который указывает на «ноль», «LGP_сила», что означает «большая положительная сила», и «LowP_сила», что означает «малая положительная сила». Эти переменные разделены в пространстве сил подруливающего устройства. Аналогично была спроектирована функция принадлежности выходной линейной скорости u , как показано на рис. 2.

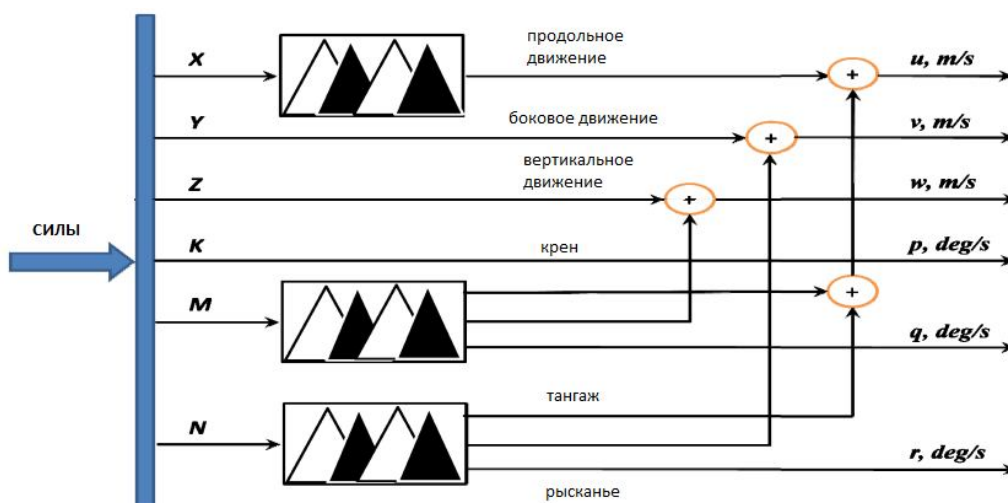


Рис. 1. Конфигурация нечеткого моделирования

Fig. 1. Fuzzy modeling configuration

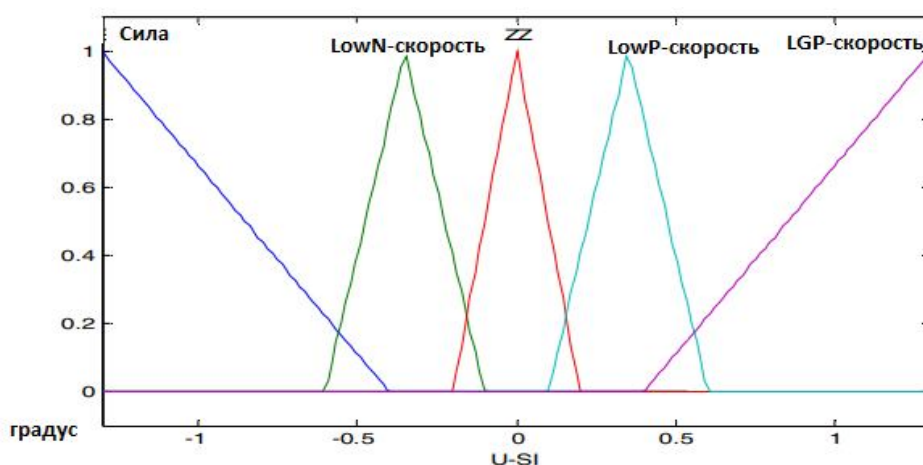


Рис. 2. Функция по направлению силы

Fig. 2. Forward force function

Нечеткое моделирование угла наклона БЭС

Для нечеткой модели движения по тангажу входом для нечеткого логического управления является сила, необходимая для движения по вектору u , другой – для движения в обратном направлении, чтобы обеспечить желаемый поворот БЭС в движении по тангажу, соответствующем заданной позе, у данной нечеткой модели три выхода – первым выходом нечеткого управления является линейная скорость в направлении x (u), что отражает влияние движения по тангажу на движение вперед – это называется эффектом связи с направлением вперед. Второй выход представляет собой эффект сцепления для направления крена, демонстрирующий влияние тангажного движения на крен. Третий выход – это угловая скорость вокруг оси y (q), которая показывает, как меняется угловая скорость при повороте по тангажу.

Нечеткое моделирование рысканья БЭК

Для нечеткой модели движения по тангажу входными данными для нечеткого логического управления является сила, необходимая для насосов (один насос для правого направления, а другой – для левого), чтобы произвести желаемый поворот БЭС в движении рыскания, соответствующий желаемой позе. У этой нечеткой модели есть три выхода. Первым выходом нечеткого управления является линейная скорость в направлении x , u , и этот выход пред-

ставляет собой эффект связи на направление движения вперед, что означает влияние движения рысканья на движение вперед. Второй выход представляет собой эффект связи для направления качания. Третий выход – угловая скорость вокруг оси z , r .

Нечеткое управление МАНСиК

Вывод нечеткого регулятора может быть представлен в виде:

$$u(t) = f(e(t), \Delta e(t)) \quad (9)$$

где $u(t)$ – управляющий сигнал; $e(t)$ – ошибка между эталоном и выходом; $\Delta e(t)$ – разность ошибок. База правил нечеткого регулятора представлена следующим образом:

$$\begin{aligned} R_j^c: & \text{if } (e(t) \text{ is } A_j^e \text{ and } \delta e(t) \text{ is } A_j^{\delta e}) \\ \text{THEN } & u(t) \text{ is } B_j^u. \end{aligned} \quad (10)$$

В нечеткой системе, где A_j^e и $A_j^{\delta e}$ – это ошибки фаззификации соответственно, а B_j^u – это нечеткие синглеты (функции принадлежности), каждый из которых представляет собой степень принадлежности

Используя нечеткий вывод на основе суммы произведений силы тяжести на заданном входе ($e(t)$, $\Delta e(t)$) и гауссовых функций принадлежности для всех нечетких множеств, конечный выход нечеткого регулятора задается следующим образом:

$$u(t) = \sum_{i=1}^N w_i f_i(e(t), \delta e(t)), \quad (11)$$

где w_i – это весовые коэффициенты, соответствующие каждому нечеткому правилу; f_i – это выходные значения для соответствующих входов $e(t)$ и $\delta e(t)$, а N – количество правил в нечеткой базе.

Как показано на рис. 3, существует три нечетких контроллера для движений продольно, тангажу и рысканию. Управление в движениях тангажа и рыскания достаточно для определения положения и ориентации БЭС в трех измерениях. Для движения продольно входными сигналами нечеткого кон-

троллера являются погрешность по оси x и разность погрешностей. Выходом нечеткого контроллера является усилие, необходимое для подруливающего устройства. Функции членства для этого контроллера показаны на рис. 4. Общее количество правил, используемых для нечеткого контроллера, составляет 9.

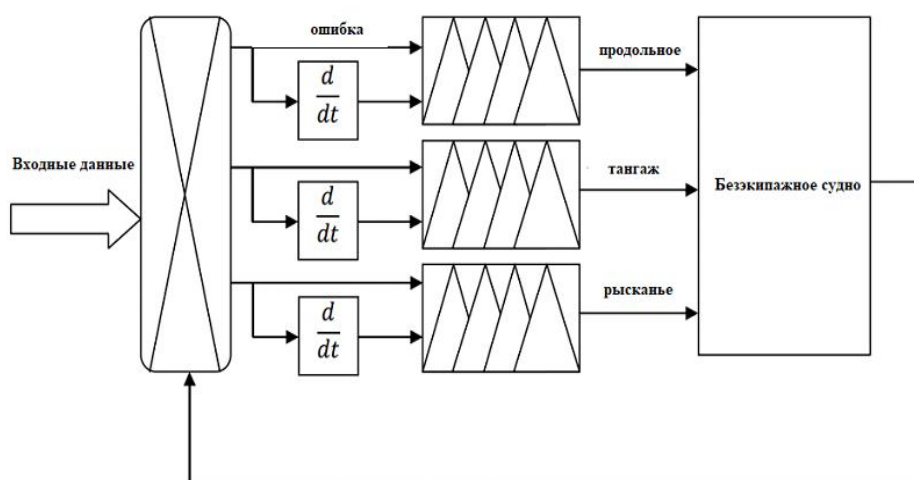


Рис. 3. Структура нечеткой системы управления БЭС

Fig. 3. Fuzzy control system of the uncrewed vessel

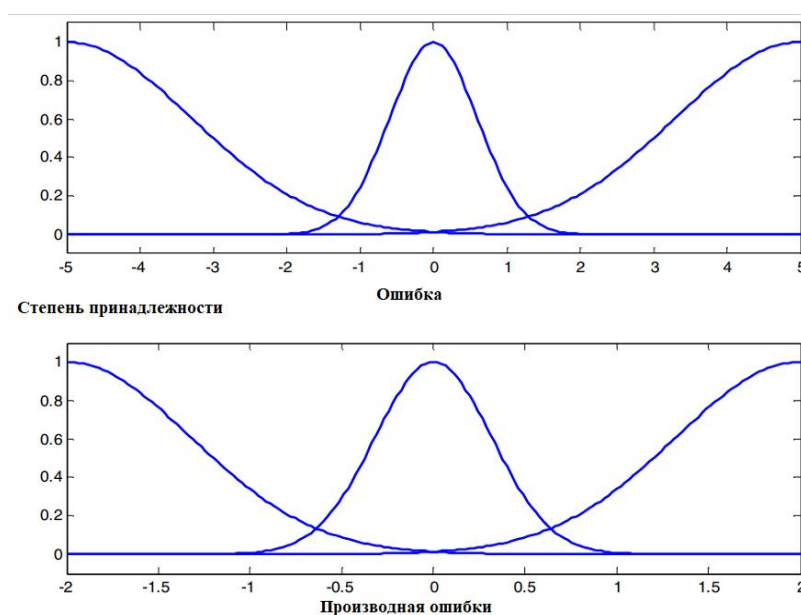


Рис. 4. Функции ошибки и производной от ошибки

Fig. 4. Functions for the error and the derivative of the error

Для движения по тангажу входными параметрами нечеткого контроллера являются ошибка угла тангажа и разница между текущей ошибкой и предыдущей. Выходом является время работы подруливающих устройств и работы двигателя, необходимое для выполнения нужного поворота БЭС. Функции членства аналогичны тем, что используются для управления в режиме продольного движения, всплытия, но с различными значениями параметров.

Для движения по рысканью входными также служат ошибка угла рысканья и разница ошибок, где выход – это время работы двигателя, требуемое для поворота аппарата в нужном направлении. Функции членства остаются такими же, как и в управлении продольного движения, но с другими параметрами для точной настройки движения рысканья.

Использование нейросети в нечетком моделировании

Внедрение нейросетей [15] в нечеткое моделирование и управления морскими автономными надводными роботизированными средствами и комплексами (МАНСиК) может быть достигнуто через несколько ключевых методов и математических формул а также рассматриваются подходы к разработке дата сета для интеллектуальной системы [16, 17], процесс сбора данных о движении БЭС, можно определить вектор состояния БЭС x , который может включать в себя параметры, такие как:

$$x=[u,v,w,p,q,r,x,y,z]^T, \quad (12)$$

где u, v, w – линейные скорости в направлениях p, q, r – угловые скорости вокруг осей; x, y, z – координаты положения БЭС.

На основе собранных данных создается нейросеть, которая обучается предсказывать выходные параметры y , скорость, позиции на основе входных данных X :

$$y=f(X;w), \quad (13)$$

где f – функция, описывающая нейросеть, а w – вектор весов нейросети. Функция потерь для обучения нейросети может быть задана как:

$$L=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^N \left(y_i-f(X_i;w)\right)^2, \quad (14)$$

где N – количество обучающих образцов. Нейросеть обновляет свои веса [18] w с использованием метода обратного распространения ошибки. Для интеграции нейросети с нечетким контроллером можно использовать нечеткие правила, основанные на входных данных текущих значениях линейных скоростей u и v . Нечеткая логика может быть представлена через правила типа "Если u высокое, то F высокое", где F – сила, необходимая для управления БЭС.

Обозначим нечёткие переменные как:

- F_{LGN} : большая отрицательная сила;
- F_{LOWN} : малая отрицательная сила;
- F_{ZZ} : нулевая сила;
- F_{LGP} : большая положительная сила;
- F_{LOWP} : малая положительная сила.

Функции принадлежности для этих переменных могут быть определены следующим образом:

$$\begin{aligned}
u_{F_{LGN}(F)} &= \max(0, \frac{F+a}{b}, \text{ для } F < -a \\
u_{F_{LOWN}(F)} &= \max(0, \frac{-c-F}{c}, \text{ для } -c < F < 0 \\
u_{F_{ZZ}(F)} &= \max(0, 1 - \frac{|F|}{d}, \text{ для } |F| < d \\
u_{F_{LGN}(F)} &= \max(0, \frac{F-e}{e}, \text{ для } 0 < F < e \\
u_{F_{LGP}(F)} &= \max(0, \frac{F-f}{g}, \text{ для } F > f \quad (15)
\end{aligned}$$

где a, b, c, d, e, f, g – параметры, задающие границы функций принадлежности.

На следующем этапе можно использовать нейросеть для адаптации параметров нечётких контроллеров в реальном времени. Это достигается путём обучения нейросети на результатах управления [19], например, используя функцию потерь на основе средней квадратичной ошибки:

$$KCKO = \sqrt{\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^N (y_{i,true} - y_{i,pred})^2\right)}, \quad (16)$$

где $y_{i,true}$ и $y_{i,pred}$ – истинные и предсказанные значения скорости БЭС.

Сформировав гибридную модель, объединяющую нейросеть и нечёткие правила, можем использовать для динамической корректировки нечётких правил:

$$F_{final} = F_{fuzzy} + \alpha f(X; w), \quad (17)$$

где F_{final} — итоговая сила управления; F_{fuzzy} — сила, рассчитанная с помощью нечёткой логики, а α — коэффициент, определяющий вклад нейросети в итоговую силу.

Такой подход позволяет создавать более адаптивные и устойчивые решения для управления БЭС в сложных и изменяющихся условиях, сочетая пре-

имущества нечёткой логики и нейросетевых технологий [20].

Результаты и их обсуждение

Для моделирования динамики БЭС с помощью метода Рунга-Кутты пятого порядка с допуском 0.00001 была разработана программа в среде моделирования MATLAB.

Оценка точности модели БЭС в открытом контуре

Наиболее широко используемым методом измерения производительности и показателей точности систем БЭС является среднеквадратичная ошибка (КСКО). Среднеквадратичная ошибка определяется как:

$$KCKO = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^N d_i^2\right)^{\frac{1}{2}}, \quad (18)$$

где n – количество пар данных; d_i – разница между i -м желаемым и i -м измеренным значениями, в системах МАН-СиК является важным шагом к обеспечению их надежности и эффективности, что особенно критично в условиях сложной подводной и надводной среды.

Функция КСКО предоставляет информацию о краткосрочной эффективности модели, позволяя сравнить фактическую разницу между желаемым и измеренным значениями. Чем меньше это значение, тем лучше работает модель. В табл. 1 показана производительность математической модели с открытым контуром и нечеткой модели для БЭС, причем для обеих моделей были применены одинаковые условия эксплуатации. Очевидно, что нечеткая

модель значительно улучшает характеристики БЭС по сравнению с математической моделью где БЭС должен двигаться по квадрату, например, из точки $(X = 0 \text{ м}, Y = 0 \text{ м}, Z = 0 \text{ м})$ в точку $(X = 1000 \text{ м}, Y = 200 \text{ м}, Z = 100 \text{ м})$ с нечетким контроллером и с математической и нечеткой моделью.

Таблица 1. Значения КСКО для математической модели БЭС и нечеткой модели в каждом направлении

Table 1. The MSE values for the UV mathematical model and the fuzzy model in each direction

Направление / Direction	Математическая модель КСКО / Mathematical model of KSKO	Модель с нечеткой логикой КСКО / Model with the fuzzy logic of KSKO	Нейросеть с нечеткой логикой КСКО / Neural network with the fuzzy logic of KSKO
X	38,1652	7,6558	6,4321
Y	1,2808	0,2748	0,2315
Z	2,5209	0,8275	0,6703
крен	0	0	0
тангаж	1,0074	0,869	0,845
рысканье	0,7188	0,5161	0,485

На рис. 5 показано синусоидальное движение в плоскости ХУ, что означает управление углом рысканья. Видно, что движение БЭС с нечеткой моделью выполняет лучшую работу по сравнению с БЭС с математической моделью с точки зрения точности, а также скорости. На рис. 6 показано трехмерное синусоидальное движение автономного аппарата, которое представляет собой управление глубиной, управление углом продольного наклона и управление углом рысканья. Хорошо видно, что движение БЭС с нечеткой моделью более точные и плавные по сравнению с движением БЭС с математической моделью в логарифмических единицах.

Было замечено, что система с нечетким контроллером и нечетким моделированием показала значительное уменьшение осцилляций при уровне шума в 10%,

по сравнению с системой с математическим контроллером, как видно на рис. 5. Это снижение осцилляций происходит без заметной потери точности.

После интеграции нейросетей в систему нечеткого моделирования были получены дополнительные результаты, которые подтверждают эффективность такого подхода. Нейросеть, обученная на данных о динамике БЭС, позволила более точно предсказывать выходные параметры, что привело к снижению значения КСКО по сравнению с предыдущими моделями. Например, при тестировании на аналогичных маршрутах было зафиксировано снижение КСКО на 20% по сравнению с чисто нечеткой моделью (см. табл. 1).

Кроме того, нейросеть обеспечила адаптацию параметров нечетких контроллеров в реальном времени, что поз-

волило эффективно реагировать на изменения в окружающей среде. Это было особенно заметно при управлении углом продольного наклона и углом рыскания,

где новое управление, основанное на комбинированном подходе, показало более гладкое и стабильное движение БЭС.

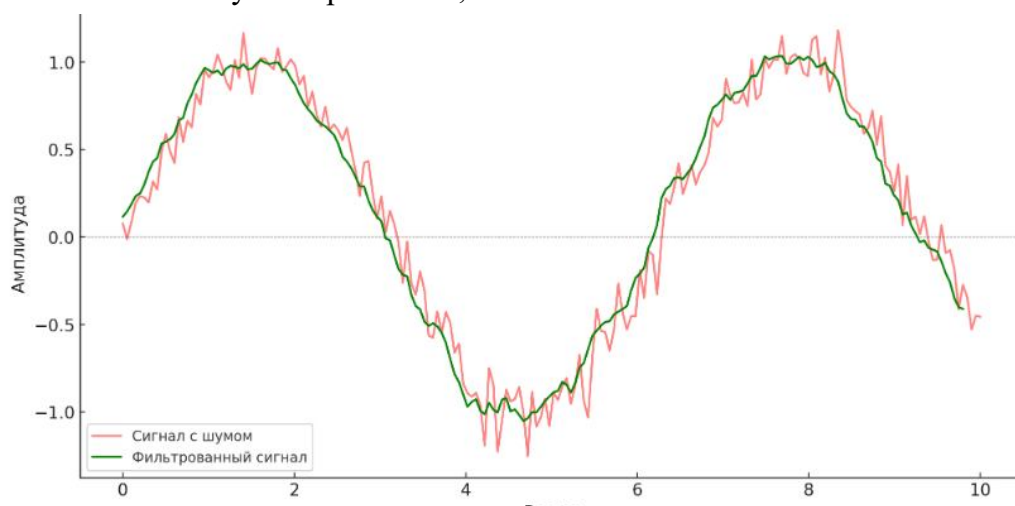


Рис. 5. Синусоидальное движение БЭС в XY с использованием математической модели на основе нечеткого управления с 10% шумом

Fig. 5. Sinusoidal motion of BEC in XY using a mathematical model based on fuzzy control with 10% noise

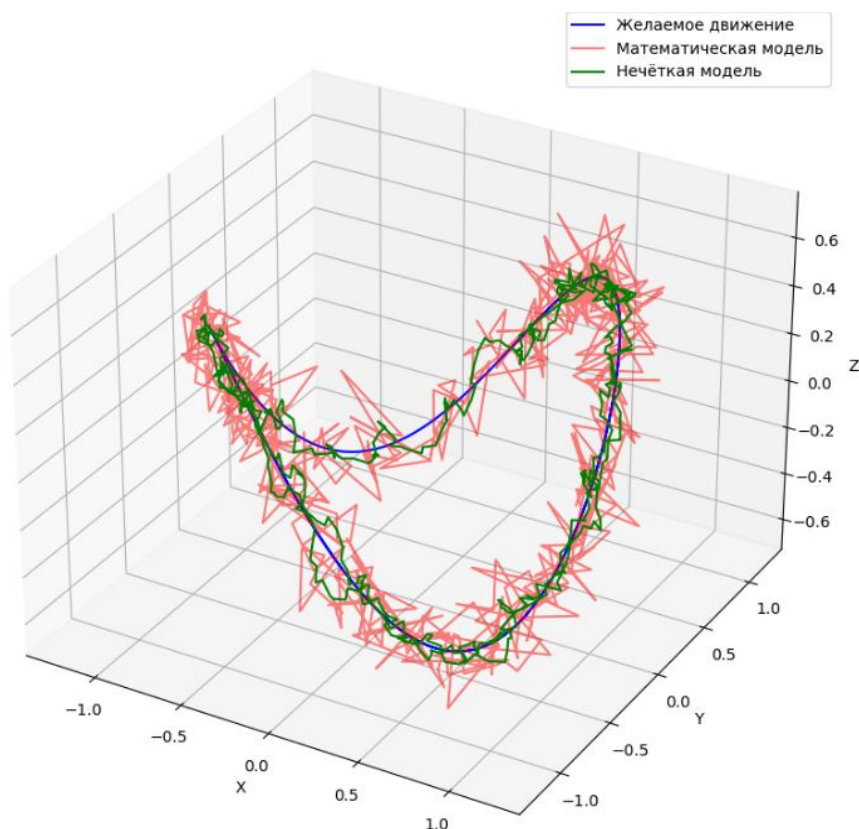


Рис. 6. Движение БЭС в системе XYZ с математической моделью и нечетким режимом на основе нечеткого управления

Fig. 6. UV motion in XYZ system with mathematical model and fuzzy mode based on fuzzy control

Выводы

В статье представлены результаты численного и нечеткого моделирования автономного подводного-надводного аппарата с применением нечетких контроллеров. Нечеткое моделирование используется для создания модели БЭК на основе входных и выходных данных системы. Контроллеры разрабатываются на основе этой модели, что позволяет учитывать особенности динамики аппарата. Поскольку нечёткие контроллеры обладают робастностью в процессе проектирования, они оказываются более эффективными для нелинейных и изменяющихся во времени систем. В исследовании рассматривается моделирование, которое проверяет нечёткий контроллер в условиях шумов и изменяющихся параметров среды, а также его последующую реализацию в реальном времени.

После добавления нейросетевых технологий к нечеткому моделированию и контроллерам, результаты показали значительное улучшение в точности управ-

ления БЭС. Нейросеть, обученная на данных о движении аппарата, позволяет предсказывать выходные параметры с высокой степенью точности, что обеспечивает более стабильную работу в условиях нестабильной среды.

Системы, основанные на комбинации нечеткой логики и нейросетевых подходов, демонстрируют лучшую адаптивность и эффективность управления по сравнению с традиционными математическими моделями. В частности, нейросеть позволяет динамически настраивать параметры нечетких контроллеров, учитывая изменения в реальном времени. Это особенно важно в условиях шумов и изменяющихся внешних факторов, где классические контроллеры могут терять свою эффективность.

Дополнительно проведенные эксперименты подтвердили, что интеграция нейросетей в нечеткие системы управления приводит к снижению осцилляций и повышению стабильности движения БЭС.

Список литературы

1. The advancement of an autonomous underwater vehicle (AUV) technology / K. Tan, T.Liddy, A.Anvar, Tien-Fu Lu // IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications. 2008. DOI:10.1109/ICIEA.2008.4582535.
2. Kanakakis V., Tsourveloudis N. K., Valavanis K. P. Design and testing of a fuzzy logic controller for an autonomous underwater vehicle. Technical University of Crete. 2001. URL: <https://www.researchgate.net/>.
3. Huang S.H. Control of autonomous underwater vehicle using fuzzy logic and genetic algorithms. Technology of autonomous underwater vehicles, 1996.
4. Kim T.W. A new neuro-fuzzy controller for autonomous underwater vehicles. Robotics and Automation, 2001.

5. Гидроакустические навигационные средства / В.И. Бородин, Г.Е. Смирнов, Н. А. Толстякова, Г.В. Яковлев. Л.: Судостроение, 1983. 262 с.
6. Ridao P., et al. Model identification of a low-speed unmanned underwater vehicle, IFAC Proceedings. August 2002. Vol. 34(7). DOI: 10/1016/S1474-6670(17)35114-5.
7. Saiaadi H., Ura T.. Identification of AUV systems with multiple inputs and multiple outputs using neural network. IEEE 1999 .
8. Papoulis A., Pillai S. U. Probability, random variables, and stochastic processes. 4th ed. New York, McGraw-Hill, 2002.
9. Awadi-Moghaddama D. Adaptive neurofuzzy control system based on genetic algorithm for remotely operated vehicle underwater // Expert Systems with Applications. 2009; 36.
10. Fossen T. I. Guidance and control of ocean vehicles. John Wiley&Sons, 1994. 494 p.
11. Asokan T. M. Design of an autonomous underwater robotic vehicle (AUV). Indian Institute of Technology. Madras; 2008.
12. Wang L. X. Fuzzy systems are universal approximators. IEEE International Conference on Fuzzy Systems. San Diego, CA, USA, 2002. DOI:10.1109/FUZZY. 1992. 258721.
13. Takagi T., Sugeno M. Fuzzy identification system and its application to modeling and control. IEEE (Transactions on Systems, Man, and Cybernetics.) Vol. SMC-15/ Is. 1. P. 116-132. <http://clx.doi.org/10/1109/TSMC. 1985/6313399>.
14. Akkizidis I.S., Roberts G.N. Fuzzy modeling and fuzzy-neural motion control of an autonomous underwater robot. 2008. AMC'98 - Coimbra. 1998 5th International Workshop on Advanced Motion Control. Proceedings. DOI: 10.1109/ AMC.1998.743614
15. Суровцев И.С., Клюкин В.И., Пивоварова Р.П. Нейронные сети. Воронеж: ВГУ, 1994. 224 с.
16. Разработка эргономичного приложения-помощника на основе нейронной сети / Д.С. Савенков, С.Ю. Поздняков, А.А. Кузьменко, Р.А. Филиппов, Л.Б. Филиппова // Известия Юго-Западного государственного университета. 2023; 27(3): 52-65. <https://doi.org/10.21869/ 2223-1560-2023-27-3-52-65>.
17. Милостная Н. А. Исследование устойчивости нейро-нечёткой системы вывода, основанной на методе отношения площадей // Известия Юго-Западного государственного университета. 2021; 25(3): 70-85. <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2021-25-3-70-85>
18. Уоссермен Ф. Нейрокомпьютерная техника: теория и практика. М.: Мир, 1992.
19. Галушкин А.И., Цыпкин Я.З. Нейронные сети: история развития теории. М.: Альянс, 2015. 840 с.
20. Барский А.Б. Логические нейронные сети. М.: Бином, 2013. 352 с.

References

1. Tan K., Liddy T., Anvar A., Tien-Fu Lu The advancement of an autonomous underwater vehicle (AUV) technology. IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications. 2008. DOI:10.1109/ICIEA.2008.4582535.
2. Kanakakis V., Tsourveloudis N. K., Valavanis K. P. Design and testing of a fuzzy logic controller for an autonomous underwater vehicle. Technical University of Crete; 2001. Available at: <https://www.researchgate.net/>.
3. Huang S.H. Control of autonomous underwater vehicle using fuzzy logic and genetic algorithms. Technology of autonomous underwater vehicles, 1996.
4. Kim T.W. A new neuro-fuzzy controller for autonomous underwater vehicles. Robotics and Automation, 2001.
5. Borodin V.I., Smirnov G.E. Hydroacoustic navigation aids. Shipbuilding, 1983.
6. Ridao P., et al. Model identification of a low-speed unmanned underwater vehicle, IFAC Proceedings. August 2002. Vol. 34(7). DOI: 10/1016/S1474-6670(17)35114-5.
7. Saiaadi H., Ura T.. Identification of AUV systems with multiple inputs and multiple outputs using neural network. IEEE 1999 .
8. Papoulis A., Pillai S. U. Probability, random variables, and stochastic processes. 4th ed. New York, McGraw-Hill, 2002.
9. Awadi-Moghaddama D. Adaptive neurofuzzy control system based on genetic algorithm for remotely operated vehicle underwater. *Expert Systems with Applications*. 2009; 36.
10. Fossen T. I. Guidance and control of ocean vehicles. John Wiley&Sons, 1994. 494 p.
11. Asokan T. M. Design of an autonomous underwater robotic vehicle (AUV). Indian Institute of Technology. Madras; 2008.
12. Wang L. X. Fuzzy systems are universal approximators. IEEE International Conference on Fuzzy Systems. San Diego, CA, USA, 2002. DOI:10.1109/FUZZY. 1992. 258721.
13. Takagi T., Sugeno M. Fuzzy identification system and its application to modeling and control. IEEE (Transactions on Systems, Man, and Cybernetics.) Vol. SMC-15/ Is. 1. p. 116-132. <http://clx.doi.org/10/1109/TSMC. 1985/6313399>.
14. Akkizidis I.S., Roberts G.N. Fuzzy modeling and fuzzy-neural motion control of an autonomous underwater robot. AMC'98 - Coimbra. 1998 5th International Workshop on Advanced Motion Control. Proceedings. DOI: 10.1109/AMC.1998.743614
15. Surovtsev I.S., Klyukin V.I., Pivovarova R.P. Neural Networks. Voronezh: VSU; 1994. 224 p. (In Russ.).
16. Savenkov D. S., Pozdnyakov S. Yu., Kuzmenko A. A., Filippov R. A., Filippova L. B. Development of an Ergonomic Assistant Application Based on a Neural Network. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta = Proceedings of the Southwest State University*. 2023; 27(3): 52-65 (In Russ.). <https://doi.org/ 10.21869/2223-1560-2023-27-3-52-65>.

17. Milostnaya N. A. Stability Study of a Neuro-Fuzzy Output System Based on Ratio Area Method. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta = Proceedings of the Southwest State University*. 2021; 25(3): 70-85 (In Russ.). <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2021-25-3-70-85>.
18. Wasserman F. Neurocomputing: Theory and Practice. Moscow: Mir; 1992. (In Russ.).
19. Galushkin A.I., Tsypkin Ya.Z. Neural Networks: History of Theory Development. Moscow: Al'yans; 2015. 840 p. (In Russ.).
20. Barsky A.B. Logical Neural Networks. Moscow: Binom; 2013. 352 p. (In Russ.).

Информация об авторах / Information about the Authors

Евсюков Петр Сергеевич,
инженер-программист, Центральный
научно-исследовательский институт «Курс»,
г. Москва, Российская Федерация,
e-mail: PetrEvsyukovS@yandex.ru

Petr S. Evsyukov, Software Engineer,
Central Research Institute «Kurs»,
Moscow, Russian Federation,
e-mail: PetrEvsyukovS@yandex.ru

Андреева Ольга Николаевна, доктор
технических наук, руководитель
научно-методического центра
АО «Концерн «Моринсис-Агат»,
профессор БК232 РТУ МИРЭА,
Центральный научно-
исследовательский институт «Курс»,
г. Москва, Российская Федерация,
e-mail: nauka@concern-agat.ru

Olga N. Andreeva, Dr. of Sci. (Engineering),
Head of Scientific and Methodological Center
of JSC "Concern "Morinsis-Agat",
Professor BK232 RTU MIREA,
Central Research Institute «Kurs»
Moscow, Russian Federation,
e-mail: nauka@concern-agat.ru

УДК 004.89

<https://doi.org/10.21869/2223-1560-2024-28-4-104-123>

Метод формирования многоярусной нейросетевой системы прогнозирования с возможностью реконфигурации

А.К. Крутиков ¹ ✉, В.Ю. Мельцов ¹ ✉

¹ Вятский государственный университет
ул. Московская, д. 36, г. Киров 610000, Российская Федерация

✉ e-mail: yadrodisk@yandex.ru

Резюме

Цель исследования. Повышение точности прогнозирования за счёт выявления логических связей в неструктурированных наборах данных и формирования многоярусной структуры специализированной нейросетевой вычислительной системы

Методы. Предложен параллельный алгоритм определения фрагментированной структуры обучающей выборки, используемый для выделения фрагментов, содержащих обучающие данные, на основе логических зависимостей выборки. На базе сгенерированной фрагментированной выборки разработан метод ассемблирования нейронных сетей, используемый для формирования эффективной структуры каскадной системы прогнозирования.

Результаты. В качестве основного эксперимента выбрано прогнозирование результатов неофициального командного зачета Международного фестиваля студенческого спорта 2023. Сформирована фрагментированная обучающая выборка на основе которой построен каскад нейросетевых модулей. В экспериментах протестировано четыре варианта каскада, показавших существенное повышение точности прогнозирования по сравнению с одномодульными аналогами. Для значительного повышения производительности нейросетевой системы при сверхкраткосрочных прогнозах рассмотрена аппаратная реализации каскадов на основе решающего поля ПЛИС. Предложена структура комплекса с возможностью его реконфигурации.

Заключение. Применение искусственных нейронных сетей в прогнозировании перспективно, однако может сталкиваться с проблемами неточности результатов из-за недостаточной вычислительной мощности и коллизий в обучающих выборках. Один из предложенных вариантов решения проблемы – каскадирование специализированных нейросетевых модулей. Положительные результаты продемонстрировали как программная, так и аппаратная реализация системы на основе предложенного каскада. Оценка аппаратной реализации демонстрирует возможность ускорения, по сравнению с программной реализацией, что может быть необходимо при проведении сверхкраткосрочных прогнозов. Предложенные методы и алгоритмы продемонстрировали свою корректность.

Ключевые слова: искусственная нейронная сеть; прогнозирование; обучающая выборка; каскадирование; ПЛИС; решающее поле.

Конфликт интересов: Авторы декларируют отсутствие явных и потенциальных конфликтов интересов, связанных с публикацией настоящей статьи.

Для цитирования: Крутиков А.К., Мельцов В.Ю. Метод формирования многоярусной нейросетевой системы прогнозирования с возможностью реконфигурации // Известия Юго-Западного государственного университета. 2024. Т. 28, №4. С. 104-123. <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2024-28-4-104-123>.

Поступила в редакцию 05.11.2024

Подписана в печать 28.11.2024

Опубликована 10.12.2024

A method for forming a multi-tiered neural network forecasting system with the possibility of reconfiguration

Alexander K. Krutikov ¹ ✉, Vasily Y. Meltsov ¹

¹ Vyatka State University
36, Moskovskaya str., Vyatka 610000, Russian Federation

✉ e-mail: yadrodisk@yandex.ru

Abstract

Purpose of research. Improving the accuracy of forecasting by identifying logical connections in unstructured datasets and forming a multi-tiered structure of a specialized neural network computing system.

Methods. A parallel algorithm for determining the fragmented structure of the training sample is proposed, which is used to isolate fragments containing training data based on the logical dependencies of the sample. Based on the generated fragmented sample, a method for assembling neural networks has been developed, which is used to form an effective structure of a cascade forecasting system.

Results. Forecasting the results of the unofficial team competition of the International Student Sports Festival 2023 was chosen as the main experiment. A fragmented training sample has been formed on the basis of which a cascade of neural network modules has been built. Four cascade variants were tested in experiments, which showed a significant increase in prediction accuracy compared to single-module analogues.

To significantly improve the performance of a neural network system with ultra-short-term forecasts, the hardware implementation of cascades based on the decisive field of FPGA is considered. The structure of the complex with the possibility of its reconfiguration is proposed.

Conclusion. The use of artificial neural networks in forecasting is promising, but it may face problems of inaccuracy of results due to insufficient computing power and collisions in training samples. One of the proposed solutions to the problem is cascading specialized neural network modules. Positive results were demonstrated by both the software and hardware implementation of the system based on the proposed cascade. The evaluation of the hardware implementation demonstrates the possibility of acceleration, compared with the software implementation, which may be necessary when conducting ultra-short-term forecasts. The proposed methods and algorithms have demonstrated their correctness.

Keywords: artificial neural network; forecasting; training sampling; cascading; FPGA; decision field.

Conflict of interest. The authors declare the absence of obvious and potential conflicts of interest related to the publication of this article.

For citation: Krutikov A. K., Meltsov V. Y. A method for forming a multi-tiered neural network forecasting system with the possibility of reconfiguration. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta = Proceedings of the Southwest State University*. 2024; 28(4): 104-123 (In Russ.). <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2024-28-4-104-123>.

Received 05.11.2024

Accepted 28.11.2024

Published 10.12.2024

Введение

Прогнозирование играет ключевую роль во многих областях человеческой деятельности, поскольку оно позволяет предвидеть тенденции и развитие событий в будущем на основе анализа имеющихся данных и текущих трендов. Эти знания помогают принимать взвешенные решения и эффективно планировать свою деятельность. Прогнозирование широко используется в различных отраслях, таких как бизнес, финансы, транспорт, энергетика, здравоохранение и многих других. В финансовой сфере прогнозирование помогает анализировать риски и принимать обоснованные инвестиционные решения. В транспортной области – повышает качество логистических решений. В энергетике без прогнозирования и планирования затрат электроэнергии на краткосрочный и долгосрочный периоды невозможно эффективно организовать процесс выработки энергоресурсов. В здравоохранении оно используется и для прогнозирования развития сложных заболеваний, и для оценки вероятности возникновения и распространения эпидемий. Одной из областей, в которых прогнозирование получило второе дыхание благодаря мощному развитию суперкомпьютерных систем и информационных технологий, является область высоких спортивных достижений. Прогнозирование численных результатов позволяет планировать физическую

подготовку как отдельных спортсменов, так и сборных команд в целом. В случае сверхдолгосрочных прогнозов мы получаем возможность оценивать динамику развития атлетов, начиная с самого юного возраста.

Системы прогнозирования и планирования спортивных результатов используют различные методы и алгоритмы для анализа данных и составления прогнозов. Многие из них базируются на аппарате математической статистики [1, 2]. Статистические методы позволяют выявлять закономерности и тенденции, например, на основе регрессионного или корреляционного анализа [3]. Корреляционный анализ наиболее эффективен для прогнозирования результатов команд в игровых видах спорта. Он позволяет выявить взаимосвязь между различными факторами, такими как результаты последних матчей у каждой команды, результаты личных встреч, статистика игроков на данный период, погода в день матча и т. д. Как ни странно, достаточно точные результаты можно получить, используя метод «экспертной оценки». Эксперты в области спорта могут составить эффективный план подготовки индивидуального спортсмена к определённым соревнованиям в течение года, дать свою оценку возможных результатов призёров и победителей этих соревнований. Эти экспертные оценки основаны на опыте, знаниях и даже, в некоторых случаях, интуиции экспертов.

В последние годы одним из наиболее эффективных инструментов прогнозирования спортивных событий оказались искусственные нейронные сети (ИНС). Нейронные сети могут учитывать огромное количество факторов, иногда упускаемых из вида даже экспертами. Разработка специализированных систем прогнозирования [4], в том числе в спортивной сфере, одно из динамично развивающихся направлений в области IT-технологий.

Нейронные сети успешно решают задачи прогнозирования, так как они способны обрабатывать большие объемы данных и находить закономерности в них. Преимущества использования нейронных сетей в прогнозировании включают высокую точность предсказаний за счет обучения на больших объемах данных, возможность работы с нелинейными зависимостями и способность адаптироваться к изменяющимся условиям. Нейронные сети также могут автоматически извлекать признаки из данных, что делает их еще более эффективным инструментом. Однако стоит отметить, что некоторые архитектурные решения на базе нейронных сетей требуют больших объемов вычислительных ресурсов для обучения и работы. Кроме того, интерпретация результатов работы нейронных сетей может быть затруднительной, что усложняет их использование в некоторых областях прогнозирования [5, 6].

В работе [7] описывается специализированная вычислительная система, ко-

торая предназначена для решения задач прогнозирования на основе предварительно обработанных неструктурированных данных. Особенностью этой системы является то, что её операционная часть базируется на нейросетевых механизмах. Авторы работы подробно описывают процесс создания модели и структурных решений системы на базе искусственных нейронных сетей (ИНС). Также приводятся примеры использования системы для решения конкретных задач, в частности речь идет о прогнозе результатов в индивидуальной легкой атлетической дисциплине. Определение логических зависимостей производится экспертами в данном виде спорта [7]. Однако определение ряда логических зависимостей возможно автоматизировать, используя различные математические и статистические методы.

Для прогнозирования многопараметрических событий необходимо заранее подготовить релевантную обучающую выборку. Обучающая выборка представляет собой набор данных, содержащий некоторые известные факты за предыдущие временные периоды. Важность подготовки качественной обучающей выборки заключается в том, что для ИНС именно она определяет качество и точность модели обучения. Чем больше и разнообразнее данные в обучающей выборке, тем более точно модель сможет обобщать информацию и делать более точные прогнозы на основе поступающих данных. Если же обучающая выборка недостаточно объемна или не ре-

презентативна, то модель может столкнуться с проблемой переобучения. Стандартная обучающая выборка имеет вид двумерного массива, где i -я строка соответствует одной из предикторных характеристик, а элементы строки заполняются реальными значениями этой характеристики в определённые моменты

времени. Тогда получаем, что каждая строка двумерного массива представляет собой вектор, содержащий набор численных значений выделенной характеристики за указанный период наблюдения [8]. Этому набору в следующем фрагменте выборки сопоставлен известный итоговый результат (рис. 1).

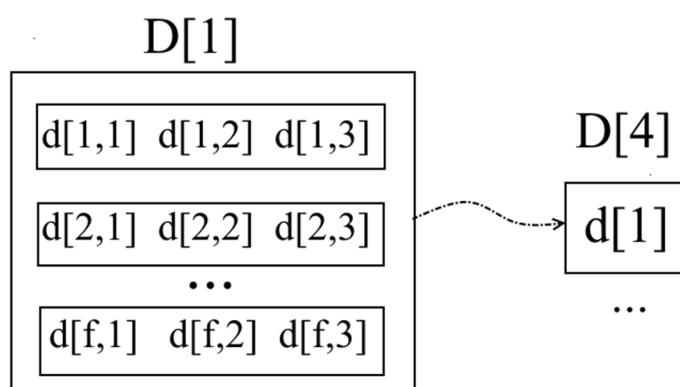


Рис.1. Логические зависимости в обучающей выборке

Fig. 1. Logical dependencies in the training sample

Материалы и методы

В данной работе при подготовке фрагментированной обучающей выборки предлагается исходный двумерный массив разбивать на меньшие двумерные массивы. Главный принцип разбиения – наличие логических связей между элементами, при этом элемент не должен быть итоговым результатом. Определение взаимозависимостей между фрагментами обучающей выборки (выбранными характеристиками наблюдения) основано на наличии выявленных ранее логических связей между указанным вектором исходного фрагмента и элементами столбца последующего фрагмента [7]. Количество «связываемых» фрагментов не ограниче-

но, а логические связи могут быть установлены либо с помощью специального анализа, выявляющего функциональные зависимости в структурированных наборах данных, либо на основе экспертного мнения специалиста-профессионала в данной предметной области [9]. Таким образом, фрагменты обучающей выборки выстраиваются в логическую последовательность или несколько последовательностей. Пример полной структуры обучающей выборки приведен на рис. 2.

Такая сложная структура выборок влияет и на детализированную структуру специализированной вычислительной системы прогнозирования. Эффективным решением будет использовать метод ассемблирования нейросетевых модулей в

составе комплекса. На основе сформированных последовательностей фрагментов выборки определяется количество уровней нейронного каскада и количество модулей на каждом ярусе. Тип нейронной сети, реализуемой в модуле, определяется задачей, решаемой на данном этапе прогнозирования. Начиная со второго уровня, в каждом модуле обрабатываются данные промежуточных прогнозов, поступающие от предыдущего яруса.

Выделяются два типа используемых переменных: предикторы, или независимые переменные, и целевые признаки - зависимые переменные, которые вычисляются на основе предикторов. Количество предикторов формирования прогнозов от уровня к уровню может как уменьшаться, так и увеличиваться. Сгенерированные фрагменты обучающей выборки подаются на соответствующие модули всех ярусов каскадной вычислительной системы.

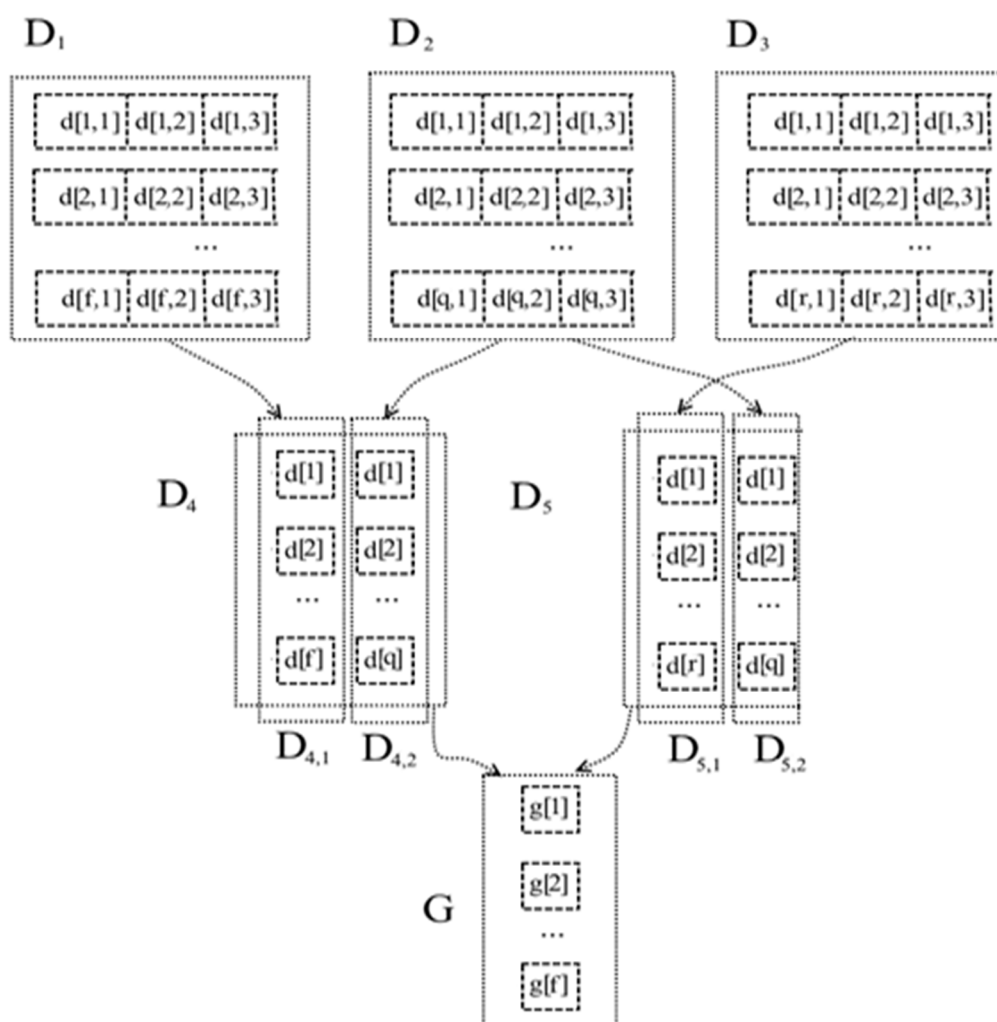


Рис. 2. Полная структура обучающей выборки

Fig. 2. The complete structure of the training sample

Некоторые параметры могут оказывать наибольшее влияние на промежуточные результаты прогнозирования и соответствующий итоговый результат. Такие параметры будем называть *ключевыми предикторами*. Предиктором, который является ключевым для формирования прогноза, называется тот, чей исключение из обучающей выборки приводит к увеличению ошибки обобщения. Величина ошибки обобщения определяет, насколько влияние этого предиктора влияет на конечный результат прогноза. В прикладных задачах, где существуют ограничения на время обучения или аппаратные затраты, выявление подобных характеристик позволит уменьшить размер обучающей выборки без значительных потерь в точности прогноза. В случае ассемблирования модулей, выявление ключевых предикторов на каждом ярусе позволяет сокращать столбцы и/или строки в фрагментах выборки и более «тонко» настраивать архитектуру нейросетевой системы для решения задач прогнозирования с указанными пользователем ограничениями.

На начальном этапе исследований были разработаны два прототипа системы: первый содержал только RBF-модуль [10], второй – только GRNN-модуль [11]. RBF-сети (нейронные сети с радиально-базисными функциями) строятся с использованием радиальных нейронов, которые имеют ненулевые значения только вблизи своего центра. Обучение RBF-сетей проходит в два этапа: настройка центров радиальных

функций и, затем, обучение выходного слоя. Проблема возникла при необходимости добавления некоторых параметров, которые также достаточно значимо могут влиять на прогнозируемый результат. Включение этих параметров в модель потребовало изменения структуры обучающей и исходной выборки, изменения архитектуры прототипа и переобучения соответствующих модулей нейросетевой системы.

GRNN-сеть, которая является разновидностью радиально-базисных нейронных сетей, обычно используется для непараметрической регрессии [10]. Обучение GRNN-модулей также проходило в два этапа: сначала настраивались центры радиальных функций, затем нейроны выходного слоя, с учётом фиксированных параметров радиальных нейронов. Основным недостатком GRNN-сети является ее размерность – для достижения хорошей точности потребовалось большое количество нейронов. Однако уменьшение обучающей выборки приводит и к уменьшению обобщенно-регрессионной нейронной сети.

В случае применения каскадной архитектуры предполагается формирование промежуточных прогнозных значений на каждом ярусе, передачу их на следующий ярус и формирование итогового прогноза. На первом ярусе все предикторы «собираются» в соответствующие фрагменты, количество которых определяет количество нейросетевых модулей на этом ярусе. Для каждого модуля системы обучающая выборка

формируется отдельно, и модули обучаются заранее. С учётом указанных выше особенностей был разработан третий прототип специализированной нейросетевой системы прогнозирования, содер-

жащий как GRNN, так и RBF-модули, организующие трёхъярусную архитектуру системы. Обобщённая структура каскада приведена на рис. 3.

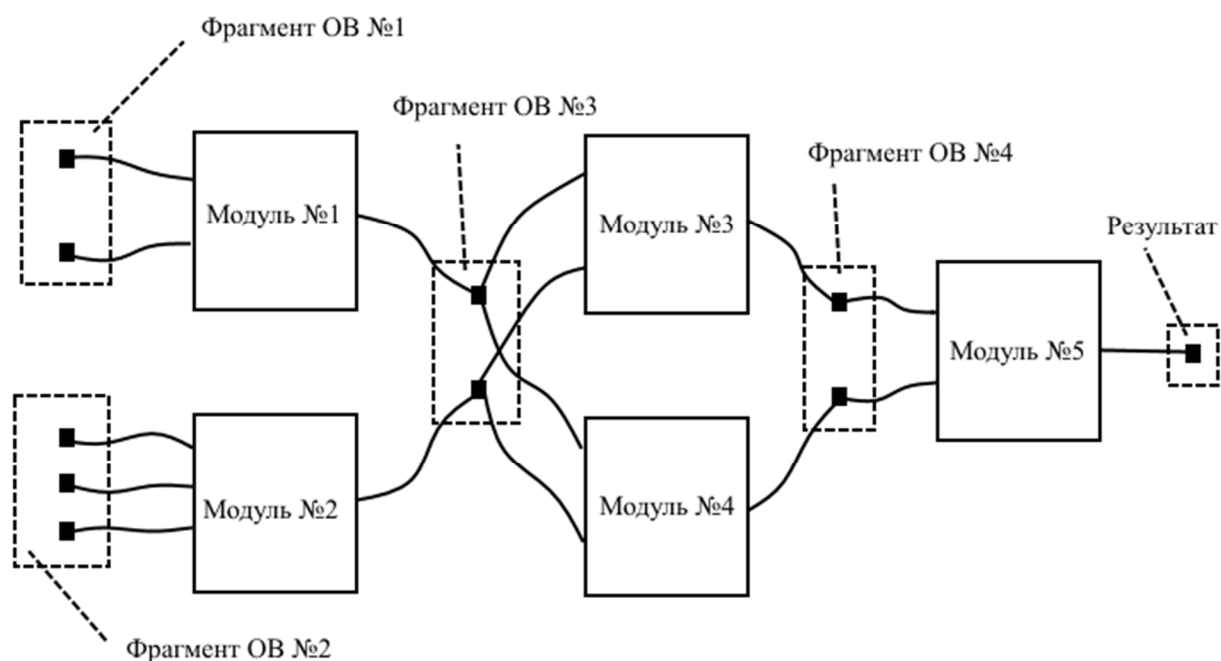


Рис.3. Обобщённая структура каскада нейросетевых модулей

Fig. 3. Generalized structure of the cascade of neural network modules

При использовании каскада, параметры, которые раньше не включались в выборку, динамически формируются в процессе прогнозирования на каждом ярусе и передаются между модулями каскада с одного уровня на другой. Эти значения являются промежуточными результатами прогнозирования и одновременно формируют предикторы для модулей последующих уровней. При обучении каскадной модели каждый модуль обучался по отдельности и включался в состав каскада после завершения обучения.

Результаты и их обсуждение

В качестве эксперимента рассмотрим прогнозирование результатов сборной команды Российской Федерации в неофициальном командном зачете на Международном фестивале студенческого спорта в 2023 году. Обычно, место в НКЗ определяется по основной системе оценки – количеству золотых медалей, завоеванных командой какой-либо страны. Однако, зачастую, применяется и более широкая рейтинговая система, которая учитывает общее количество медалей,

не разделяя их по достоинству. Для обучения нейросетевых прототипов была сформирована обучающая выборка, включающая результаты выступлений российских сборных с 1992 года, по всем видам спорта, входящим в программу Международного фестиваля. Анализ зарубежных [12] и отечественных [13] научных исследований в данной области показал, что для релевантного прогноза по НКЗ необходимо учитывать не только спортивные показатели команд, но и экономические и социальные факторы, влияющие на конечный результат выступления сборных команд. В частности, в указанных экспериментах в обучающие выборки были включены такие показатели, как численность населения страны, валовой внутренний продукт (ВВП) на душу населения, бюджеты Министерства спорта и отдельных Федераций, количество спортсменов, входящих в состав делегации на Фестиваль, удалённость места проведения соревнований от основных тренировочных баз (для учёта акклиматизации), фактор «родных стен» (на основе анализа выступлений стран-организаторов подобных спортивных мероприятий) и т.д.

При разделении обучающей выборки на фрагменты учитывались логические связи между исходными данными, выявленные на основе экспертных знаний [7]. Важно, что сформированные фрагменты выборок могут содержать как уникальные данные (включённые в состав только

указанного фрагмента), так и отдельные, повторяющиеся в нескольких фрагментах, данные, в зависимости от специфики каждого фрагмента.

Проанализируем результаты проведённых экспериментов на двух первых прототипах – на основе RBF-сетей и GRNN-сетей. Стоит отметить, что в обоих случаях проводилось по два отдельных эксперимента. Поскольку существуют разные системы оценок, то после прогнозирования места Российской команды по первой шкале (количество золотых медалей), необходимо было переобучать нейросетевые модули на другую шкалу (общее количество медалей). Настраиваемыми параметрами в RBF- и GRNN-прототипах являлись параметр влияния (SPREAD), определяющий крутизну функции radbas , и целевая ошибка обучения, соответственно. Параметр влияния – это параметр, который используется в радиально-базисных сетях для контроля степени влияния базисных функций на выходные значения. Он определяет ширину базисных функций и влияет на способность сети к обобщению и точности генерируемых прогнозов. Чем больше значение SPREAD, тем шире становятся базисные функции и тем меньше они реагируют на изменения входных данных. Это может привести к более обобщённым решениям, но также может снизить точность предсказаний для конкретных случаев. Результаты прогнозирования сведены в табл. 1 и табл. 2.

Таблица 1. Результаты экспериментов (RBF-сеть)**Table 1.** Experimental results (RBF network)

RBF-сеть / RBF network				
Золотые медали / Gold medals		Общее число медалей / Total number of medals		Параметр влияния / SPREAD
Прогноз (количество) / Forecast (quantity)	Прогноз (место) / Forecast (place)	Прогноз (количество) / Forecast (quantity)	Прогноз (место) / Forecast (place)	
167	1	507	1	0,0003
167	1	508	1	0,003
168	1	508	1	0,03
168	1	509	1	0,3

Таблица 2. Результаты экспериментов (GRNN-сеть)**Table 2.** Experimental results (GRNN network)

GRNN-сеть / GRNN network				
Золотые медали / Gold medals		Общее число медалей / Total number of medals		Целевая ошибка / GOAL
Прогноз (количество) / Forecast (quantity)	Прогноз (место) / Forecast (place)	Прогноз (количество) / Forecast (quantity)	Прогноз (место) / Forecast (place)	
128	2	458	2	0.001
128	2	458	2	0.01
128	2	459	2	0.1
131	1	459	2	1
131	1	459	2	2

Как видим, результаты по прогнозу количества золотых медалей если и различаются, то не так значительно. А вот прогнозирования общего количества

медалей имеют существенные отличия. Отложим детальный сравнительный анализ до окончания экспериментов с каскадной вычислительной системой.

Процессы обучения и прогнозирования при ассемблировании нейросетевых модулей имеют ряд положительных моментов. Во-первых, при наличии достаточно большого и репрезентативного набора исходных данных, обучение всех модулей системы можно проводить параллельно (одновременно). Таким образом, время подготовки каскадного прототипа к работе никак не изменится из-за наличия нескольких нейросетевых модулей.

Во-вторых, изменение структуры обучающей выборки привело к повышению эффективности прогнозирования за счёт существенной детализации полученных результатов. Обучающая выборка для первого уровня модулей разделена на два больших компонента. В первый компонент включены социальные (в том числе, экономические) параметры, а во второй – спортивные показатели, которые были описаны ранее при обучении отдельных ИНС. После первого уровня формируются фрагменты выборки, содержащие количество медалей различного достоинства,

завоёванных спортсменами указанной сборной. Стоит отметить, что во втором фрагменте объединены показатели количества как золотых, так и серебряных наград. Это сделано для повышения точности прогноза по главной шкале НКЗ, так как при равенстве у нескольких команд золотых медалей, учитывается количество серебряных наград. Соответственно, полученные на данном ярусе факторы являются промежуточными результатами для генерации итоговых прогнозов. А итоговых результатов прогноза можно получить сразу два, без переобучения нейросети. И это третье преимущество выбранного подхода с ассемблированием модулей. Первый результат, место сборной команды России по количеству золотых медалей, будет сформирован на выходе второго яруса. А второй, место российской сборной по общему количеству медалей, генерирует нейросетевой модуль третьего яруса. Общая фрагментированная структура выборки приведена на рис. 4.

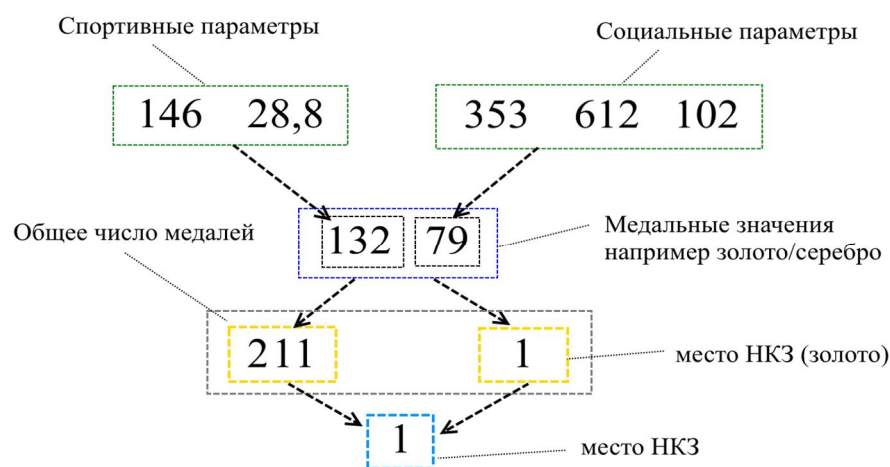


Рис. 4. Структура обучающей выборки в эксперименте

Fig. 4. The structure of the training sample in the experiment

Также важно, что практически половина значений обрабатываемых параметров могут отсутствовать в исходных выборках для начала процесса прогнозирования, так как динамически формируются в процессе прогнозирования в модулях каждого яруса и передаются с одного уровня на другой.

Программная симуляция каскадной вычислительной системы проводилась в

среде моделирования MATLAB с использованием пакета Deep Learning Toolbox [14]. Также, некоторые модули были написаны на языке программирования Python с использованием библиотеки Keras. Трёхъярусная структура была реализована в четырёх вариантах, при различном сочетании нейросетевых модулей (рис. 5).

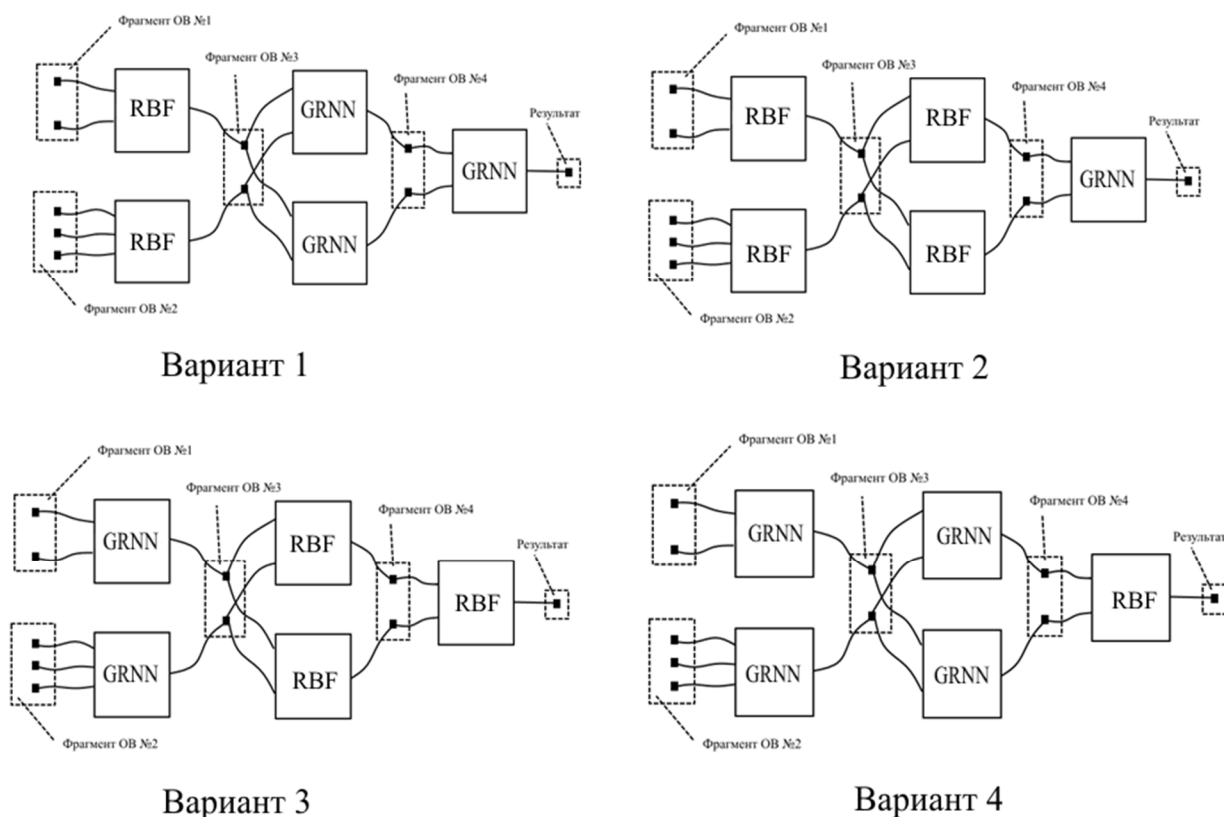


Рис. 5. Варианты реализации трёхъярусной нейросетевой вычислительной системы

Fig. 5. Implementation options for a three-tier neural network computing system

Результаты проведённых экспериментов на каскадной системе по прогнозированию места Российской сборной в НКЗ приведены в табл. 3.

Для анализа полученных результатов прогнозирования на всех трёх прототипах необходимо иметь фактические итоги участия Российской команды на

Международном фестивале студенческого спорта в 2023 году. А они следующие: золотых медалей – 144, серебряных медалей – 138, бронзовых медалей 199, НКЗ по золотым медалям (144) – 1 место, НКЗ по общему числу медалей (481) – 1 место.

Таблица 3. Результаты экспериментов (каскадная система)**Table 3.** Experimental results (cascade system)

Каскад / Cascade	Количество медалей (золото/серебро) / Number of medals (gold/silver)	Место в НКЗ (золото) / A place in the team standings (gold)	Количество медалей (общее) / Number of medals (total)	Место в НКЗ (общее) / Place in the team standings (general)
Вариант 1	153/128	1	494	1
Вариант 2	154/139	1	495	1
Вариант 3	136/142	1	472	1
Вариант 4	137/139	1	471	1

Таким образом, вернувшись к результатам экспериментов на первых двух прототипах с одномодульными вариантами, получаем отклонение по количеству прогнозируемых золотых медалей порядка 17% для RBF-сетей и 11% для GRNN-сетей. А по общему количеству медалей – порядка 5,5% и 5%, соответственно.

При анализе результатов на каскадной вычислительной системе видим, что точность прогнозов заметно увеличилась. Хотя варианты 1 и 2 (с RBF-модулем на первом ярусе) показывают всё ещё существенные отклонения от фактических показателей: по золотым медалям – около 7%, а по общему количеству медалей – около 6,5%, однако варианты 3 и 4 сформировали неплохие прогнозы: количество золотых медалей – отклонение примерно 5,5%, общее количество медалей – отклонение 2% и 2,5%, соответственно.

Стоит отметить, что позже были проведены эксперименты на системе, в которой на всех трёх ярусах использовались только GRNN-сети. Результаты данного прототипа получились чуть менее точные, по сравнению с вариантом 4, на 0,4% и 0,2% соответственно.

Операционное устройство системы прогнозирования может быть реализовано как программно, так и аппаратно. Возможное ускорение при аппаратной реализации описано в работе [15]. При этом, необходимо учитывать целесообразность аппаратной реализации (например, при выполнении сверхкраткосрочных прогнозов), и наличие необходимых ресурсов.

Одним из наиболее эффективных вариантов аппаратной реализации искусственного нейрона и всей нейросетевой вычислительной системы является использование программируемых логических интегральных схем (ПЛИС). Требования к ПЛИС определяются дву-

мя основными характеристиками разрабатываемой системы прогнозирования: быстродействием и требуемой точностью [15]. Соответственно, с аппаратной стороны важнейшими параметрами являются тактовая частота ПЛИС и количество логических элементов на кристалле. Для оценки возможности реализации операционной части системы необходимо оценить количество нейронов, которое возможно разместить на одной ПЛИС.

Рассмотрим аппаратную реализацию второго прототипа каскадной вычислительной системы (GRNN-сеть) на базе FPGA. Расчёты показали, что нам потребуется: для всех регистров, включая буферные, – около 33 тысячи вентилях; для логических элементов “И” – почти 1.4 тысяч вентилях; для логических элементов “ИЛИ” – около 170 вентилях; для всех сумматоров – 3070 вентилях, плюс четыре вентиля для D-триггера. Также, на синтез всех счетчиков необходимо будет выделить примерно 1050 вентилях. Наиболее сложной частью является реализация мультиплексоров, для которых потребуется около 64 тысяч вентилях. Выходные комбинационные схемы требуют еще 6 тысяч вентилях, или 24 вентиля на разряд. В результате, получаем, что для реализации нейронной сети типа GRNN на ПЛИС потребуется примерно 119 тыс. вентилях. При ориентации авторов статьи на бюджетные ПЛИС [16] важно понимать, что при увеличении числа нейронов и размерности входного век-

тора данных количество вентилях значительно возрастет. Например, при увеличении числа нейронов вдвое (до 32) количество вентилях увеличится более чем в два раза (примерно в 3,7 раза). Это связано с тем, что добавления нейронов в GRNN-модель приводит к значительному увеличению числа связей. Следовательно, входные мультиплексоры для каждого нейрона, в том числе для вновь добавляемых нейронов, станут сложнее, и потребуются дополнительные вентилях для новых регистров весов.

Именно «гибкость» ПЛИС, при изменении структуры обучающей выборки, позволяет менять и структуру каскада. При этом, сохраняется возможность изменения структуры отдельного модуля.

При аппаратной реализации полноценных каскадов из нейросетевых модулей (многоярусные варианты системы прогнозирования) предлагается использовать специализированные структуры на основе решающих полей [17,18], содержащие от 4 до 8 ПЛИС. Определенную сложность при проектировании аппаратной части решающего поля вносит принципиальное различие архитектур нейросетевых модулей, применяемых при разработке системы. Одним из эффективных подходов к решению данной проблемы является формирование библиотеки базовых вариантов нейросетевых модулей в САПР и добавление инструментов для реконфигурации (модификации) как архитектуры отдельных модулей, так как и структурных решений

операционных устройств в целом. Пример структурной схемы нейросетевого модуля со встроенным блоком реконфигурации приведен на рис. 6. При этом, необходимо понимать, что количество вариантов структуры нейронной сети в одном блоке реконфигурации бу-

дет ограничено. Также в рамках всей каскадной вычислительной системы имеется модуль конфигурирования, позволяющий синтезировать необходимое количество ярусов из трёх возможных типов нейросетевых модулей.

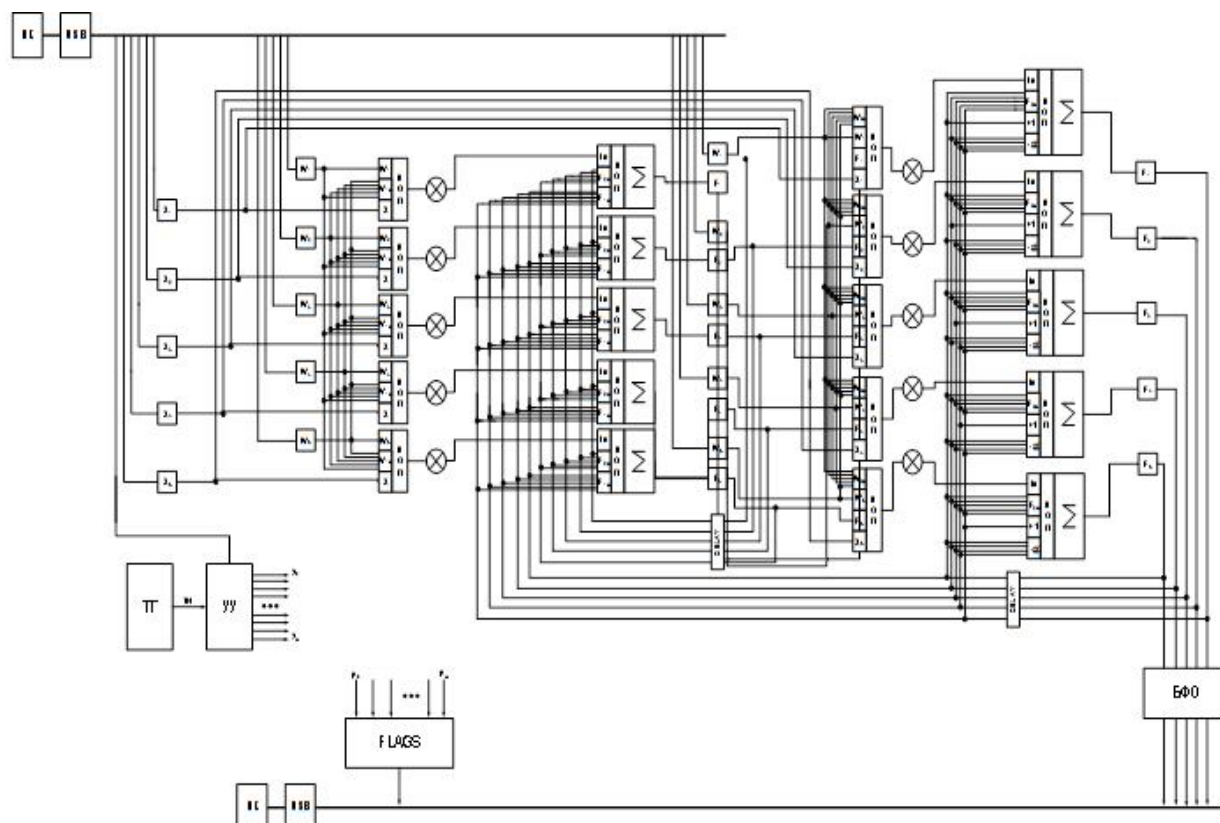


Рис. 6. Структура перестраиваемого нейросетевого модуля

Fig. 6. The structure of the reconfigurable neural network module

Выводы

Применение искусственных нейронных сетей в области прогнозирования является, несомненно, перспективным подходом. Однако в некоторых случаях, результаты могут быть недостаточно точным или некорректным из-за недостаточной вычислительной мощности системы и наличия коллизий и противоре-

чий в сформированных обучающих выборках. Эти проблемы можно решить, например, с помощью каскадирования специализированных нейросетевых модулей, выделения взаимосвязей между элементами фрагментированной обучающей выборки и передачи промежуточных прогнозных значений между ярусами каскада. Фрагментирование выборок также приводит к тому, что уменьшается

количество обрабатываемых параметров на первом уровне и, соответственно, возможно сокращение времени обучения при использовании параллельного метода обучения всех модулей системы одновременно.

Использование предобработанных данных на последующих уровнях повышает точность прогнозирования. Проблема предобработки обучающих данных может быть решена стандартными методами, такими как замена переменных или отбрасывание неполных векторов [19].

Рассмотренная возможность аппаратной реализации каскадной вычислительной системы на базе современных ПЛИС позволяет значительно, почти в 40 раз, сократить время прогнозирования, что крайне важно при проведении краткосрочных и сверхкраткосрочных прогнозов. Отличительной особенностью, предлагаемой авторами аппаратной реализации, является введение в состав системы, и каждого модуля в отдельности, блоков реконфигурации, для подбора наиболее эффективных архитектурно-структурных решений нейросетевого устройства.

В свою очередь использование решающих полей на базе ПЛИС, реконфигурируемых полей [20], позволит разместить каскад и произвести полную его аппаратную реализацию, без программной эмуляции отдельных блоков или модулей. Целесообразность аппаратной реализации оценивается исходя из материально-технических возможностей, необходимости получения кратко-

срочных и сверхкраткосрочных прогнозов, а также оценки потенциальных изменений структуры обучающих данных и структуры самой системы.

Ещё одним важным результатом данных исследований является определение ключевых предикторов, наиболее сильно влияющих на точность прогнозирования. При необходимости, сокращения аппаратных затрат на ПЛИС или сокращения общего времени решения задачи прогнозирования, некоторые «неключевые» параметры могут быть исключены из исходных выборок. Влияние указанных действий на точность прогнозирования может быть оценено предельной ошибкой обобщения. В разработанном варианте специализированной нейросетевой системы пользователь, после проведённых экспериментов, имеет возможность вручную исключить некоторые параметры выборки. В свою очередь, выделение ключевых предикторов, уменьшает объем выборки. Это позволяет сократить время обучения и модулей каскада. При необходимости можно перестроить каскад на основе обучающей выборки, содержащей только ключевые предикторы, что приведет к снижению затрат на программное и аппаратное обеспечение. В дальнейшем алгоритм определения ключевых предикторов будет автоматизирован и в состав системы будет добавлен блок для автоматической реконфигурации модулей и блоков операционной части с учетом анализа значений предельной ошибки.

Описанный в работе подход позволяет улучшить производительность и эффективность работы системы за счет оптимизации структуры нейросетевого каскада под конкретные задачи прогнозирования, а использование современных ПЛИС, в свою очередь, позволяет ускорить вычисления. Использование

предобработанных данных и аппаратной реализации на базе ПЛИС в каскадных вычислительных системах может значительно улучшить точность и скорость прогнозирования, что делает этот подход перспективным для решения задач прогнозирования в различных областях.

Список литературы

1. Baltagi B.H., Li D. Prediction in the panel data model with spatial correlation // Springer, Berlin: Advances in Spatial Econometrics: Methodology, Tools and Applications. 2004. Chapter 13. P. 283–295.
2. Kholodilin K.A., Siliverstovs B., Kooths S. A dynamic panel data approach to the forecasting of the GDP of German Länder // Spatial Economic Analysis. 2008. Vol. 3. P. 195–207.
3. Белоущенко Я. А. Статистические методы прогнозирования в экономике. Керчь: ФГБОУ ВО КГМТУ, 2016. 44 с.
4. Реуцкая Е.А. Комплексная система диагностики лыжников-гонщиков с целью определения перспективности и прогнозирования предраположенности к высоким спортивным результатам // Наука и спорт: Современные тенденции. 2022. Т. 10, №4. С. 79-87.
5. Жуков С.В., Зеленский А.В. Использование нейронных сетей в построении оптимальной тренировочной траектории в биатлоне // Учёные записки университета им. П.Ф. Лесгафта. 2017. № 5 (147). С. 81–88.
6. Юшкин В.Н. Проблемы спортивного прогнозирования // Ученые записки Университета им. П.Ф. Лесгафта. 2021. №4(194). С. 473-478.
7. Крутиков А.К., Параллельный алгоритм формирования фрагментированной обучающей выборки для специализированной системы прогнозирования на основе асемблирования нейросетевых модулей // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Электротехника, информационные технологии, системы управления. 2024. № 49. С. 61-81. DOI 10.15593/2224-9397/2024.1.04.
8. Розыходжаева Г.А., Розыходжаева Д.А. Особенности формирования обучающей выборки и обучения нейронной сети с неполными входными данными при решении частных медицинских задач // Научное обозрение. Биологические науки. 2017. № 5. С. 28-32.
9. Дорохова Ю.В., Гончарук Н.С. Использование метода экспертных оценок при прогнозировании социальных процессов // Среднерусский вестник общественных наук. 2014. №3(33). С. 76-81.

10. Жуков В.Г., Бухтояров В.В. О применении искусственных нейронных сетей с радиальными базисными функциями в задачах обнаружения аномалий в сетевом трафике // Решетневские чтения. 2013. Т. 2, № 17. С. 285-286.
11. Konakoglu B., Cakir L. Generalized Regression Neural Network for Coordinate Transformation // Montenegro, International Symposium on Advancements in Information Sciences and Technologies (AIST). 2018. P. 66-74.
12. Малютин А. Не счесть золота? // Forbes. URL: <http://www.forbes.ru/forbes/issue/2004-08/20514-ne-schest-zolota> (дата обращения: 21.05.2024).
13. Ясницкий Л.Н., Павлов И.В., Черепанов Ф.М. Прогнозирование Олимпийских Игр 2014 года в неофициальном командном зачете методами искусственного интеллекта // Современные проблемы науки и образования. 2013. № 6.
14. Deep Learning Toolbox. URL: <https://exponenta.ru/neural-network-toolbox> (дата обращения: 02.04.2024).
15. Krutikov A.K., Meltsov V.Y., Strabykin D.A. Evaluation the Efficiency of Forecasting Sports Events Using a Cascade of Artificial Neural Networks Based on FPGA // Proceedings of ElConRus-2022. St. Petersburg: ETU LETI, 2022. P. 355–360.
16. FPGA. URL: <https://alt.ru/Mikroshemi.html> (дата обращения: 01.02.2024).
17. Современные высокопроизводительные вычислительные системы с реконфигурируемой архитектурой на основе ПЛИС Xilinx Virtex-7 и Virtex UltraScale / И.И. Левин, А.И. Дордопуло, И.А. Каляев, Ю.И. Доронченко, М.К. Раскладкин // Russian Supercomputing Days 2015. 2015. С. 435-447.
18. Высокопроизводительные реконфигурируемые вычислительные системы нового поколения / А.И. Дордопуло, И.А. Каляев, И.И. Левин, Е.А. Семерников // Труды Международной суперкомпьютерной конференции с элементами научной школы для молодежи «Научный сервис в сети Интернет: экзафлопсное будущее». М.: Изд-во МГУ, 2011. С. 42-49.
19. Предобработка данных для обучения нейронной сети / Ю.П. Качановский, Ю.П. Качановский, Е.А. Коротков, Е.А. Коротков // Фундаментальные исследования. 2011. № 12-1. С. 117-120.
20. Гузик В.Ф., Каляев И.А., Левин И.И. Реконфигурируемые вычислительные системы. Ростов-на-Дону: изд-во Южного федерального университета, 2016. 471 с.

References

1. Baltagi B.H., Li D. Prediction in the panel data model with spatial correlation. Springer, Berlin: Advances in Spatial Econometrics: Methodology, Tools and Applications. 2004; 13: 283-295.
2. Kholodilin, K.A., Siliverstovs, B., Kooths, S. A dynamic panel data approach to the forecasting of the GDP of German Länder. *Spatial Economic Analysis*. 2008; 3: 195-207.

3. Belouschenko Ya. A. Statistical methods of forecasting in economics. Kerch; 2016. 44 p. (In Russ.).
4. Reutskaya E.A. A comprehensive diagnostic system for ski racers in order to determine the prospects and predict predisposition to high sports results. *Nauka i sport: Sovremennye tendentsii* = *Science and sport: Modern trends*. 2022. 10(4): 79-87. (In Russ.).
5. Zhukov S.V., Zelensky A.V. The use of neural networks in building optimal training trajectory in biathlon. *Uchenye zapiski universiteta im. P.F. Lesgafta* = *Scientific notes of the P.F. Lesgaft University*. 2017; (5): 81-88 (In Russ.).
6. Yushkin V.N. Problems of sports forecasting. *Uchenye zapiski universiteta im. P.F. Lesgafta* = *Scientific notes of the P.F. Lesgaft University*. 2021; (4): 473-478. (In Russ.).
7. Krutikov A.K., A parallel algorithm for the formation of a fragmented training sample for a specialized forecasting system based on the assembly of neural network modules. *Vestnik Permskogo natsional'nogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Elektrotekhnika, informatsionnye tekhnologii, sistemy upravleniya* = *Bulletin of the Perm National Research Polytechnic University. Electrical engineering, information technology, control systems*. 2024; (49): 61-81. DOI 10.15593/2224-9397/2024.1.04 .
8. Rozyhodzhaeva G.A., Rozyhodzhaeva D.A. Features of the formation of a training sample and training of a neural network with incomplete input data in solving private medical problems. *Nauchnoe obozrenie. Biologicheskie nauki* = *Scientific Review. Biological sciences*. 2017; (5): 28-32. (In Russ.).
9. Dorokhova Yu.V., Goncharuk N.S. The use of the method of expert assessments in forecasting social processes. *Srednerusskii vestnik obshchestvennykh nauk* = *Central Russian Bulletin of Social Sciences*. 2014; (3): 76-81 (In Russ.).
10. Zhukov V.G., Bukhtoyarov V.V. On the use of artificial neural networks with radial basis functions in the tasks of detecting anomalies in network traffic. *Reshetnevskie chteniya* = *Reshetnev readings*. 2013. 2(17): 285-286 (In Russ.).
11. Konakoglu B., Cakir L. Generalized Regression Neural Network for Coordinate Transformation. *Montenegro, International Symposium on Advancements in Information Sciences and Technologies (AIST)*. 2018. P. 66-74.
12. Malyutin A. Can't count the gold? Forbes. Available at: <http://www.forbes.ru/forbes/issue/2004-08/20514-ne-schest-zolota> (acceddes: 21.05.2024). (In Russ.).
13. Yasnitskiy L.N., Pavlov I.V., Cherepanov F.M. Forecasting the 2014 Olympic Games in the unofficial team competition using artificial intelligence methods. *Sovremennye problemy nauki i obrazovaniya* = *Modern problems of science and education*. 2013; (6). (In Russ.).
14. Deep Learning Toolbox. Available at: <https://exponenta.ru/neural-network-toolbox> (accessed: 02.04.2024).

15. Krutikov A.K., Meltsov V.Y., Strabykin D.A. Evaluation the Efficiency of Forecasting Sports Events Using a Cascade of Artificial Neural Networks Based on FPGA. *Proceedings of ElConRus-2022*. St. Petersburg: ETU LETI; 2022. P. 355-360.

16. FPGA. Available at: <https://alt.ru/Mikroshemi.html> (accessed: 01.02.2024).

17. Levin I.I., Dordopulo A.I., Kalyaev I.A., Doronchenko Yu.I., Razladkin M.K. Modern high-performance computing systems with reconfigurable architecture based on FPGAs Xilinx Virtex-7 and Virtex UltraScale. *Russian Supercomputing Days 2015*. 2015; 435-447 (In Russ.).

18. Dordopulo A.I., Kalyaev I.A., Levin I.I., Semernikov E.A. High-performance reconfigurable computing systems of a new generation. In: *Trudy Mezhdunarodnoi superkomp'yuternoi konferentsii s elementami nauchnoi shkoly dlya molodezhi «Nauchnyi servis v seti Internet: ekzaflopsnoe budushchee» = Proceedings of the International Supercomputer Conference with elements of a scientific school for young people "Scientific service on the Internet: an examflop future"*. Moscow: Izd. MGU; 2011. P. 42-49 (In Russ.).

19. Kachanovsky Yu.P., Kachanovsky Yu.P., Korotkov E.A., Korotkov E.A. Data pre-processing for neural network training. *Fundamental'nye issledovaniya = Fundamental research*. 2011; (12-1): 117-120. (In Russ.).

20. Guzik V.F., Kalyaev I.A., Levin I.I. Reconfigurable computing systems. Rostov-on-Don; 2016. 471 p. (In Russ.).

Информация об авторах / Information about the Authors

Крутиков Александр Константинович, старший преподаватель, Вятский государственный университет, г. Киров, Российская Федерация, e-mail: yadrodisk@yandex.ru

Alexander K. Krutikov, Senior Lecturer, Vyatka State University, Kirov, Russian Federation, e-mail: yadrodisk@yandex.ru

Мельцов Василий Юрьевич, кандидат технических наук, доцент, Вятский государственный университет, г. Киров, Российская Федерация, e-mail: yadrodisk@yandex.ru

Vasily Y. Meltsov, Cand. Sci. (Engineering), Associate Professor, Vyatka State University, Kirov, Russian Federation, e-mail: yadrodisk@yandex.ru

УДК 004.93
004.81

<https://doi.org/10.21869/2223-1560-2024-28-4-124-137>



Онтологическая модель управления временем ожидания разрешающего сигнала светофора участниками дорожного движения в зоне пешеходного перехода

М.В. Бобырь¹ ✉, С.Г. Емельянов¹, Н.И. Храпова¹

¹ Юго-Западный государственный университет
ул. 50 лет Октября, д. 94, г. Курск 305040, Российская Федерация

✉ e-mail: maxbobyry@gmail.com

Резюме

Цель исследования. Разработка онтологической модели управления временем ожидания разрешающего сигнала светофора участниками дорожного движения в зоне пешеходного перехода с возможностью подсчёта числа пешеходов и автомобилей, находящихся на перекрёстке, и регулирования временных интервалов работы сигналов светофора в зависимости от их количества.

Методы. Сбор базы данных для онтологической модели производится с помощью системы технического зрения. Для определения границ объектов используется когнитивная модель принятия решения о наличии/отсутствии границ. Классификация объектов осуществляется посредством алгоритма YOLO. Подсчёт количества пешеходов и транспортных средств выполняется в математической модели подсчёта количества детектируемых объектов на изображении. Расчёт времени для регулирования продолжительности работы сигналов светофора происходит благодаря математической модели интеллектуального управления светофором. Предложенная онтологическая модель содержит несколько этапов: сбор данных, предобработка изображений, выделение границ объектов, определение классов и подклассов участников дорожного движения, подсчёт количества пешеходов и автомобилей, расчёт времени, на которое необходимо регулировать продолжительность работы сигналов интеллектуального светофора.

Результаты. Создана специализированная программная модель, которая позволяет детектировать классы объектов и рассчитывать время задержки работы разрешающих сигналов для регулирования интеллектуального светофора. Номер свидетельства о государственной регистрации программы для ЭВМ «Программа детектирования объектов на пешеходном переходе и определения времени задержки управляющих сигналов светофора» – 2024662790. Также получен патент на изобретение «Устройство управления светофором на основе нечеткой логики» – 2827781, позволяющий генерировать управляющие сигналы для интеллектуального светофора.

Заключение. Результаты экспериментальных исследований показали высокую эффективность разработанной онтологической модели управления временем ожидания разрешающего сигнала светофора участниками дорожного движения в зоне пешеходного перехода.

Ключевые слова: онтологическая модель; интеллектуальный светофор; управление пешеходным переходом; детектирование контуров; классификация объектов; Canny; YOLO.

Конфликт интересов: Авторы декларируют отсутствие явных и потенциальных конфликтов интересов, связанных с публикацией настоящей статьи.

Финансирование. Работа выполнена при поддержке Госзадания Минобрнауки России по теме «Исследование алгоритмов, моделей и методов повышения эффективности функционирования сложных технических систем» (соглашение № 0851-2020-0032).

Для цитирования: Бобырь М.В., Емельянов С.Г., Храпова Н.И. Онтологическая модель управления временем ожидания разрешающего сигнала светофора участниками дорожного движения в зоне пешеходного перехода // Известия Юго-Западного государственного университета. 2024; 28(4): 124-137. <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2024-28-4-124-137>.

Поступила в редакцию 05.11.2024

Подписана в печать 29.11.2024

Опубликована 10.12.2024

Ontological model for managing waiting time for traffic light signals by road users in a pedestrian crossing zone

Maksim V. Bobyr ¹ ✉, Sergey G. Emelyanov ¹, Natalia I. Khrapova ¹

¹ Southwest State University

50 Let Oktyabrya str. 94, Kursk 305040, Russian Federation

✉ e-mail: maxbobyr@gmail.com

Abstract

Purpose of research. Development of an ontological model for managing the waiting time for traffic light signals by road users in a pedestrian crossing zone, with the capability to count the number of pedestrians and vehicles at the intersection and regulate the timing intervals of traffic light signals based on their quantity.

Methods. The database for the ontological model is collected using a computer vision system. A cognitive decision-making model is used to determine object boundaries. Object classification is performed using the YOLO algorithm. The counting of pedestrians and vehicles is carried out within a mathematical model for counting detectable objects in an image. The calculation of time for regulating the duration of traffic light signals is achieved through a mathematical model of intelligent traffic light control. The proposed ontological model includes several stages: data collection, image preprocessing, object boundary detection, classification of road users into classes and subclasses, counting the number of pedestrians and vehicles, and calculating the time required to adjust the duration of intelligent traffic light signals.

Results. A specialized software model has been developed, which enables the detection of object classes and the calculation of delay times for traffic light signals to regulate an intelligent traffic light. The state registration certificate for the computer program "Program for Detecting Objects at a Pedestrian Crossing and Determining Traffic Light Signal Delay Times" is numbered 2024662790. Additionally, a patent for the invention "Traffic Light Control Device Based on Fuzzy Logic" (No. 2827781) has been obtained, allowing for the generation of control signals for an intelligent traffic light.

Conclusion. The results of experimental studies have demonstrated the high efficiency of the developed ontological model for managing the waiting time for traffic light signals by road users in a pedestrian crossing zone.

Keywords: *ontological model; intelligent traffic light; pedestrian crossing control; contour detection; object classification; Canny; YOLO.*

Conflict of interest. *The authors declare the absence of obvious and potential conflicts of interest related to the publication of this article.*

Funding. *The work was supported by the State Assignment of the Ministry of Education and Science of the Russian Federation on the topic "Research of algorithms, models and methods for improving the efficiency of complex technical systems" (Agreement No. 0851-2020-0032).*

For citation: Bobyr M. V., Emelyanov S. G., Khrapova N. I. Ontological model for managing waiting time for traffic light signals by road users in a pedestrian crossing zone. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta = Proceedings of the Southwest State University*. 2024; 28(4): 124-137 (In Russ.). <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2024-28-4-124-137>.

Received 05.11.2024

Accepted 29.11.2024

Published 10.12.2024

Введение

Пешеходные переходы – специализированные области на дорогах, где пешеходы могут безопасно пересечь проезжую часть¹. Они имеют важное значение для обеспечения комфорта передвижения людей. Тем не менее, в современных городах на нерегулируемых перекрёстках часто наблюдается недостаточное соблюдение правил на пешеходных переходах, что нередко становится причиной дорожно-транспортных происшествий и конфликтов между участниками дорожного движения (ДД) [1-3]. На регулируемых перекрёстках в основном используются системы регулирования ДД, основанные на пофазном управлении, при котором не учитывается количество пешеходов и транспортных средств,

находящихся на дороге в определенный момент времени².

Одним из перспективных направлений развития улично-дорожной сети в городах является разработка систем регулирования движения с учётом актуальных параметров, например, интенсивно-

² Патент № 2608123 С Российская Федерация, МПК G08G 1/08. способ регулирования движения транспортных средств на перекрестке транспортных магистралей / Е. А. Оленев; заявитель Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования "Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых" (ВлГУ). № 2015124211 : заявл. 22.06.2015; опубл. 13.01.2017;

Патент № 2486599 С2 Российская Федерация, МПК G08G 1/08. способ регулирования движения транспортных потоков на перекрестке / А. М. Плотников, П. А. Кравченко, М. А. Плотников ; заявитель Общество с ограниченной ответственностью "СПб ГАСУ-ТУДД". № 2011135708/11: заявл. 23.08.2011; опубл. 27.06.2013;

Патент на полезную модель № 111330 U1 Российская Федерация, МПК G08G 1/01. система управления движением на многополосных перекрестках / А. М. Плотников, П. А. Кравченко, Р. М. Архестов, А. В. Андреев; заявитель Общество с ограниченной ответственностью "СПбГАСУ-ТУДД". № 2011113715/11: заявл. 04.04.2011 : опубл. 10.12.2011.

¹ ГОСТР 52766–2007 Дороги автомобильные общего пользования. Элементы обустройства. Общие требования. М.: Стандартинформ, 2007. 27 с.

сти передвижения участников ДД, с целью минимизирования времени, требующегося для пересечения регулируемого перекрёстка всеми объектами ДД¹ [4].

В статье [5] рассматривается проблема вычисления оптимальной длительности фазы разрешающего сигнала светофора на перекрёстке. Автор использует метод имитационного транспортного моделирования для повышения эффективности работы транспортной системы² [6]. Входными данными модели являются значения интенсивности потоков, начальная длительность фаз, кроме того, учитываются разрешенные направления движения на перекрёстке и траектория передвижений участников ДД. Экспериментальные исследования показывают, что рассмотренный метод адаптивен к изменению дорожной ситуации, и позволяет сократить на 10% время ожидания зелёного сигнала на светофорах.

Статья [7] посвящена разработке системы интеллектуального управления трафиком на регулируемых перекрёстках, которая поможет решить проблему пробок на дорогах. Рассматриваемая система основана на нечёткой логике

[8], а принцип её работы заключается в динамическом изменении длительности фаз сигналов светофора в зависимости от параметров транспортных потоков. В работе представлены результаты компьютерного моделирования работы представленной системы на участках улично-дорожной сети, которые показали, что эффективность регулирования трафика повышается на 13% по сравнению с существующими системами «гибкого» управления и на 39% по сравнению с системами «жесткого» управления.

Большинство существующих работ содержат описание систем управления, основывающихся только на регулировании транспортных потоков. Однако актуальным вопросом также остаётся учёт числа пешеходов, ожидающих разрешающего сигнала светофора для перехода проезжей части.

Материалы и методы

Онтологическая модель управления временем ожидания разрешающего сигнала светофора участниками в зоне пешеходного перехода предполагает создание системы правил и процедур, которые позволят рационально управлять движением на перекрёстке. Данная модель включает в себя следующие основные аспекты:

- **Определение правил движения.** На пешеходных переходах должны действовать четкие правила движения для пешеходов и водителей. Эти правила должны быть доступными и понятными для всех участников дорожного движения.

¹ Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2021661796 Российская Федерация. Программа для регулирования светофора на основе нечёткой логики / М. В. Бобырь, Н. А. Милостная, Н. И. Храпова [и др.]; заявитель Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Юго-Западный государственный университет». № 2021660730: заявл. 08.07.2021; опублик. 15.07.2021.

² ГОСТР 56829–2015 Интеллектуальные транспортные системы. М.: Стандартинформ, 2015. 10 с.

- Организация потоков движения.

Для предотвращения конфликтов на пешеходных переходах и сокращения времени ожидания разрешающих сигналов светофоров для всех участников движения необходимо организовывать движение пешеходов и автомобилей таким образом, чтобы учитывать интенсивность потоков во всех направлениях и минимизировать вероятность возникновения аварий.

На рис. 1 представлена онтологическая модель управления временем ожидания разрешающего сигнала светофора участниками дорожного движения в зоне пешеходного перехода, основанная на информационно-аналитической системе восприятия и обработки видеoinформации (ИАСВОИ) [9].

Разработанная онтологическая модель содержит несколько этапов, представленных в табл. 1.

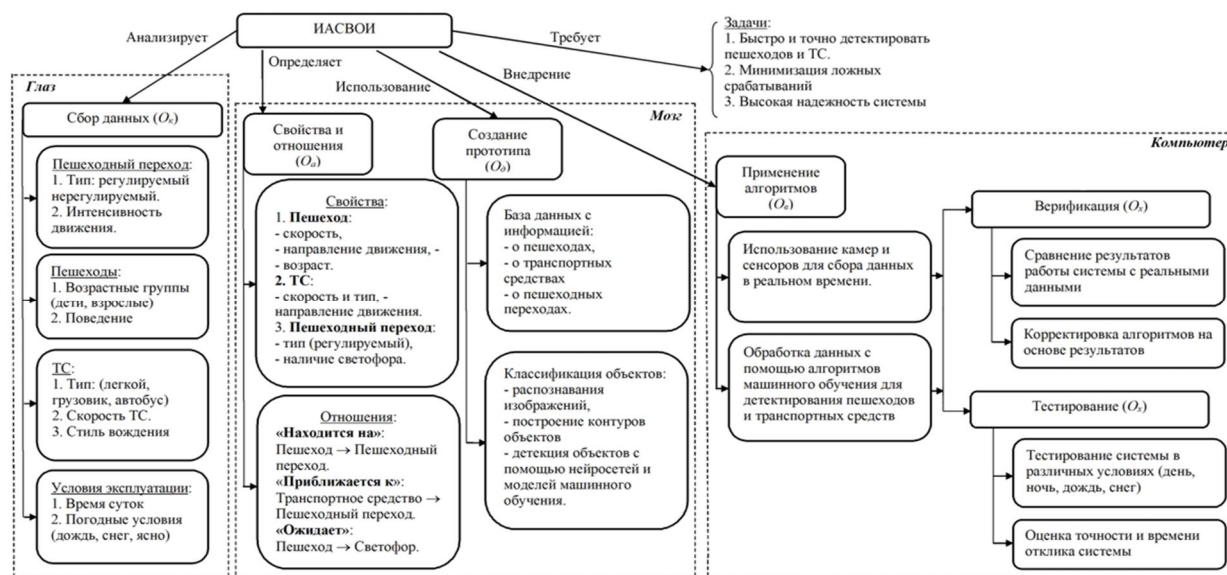


Рис. 1. Онтологическая модель управления временем ожидания разрешающего сигнала светофора участниками дорожного движения в зоне пешеходного перехода

Fig. 1. The ontological model for managing the waiting time for a traffic light signal by road users in a pedestrian crossing area

Рассмотрим когнитивную модель принятия решений о существовании границы подробнее¹.

Входные переменные формируются с помощью нахождения разности градиентов смежных ячеек относительно цен-

тральной, при этом рассматривается окно 3×3. Графическое представление данной операции изображено на рис. 2.

На рис. 3 представлено формирование двух матриц со значениями степеней активации нечетких правил.

Далее проводится проверка возможных состояний наличия границ вокруг рассматриваемой ячейки. Вариации возможных состояний представлены на рис. 4.

¹ Храпова Н. И. Онтологическая модель нейро-нечёткого управления пешеходным переходом в системе глаз-мозг-компьютер: дис. ... канд. техн. наук. Курск, 2024. 132 с.

Таблица 1. Этапы онтологической модели

Table 1. The stages of the ontological model

Этап / Stage	Шаги / Steps	Формула / Formula
Предобработка изображения	Преобразование в градации серого	$I_{x,y} = \frac{R_{x,y} + G_{x,y} + B_{x,y}}{3}$
	Сглаживание полутонового изображения по Гауссу	$K_{x,y} = \sum_{x=-2}^2 \sum_{y=-2}^2 \frac{1}{b} G_m \cdot I_{x,y}$
Когнитивная модель принятия решения о наличии границ объектов	Вычисление значений градиента яркости изображения	$GX_{x,y} = \sum_{y=-1}^1 \sum_{x=-1}^1 Ver_{x,y} \cdot K_{x,y}$ $GY_{x,y} = \sum_{y=-1}^1 \sum_{x=-1}^1 Gor_{x,y} \cdot K_{x,y}$
	Вычисление градиента для каждого пикселя	$G_{x,y} = \sqrt{GX_{x,y}^2 + GY_{x,y}^2}$
	Расчёт угла направления градиента	$\Theta_{x,y} = \text{round} \left(\text{atan} \left(\frac{GY_{x,y}}{GX_{x,y}} \right) \right)$
	Фаззификация входных и выходных переменных	$\Delta G_i = G - G_i$
	Вычисление входных степеней активации нечётких правил	$\mu(\Delta G_i)_{Low} = \begin{cases} 1, & \text{если } \Delta G_i < a \\ \frac{b - \Delta G_i}{b - a}, & \text{если } a < \Delta G_i < b \\ 0, & \text{если } \Delta G_i > b \end{cases}$ $\mu(\Delta G_i)_{High} = \begin{cases} 0, & \text{если } \Delta G_i < a \\ \frac{\Delta G_i - a}{b - a}, & \text{если } a < \Delta G_i < b \\ 1, & \text{если } \Delta G_i > b \end{cases}$
	Вычисление выходных степеней активации нечётких правил	$Edge = \begin{cases} 0, & \text{если } Edge = 0 \\ 1, & \text{если } Edge = 255 \end{cases}$
	Формирование базы нечётких правил	См. таблица 2
	Определение значений степеней нечётких правил	$R_i = \min[\mu(\Delta G_i), \mu(\Delta G_i)]$
	Дефаззификация чёткого значения	$Defuz = \begin{cases} 1, & \text{если } \max(R1, R2, R3) \geq \text{Threshold} \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$

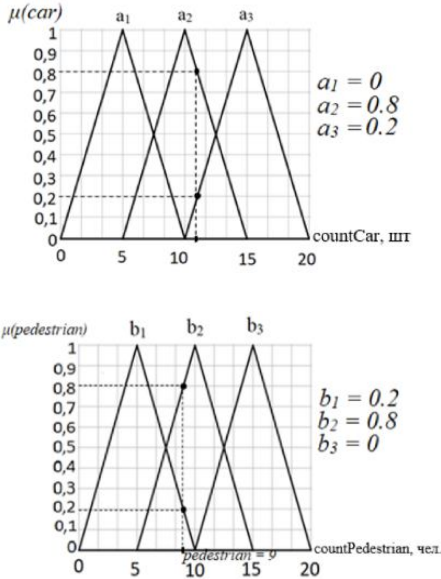
Этап / Stage	Шаги / Steps	Формула / Formula
Математическая модель подсчёта числа распознанных объектов на изображении	Определение классов объектов	List<YoloItem>items=yolo.Detect(memoryStream.ToArray()).ToList<YoloItem>(); // создание списка для хранения распознанных объектов
	Вычисление количества автомобилей и пешеходов	foreach (YoloItem item in items) { // цикл, в котором подсчитывается количество распознанных объектов if (item.Type == "pedestrian") countPedestrian++; // подсчёт количества пешеходов if (item.Type == "car" item.Type == "truck") countCar++; } // подсчёт количества автомобилей
Математическая модель интеллектуального управления светофором	Фаззификация значений входных переменных, которая включает построение функций принадлежности и расчёт их степеней	 $\mu(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \notin [a; c]; \\ \frac{x-a}{b-a}, & \text{если } x \in [a; b]; \\ \frac{c-x}{c-b}, & \text{если } x \in [b; c]; \end{cases}$
	Нахождение степеней истинности	$R_1 = \min(a_1; b_1); R_4 = \min(a_2; b_1); R_7 = \min(a_3; b_1);$ $R_2 = \min(a_1; b_2); R_5 = \min(a_2; b_2); R_8 = \min(a_3; b_2);$ $R_3 = \min(a_1; b_3); R_6 = \min(a_2; b_3); R_9 = \min(a_3; b_3).$
	Усечение функций принадлежности	$Y_5 = R_3; Y_4 = \max(R_2; R_6);$ $Y_3 = \max(R_1; R_5; R_9);$ $Y_2 = \max(R_8; R_4); Y_1 = R_7$
	Дефаззификация полученных значений	$t_{delay} = \left[D(y_f - y_s) \right] + y_s$
	Расчёт времени работы 1 и 3 режимов светофоров	$t_{pez} = t_{min} + t_{delay}$
	Вычисление времени полного цикла работы ИС	$t_u = t_{pez} + t_{yellow} + t_{pez} + t_{yellow} = 2(t_{pez} + t_{yellow})$



Рис. 2. Вычисление разности градиентов смежных ячеек

Fig. 2. The calculating gradient difference of adjacent cells

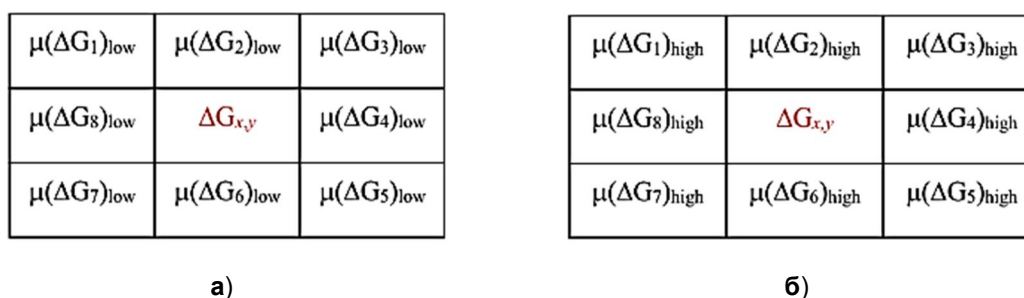


Рис. 3. Степени активации в нечетких правилах для: а – терма Low; б – терма High

Fig. 3. The arrangement of activation degrees in fuzzy rules for: а – terms Low; б – terms High

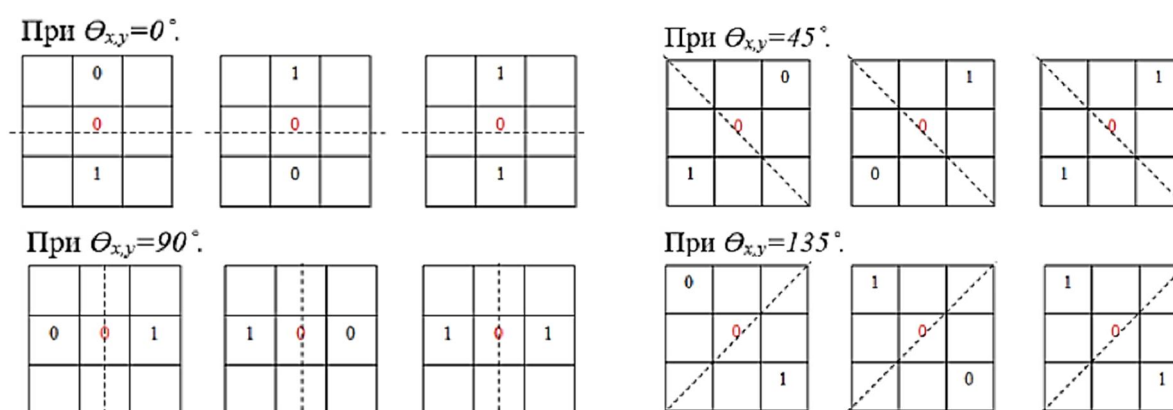


Рис. 4. Проверка возможных состояний наличия границы

Fig. 4. The checking for possible border states

Формирование базы нечётких правил в когнитивной модели принятия решения о наличии границ объектов представлено в табл. 2.

По данным из табл. 2 делается вывод о наличии или отсутствии границы. Таким образом происходит определение границ всех объектов на полученном изображении, по которым в дальнейшем классифицируются пешеходы и транспортные средства [10, 11].

В целом, онтологическая модель управления временем ожидания разрешающего сигнала светофора участниками дорожного движения на пешеходных переходах представляет собой инновационный подход к организации движения на дорогах, который позволяет эффективно управлять пешеходными и транспортными потоками и обеспечить минимальное время ожидания пересечения перекрёстка.

Таблица 2. База нечётких правил

Table 2. The base of fuzzy rules

Градус, правило Угол градиента	0°			45°			90°			135°		
	R1	R2	R3	R1	R2	R3	R1	R2	R3	R1	R2	R3
$\mu(\Delta G1)$				Low	High	High						
$\mu(\Delta G2)$	Low	High	High									
$\mu(\Delta G3)$										Low	High	High
$\mu(\Delta G4)$							Low	High	High			
$\mu(\Delta G5)$							High	Low	High			
$\mu(\Delta G6)$										High	Low	High
$\mu(\Delta G7)$	High	Low	High									
$\mu(\Delta G8)$				High	Low	High						
Результат	Edge	Edge	Edge	Edge	Edge	Edge	Edge	Edge	Edge	Edge	Edge	Edge

Результаты и их обсуждение

На рис. 5 представлены результаты распознавания участников дорожного движения с помощью разработанной онтологической модели на изображениях, полученных с видеокамеры, установленной в г. Курске. Экспериментальные исследования, заключающиеся в распознавании детектируемых объектов и расчёте времени задержки работы разрешающих сигналов с целью дальнейшего регулирования интеллектуального светофора, проводились на разработанном специализированном программном обеспечении¹.

Кроме того, получен патент на изобретение «Устройство управления светофором на основе нечеткой логики», позволяющий генерировать управляющие сигналы для интеллектуального светофора².

Результаты, полученные в ходе экспериментальных исследований, представлены в табл. 3.

Корректность расчёта времени продолжительности работы сигналов светофоров напрямую зависит от точности распознавания объектов, находящихся на перекрёстке. Следовательно, целесообразно оценить коэффициент точности детектирования контуров объектов с помощью показателя FoM [12, 13].

¹ Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2024662790 Российская Федерация. Программа детектирования объектов на пешеходном переходе и определения времени задержки управляющих сигналов светофора / М. В. Бобырь, Н. И. Храпова; заявитель Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Юго-Западный государственный университет". № 2024661177: заявл. 20.05.2024; опубл. 30.05.2024.

² Патент № 2827781 С2 Российская Федерация, МПК G08G 1/01, G08G 1/08. Устройство управления светофором на основе нечеткой логики / М. В. Бобырь, Н. И. Храпова; заявитель Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Юго-Западный государственный университет". № 2023101536: заявл. 25.01.2023; опубл. 02.10.2024.



Рис. 5. Результаты экспериментальных исследований: **а** – кадр 1; **б** – кадр 2; **в** – кадр 3; **г** – кадр 4; **д** – кадр 5; **е** – кадр 6

Fig. 5. The results of experimental studies: **a** – frame 1; **б** – frame 2; **в** – frame 3; **г** – frame 4; **д** – frame 5; **е** – frame 6

Таблица 3. Числовые результаты проведенных экспериментов**Table 3.** The numerical results of the conducted experiments

	Количество пешеходов / Number of foot moves	Количество транспортных средств / Number of vehicles	Время задержки сигнала светофора, с / Delay time of the traffic light signal, s
Эксперимент 1	2	23	27,5
Эксперимент 2	3	22	27
Эксперимент 3	5	28	28,6
Эксперимент 4	6	29	29,3
Эксперимент 5	4	24	27,8
Эксперимент 6	3	22	27,5

Данный показатель служит для оценки степени близости распознанных границ к фактическим границам объекта [14].

$$FoM = \frac{1}{\max(N_t, N_d)} \sum_{i=1}^{N_d} \frac{1}{1 + \alpha \cdot d_i^2} \rightarrow 1,$$

где N_t – количество точек реальных границ; N_d – количество точек распознанных границ; d_i – расстояние между i -й граничной точкой и ближайшей реальной граничной точкой; α – параметр, по умолчанию равный $\alpha=1/9$, который определяет степень влияния расстояний между найденными точками.

Точность распознавания границ объектов с помощью разработанной онтологической модели управления временем ожидания разрешающих сигналов участниками дорожного движения составляет 0,81.

Выводы

В представленной работе была разработана онтологическая модель, направленная на управление временем ожидания разрешающего сигнала светофора участниками дорожного движения в зоне пешеходного перехода. В процессе проведения экспериментальных исследований была создана специализированная программная модель, которая позволяет распознать классы детектируемых объектов и рассчитать время для регулирования продолжительности работы сигналов интеллектуального светофора. успешно справляется с поставленными задачами.

Список литературы

1. Слободчикова Н. А., Плюта К. В. Безопасность пешеходных переходов // Вестник науки и образования Северо-Запада России. 2019. Т. 5, № 3. С. 91-99.

2. Волков В. С., Набатникова Е. А., Лебедев Е. Г. Некоторые вопросы безопасности движения на нерегулируемых пешеходных переходах в городе // Евразийский союз ученых. 2020. № 12-5(81). С. 26-32.

3. Павленко П. Ф. Автоматическая система раннего оповещения водителей о наличии пешеходов на пешеходном переходе (Безопасный пешеходный переход) // Проблемы автоматики и управления. 2013. № 2(25). С. 48-53.

4. Бобырь М. В., Храпова Н. И., Ламонов М. А. Система управления интеллектуальным светофором на основе нечеткой логики // Известия Юго-Западного государственного университета. 2021; 25(4): 162-176. <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2021-25-4-162-176>.

5. Кузнецов Т. А. Оптимизация движения транспортного потока на регулируемом перекрестке с использованием имитационного моделирования // Политехнический молодежный журнал. 2022. № 7(72).

6. Амиров М. Ш., Амиров С. М. Единая транспортная система. Второе издание, стереотипное. М.: Общество с ограниченной ответственностью "Издательство "КноРус", 2023. 178 с.

7. Стрижко М. А., Червинский В. В. Система интеллектуального управления транспортными потоками на перекрестках со светофорным регулированием // Вестник Воронежского государственного технического университета. 2024. Т. 20, № 2. С. 48-55.

8. Пегат А. Нечеткое моделирование и управление: [пер. с англ.]. 4-е изд., электрон. М. : Лаборатория знаний, 2020. 801 с.

9. Бобырь М. В., Храпова Н. И. Двухуровневая информационно-аналитическая система управления интеллектуальным светофором // Электронные библиотеки. 2024. Т. 27, № 5. С. 696-717.

10. Бобырь М. В., Милостная Н. А., Храпова Н. И. О подходе к детектированию движения пешеходов методом гистограмм направленных градиентов // Электронные библиотеки. 2024. Т. 27, № 4. С. 429-447.

11. Бобырь М. В., Храпова Н. И. Информационно-аналитическая система детектирования движения объектов на пешеходном переходе // Онтология проектирования. 2024. Т. 14, № 4(54). С. 531-541.

12. Кочегуров А. И., Дубинин Д. В., Герингер В. Модифицированная оценка Прэтта-Якорского в обобщенном показателе качества алгоритмов контурного детектирования // Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов. 2021. Т. 332, № 9. С. 168-177.

13. Geringer V., Dubinin D., Kochegurov A. The results of a complex analysis of the modified pratt-yaskorskiy performance metrics based on the two-dimensional markov-renewal-process // Lecture Notes in Computer Science. 2016. Vol. 9875. P. 187-196.

14. Нечетко-логические методы в задаче детектирования границ объектов / М. В. Бобырь, А. Е. Архипов, С. В. Горбачев [и др.] // Информатика и автоматизация. 2022. Т. 21, № 2. С. 376-404.

References

1. Slobodchikova N. A., Pluta K. V. Pedestrian crossing safety. *Vestnik nauki i obrazovaniya Severo-Zapada Rossii = Bulletin of Science and Education of the North-West of Russia*. 2019; 5(3): 91-99 (In Russ.).
2. Volkov V. S., Nabatnikova E. A., Lebedev E. G. Some issues of traffic safety at unregulated pedestrian crossings in the city. *Evrasiiskii soyuz uchenykh = Eurasian Union of Scientists*. 2020; (12-5): 26-32 (In Russ.).
3. Pavlenko P. F. Automatic early warning system for drivers about the presence of pedestrians at a pedestrian crossing (Safe pedestrian crossing). *Problemy avtomatiki i upravleniya = Automation and control problems*. 2013; (2): 48-53 (In Russ.).
4. Bobyr M.V., Khrapova N. I., Lamonov M. A. Smart Traffic Light Control System Based on Fuzzy Logic. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta = Proceedings of the Southwest State University*. 2021; 25(4): 162-176 (In Russ.). <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2021-25-4-162-176>.
5. Kuznetsov T. A. Optimization of traffic flow at a controlled intersection using simulation modeling. *Politekhnikeskii molodezhnyi zhurnal = Polytechnic Youth Journal*. 2022; (7). (In Russ.).
6. Amirov M. S., Amirov S. M. Unified transport system. Moscow: KnoRus; 2023. 178 p. (In Russ.).
7. Strizhko M. A., Chervinsky V. V. Intelligent traffic flow management system at intersections with traffic light regulation. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta = Bulletin of the Voronezh State Technical University*. 2024; 20(2): 48-55 (In Russ.).
8. Pegat A. Fuzzy modeling and control. Moscow: Laboratoriya znaniy; 2020. 801 p. (In Russ.).
9. Bobyr M. V., Khrapova N. I. Two-level information and analytical control system for intelligent traffic lights. *Elektronnye biblioteki = Electronic libraries*. 2024; 27(5): 696-717. (In Russ.).
10. Bobyr M. V., Milostnaya N. A., Khrapova N. I. On the approach to detecting pedestrian movement by the method of histograms of directional gradients. *Elektronnye biblioteki = Electronic libraries*. 2024; 27(4): 429-447. (In Russ.).

110. Bobyr M. V., Khrapova N. I. Information and analytical system for detecting the movement of objects at a pedestrian crossing. *Ontologiya proektirovaniya = The ontology of design*. 2024; 14(4): 531-541. (In Russ.).

12. Kochegurov A. I., Dubinin D. V., Geringer V. I. Modified Pratt-Yasorsky estimation in a generalized indicator of the quality of contour detection algorithms. *Izvestiya Tomskogo politekhnicheskogo universiteta. Inzhiniring georesursov = Proceedings of Tomsk Polytechnic University. Georesource engineering*. 2021; 332(9): 168-177. (In Russ.).

13. Geringer V., Dubinin D., Kochegurov A. The results of a complex analysis of the modified pratt-yaskorskiy performance metrics based on the two-dimensional markov-renewal-process. *Lecture Notes in Computer Science*. 2016; 9875: 187-196.

14. Bobyr M. V., Arkhipov A. E., Gorbachev S. V., et al. Fuzzy logic methods in the problem of detecting object boundaries. *Informatika i avtomatizatsiya = Informatics and Automation*. 2022; 21(2): 376-404. (In Russ.).

Информация об авторах / Information about the Authors

Бобырь Максим Владимирович, доктор технических наук, профессор кафедры вычислительной техники, Юго-Западный государственный университет, г. Курск, Российская Федерация, e-mail: fregat_mn@rambler.ru, ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-5400-6817>, Researcher ID: G-2604-2013

Maxim V. Bobyr, Dr. of Sci. (Engineering), Professor of the Computer Engineering Department, Southwest State University, Kursk, Russian Federation, e-mail: fregat_mn@rambler.ru, ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-5400-6817>, Researcher ID: G-2604-2013

Емельянов Сергей Геннадьевич, доктор технических наук, профессор, ректор, Юго-Западный государственный университет, г. Курск, Российская Федерация, e-mail: rector@swsu.ru, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3012-0383>, Researcher ID: E-3511-2013

Sergei G. Emelianov, Dr. of Sci. (Engineering), Professor, Rector, Southwest State University, Kursk, Russian Federation, e-mail: rector@swsu.ru, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3012-0383>, Researcher ID: E-3511-2013

Храпова Наталия Игоревна, аспирант кафедры программной инженерии, Юго-Западный государственный университет, г. Курск, Российская Федерация, e-mail: KhrapovaNI@yandex.ru, ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-7947-1427>

Natalia I. Khrapova, Post-Graduate Student of the Software Engineering Department, Southwest State University, Kursk, Russian Federation, e-mail: KhrapovaNI@yandex.ru, ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-7947-1427>

УДК 004.912 + 004.89

<https://doi.org/10.21869/2223-1560-2024-28-4-138-153>

Взаимодействие когнитивных и реактивных агентов в интеллектуальной вычислительной системе: операционная семантика

Н.С. Карамышева¹, С.А. Зинкин¹ ✉

¹ Пензенский государственный университет
ул. Красная, д. 40, г. Пенза 440026, Российская Федерация

✉ e-mail: zsa49@yandex.ru

Резюме

Цель исследования. Целью настоящей работы является разработка подхода к построению интеллектуальных систем на основе восполняемой семантической сети и мультиагентной среды с агентами различных типов: когнитивными и дедуктивными реактивными. Предложена и обоснована архитектура многоуровневой интеллектуальной системы, в которой используются когнитивные и реактивные интеллектуальные агенты различающихся по составу и количеству реализуемых когнитивных и дедуктивных презумпций.

Методы. Знания о предметной области формализуются как с использованием модального варианта исчисления предикатов первого порядка для описания когнитивных агентов, так и в терминах классических немодальных вариантов исчисления предикатов и механизмов дедуктивного вывода для реактивных агентов. Работа интеллектуальной системы описана не полностью определенной семантической сетью, представленной концептуальным графом, и системой продукционных правил.

Результаты. Предложена функциональная архитектура интеллектуальной агентно-базированной системы. На концептуальном уровне архитектуру интеллектуальной агентно-базированной системы предлагается представить тремя подуровнями. Когнитивные агенты пользуются знаниями и убеждениями, вытекающими из систем эпистемической логики. Когнитивные презумпции данных агентов включают убеждения, цели, намерения и желания агентов и моделируются в рамках BDI-логики.

Заключение. В проведенном исследовании показана важность BDI-логики для когнитивных агентов, хотя при решении поставленной задачи она была использована незначительно, на уровне содержательно-концептуального описания интеллектуальной системы. В расширенные функции когнитивных агентов входит выполнение операций ввода, регистрации, передачи и сопоставления списков объектов и отношений между ними. Определены цели для последующей интерпретации когнитивных агентов.

Ключевые слова: интеллектуальная система; семантические сети; концептуальные графы; когнитивные агенты; презумпции; эпистемические параметры; модальная логика; знания; желания; убеждения; намерения.

Конфликт интересов: Авторы декларируют отсутствие явных и потенциальных конфликтов интересов, связанных с публикацией настоящей статьи.

Для цитирования: Карамышева Н.С., Зинкин С.А. Взаимодействие когнитивных и реактивных агентов в интеллектуальной вычислительной системе: операционная семантика // Известия Юго-Западного государственного университета. 2024. Т. 28, №4. С. 138-153. <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2024-28-4-138-153>.

Поступила в редакцию 30.10.2024

Подписана в печать 14.11.2024

Опубликована 10.12.2024

Interaction of cognitive and reactive agents in an intelligent computing system: operational semantics

Nadezhda S. Karamysheva¹, Sergey A. Zinkin¹ ✉

¹ Penza State University

40 Krasnaya str., Penza 440026, Russian Federation

✉ e-mail: zsa49@yandex.ru

Abstract

Purpose of research. The aim of this work is to develop an approach to constructing intelligent systems based on a replenished semantic network and a multi-agent environment with agents of various types: cognitive and deductive reactive. The architecture of a multi-level intelligent system is proposed and substantiated, which uses cognitive and reactive intelligent agents that differ in composition and number of implemented cognitive and deductive presumptions.

Methods. Knowledge about the subject area is formalized both using the modal version of the first-order predicate calculus for describing cognitive agents and in terms of classical non-modal versions of predicate calculus and deductive inference mechanisms for reactive agents. The operation of an intelligent system is described by an incompletely defined semantic network represented by a conceptual graph and a system of production rules.

Results. A functional architecture of an intelligent agent-based system is proposed. At the conceptual level, the architecture of an intelligent agent-based system is proposed to be represented by three sublevels. Cognitive agents use knowledge and beliefs that follow from epistemic logic systems. Cognitive presumptions of these agents include beliefs, goals, intentions, and desires of agents and are modeled within the framework of BDI logic.

Conclusion. The conducted study shows the importance of BDI logic for cognitive agents, although it was used insignificantly in solving the task at hand, at the level of the content-conceptual description of the intelligent system. The extended functions of cognitive agents include the execution of input, registration, transmission and comparison of lists of objects and relations between them. The goals for the subsequent interpretation of cognitive agents are defined.

Keywords: intelligent system; semantic networks; conceptual graphs; cognitive agents; presumptions; epistemic parameters; modal logic; knowledge; desires; beliefs; intentions.

Conflict of interest. The authors declare the absence of obvious and potential conflicts of interest related to the publication of this article.

For citation: Karamysheva N. S., Zinkin S. A. Interaction of cognitive and reactive agents in an intelligent computing system: operational semantics. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta = Proceedings of the Southwest State University*. 2024; 28(4): 138-153 (In Russ.). <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2024-28-4-138-153>.

Received 30.10.2024

Accepted 14.11.2024

Published 10.12.2024

Введение

Когнитивные и реактивные агенты. Используемые в настоящей работе когнитивные и реактивные интеллектуальные агенты различаются по составу и количеству реализуемых когнитивных

и дедуктивных презумпций [1, 2]. Когнитивный агент – это агент, способный воспринимать информацию и интерпретировать ее в соответствии со своей моделью знаний [3, 4]. Реактивный агент, в отличие от когнитивного агента, облада-

ет ограниченными когнитивными свойствами или не обладает ими вовсе. При поступлении входной информации реактивный выдает на выходе некоторую типовую реакцию, заложенную в него вызывающим агентом или внешней средой [5, 6, 7]. Реактивный агент может принимать поручения от когнитивных агентов, например, на реализацию дедуктивного вывода.

Логика и технология BDI-агентов.

Когнитивными эпистемическими презумпциями считаются презумпции, представляющие знания (англ. *knowledges*) агентов о положении дел и о других агентах и их когнитивных презумпциях, а также убеждения (англ. *beliefs*) агентов и способности агентов, влияющие на способы получения, хранения и изменения информации, в частности знаний и убеждений [8, 9, 10]. Цель (англ. *goal, objective*) – это желание (англ. *desire*), выбранное агентом к исполнению. Намерения (англ. *intentions*) отражают осознанный выбор агента, то есть тот план (англ. *plan*), который BDI-агент (аббревиатура от *Belief–Desire–Intention*) предпочел выполнять. Существуют и другие эпистемические презумпции когнитивных агентов, например, обязательства (англ. *obligations*), способность (англ. *capability*), решение (англ. *decision*), выбор (англ. *choice*), заключение (англ. *commitment*), согласование (англ. *coordination*)¹ [10,

11]. При программной агентно-ориентированной интерпретации данных презумпций их имена возможно использовать в качестве имен методов-процедур для агентов-объектов.

В многоуровневых моделях описание агента и используемой им модели рассуждений производится на различных уровнях обобщения (абстракции). Использование на верхних уровнях модели BDI-агентов основано на желании исследователей построить модель практических рассуждений человека в ситуациях, в которых решения приходится принимать когнитивному агенту, обладающему более развитым интеллектом по сравнению с реактивным агентом. Информационные, мотивационные и поведенческие аспекты поведения когнитивного агента могут быть формализованы в терминах ментальных понятий (убеждений, желаний и намерений) при помощи расширений модальных и темпоральных логик [10, 12, 13, 14]. В то же время возможны различные варианты поведения низкоуровневых компонент реактивного агента в зависимости от среды, в которую он помещен, а также различные представления об его интеллектуальности.

Целью настоящей работы является разработка подхода к построению интеллектуальных систем на основе выполняемой семантической сети и мультиагентной среды с агентами различных типов: когнитивными и реактивными.

¹ Модель убеждений, желаний и намерений. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Модель_убеждений,_желаний_и_намерений. (Режим доступа свободный. Просмотрено: 12.06.2024).

Материалы и методы

Предлагаемая архитектура интеллектуальной агентно-базированной системы. На концептуальном уровне архитектуру интеллектуальной агентно-базированной системы предлагается представить тремя подуровнями (рис. 1):

– на первом подуровне с архитектурой BDI работает преимущественно агент-человек *BDI_agent1*, обладающий базой общих знаний (*Knowledges*), убеждений (*Beliefs*) и желаний (*Desires*), используемой для формирования общих намерений (*Intentions*), исполнение которых приведет к решению задачи; действия агента *BDI_agent1* разворачиваются в пространстве EHS (англ. *External Human Space*); данный агент передает управление в форме своих знаний и убеждений на нижележащий уровень агенту *BDI_agent2*;

– на следующем, втором подуровне, реализуемом также на основе архитектуры BDI в пространстве GAS (англ. *Global Agent Space*); подфункции агента *BDI_agent2* реализуются на двух подуровнях: подфункция *BDI_agent2(B)* отражает убеждения (*Beliefs*) агента о возможности получения результата – полного или частичного; результат может быть трансформирован из убеждений в знания;

– на последнем, третьем подуровне – реактивном и частично когнитивном, вторая подфункция агента *BDI_agent2(DI)* определяет желания (*Desires*) и намерения (*Intentions*) агента *BDI_agent2*. Реактивные агенты, выполняя поручения

когнитивного агента, помогают ему получать новые знания на основе дедуктивного вывода. Третий подуровень реализуется в пространстве RRAS (англ. *Rational Reactive Agent Space*) реактивных агентов.

Для графической иллюстрации метода решения поставленной задачи здесь и далее использован редактор концептуальных графов CharGer [15], получивший широкое распространение в международной практике.

Когнитивность агентов, работающих на первом и втором подуровнях, связана с модальностями, и ее можно воспринимать двояко. С одной стороны, они пользуются знаниями и убеждениями, вытекающими из систем эпистемической логики. Когнитивные презумпции данных агентов включают убеждения, цели, намерения и желания агентов и моделируются в рамках BDI-логики. Убеждения – это подверженные пересмотру правдоподобные сведения, в истинность которых агент верит; иногда их также называют верой агента в истинность тех или иных положений [1].

С другой стороны, эпистемические и целевые параметры выделения разных презумпций агентов выступают определенного рода надстройками над тем, каким образом трактуются дедуктивные параметры поведения реактивных агентов [2]. На основе сформулированных трактовок на третьем подуровне реактивные агенты реализуют свои рациональные поведения на основе дедуктивных способностей, под которыми подразумевается умение строить корректные выводы.

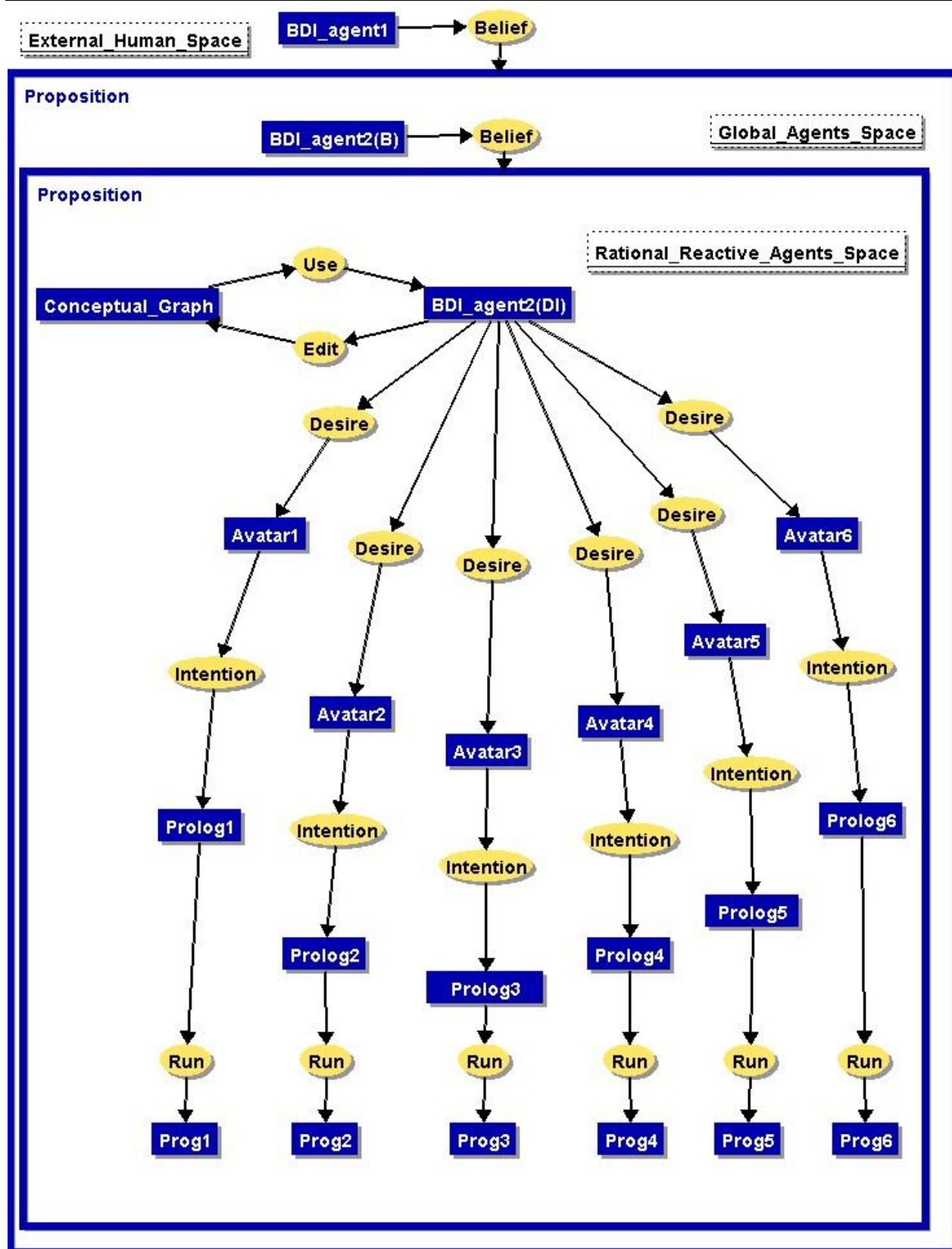


Рис. 1. Концептуальная схема взаимодействия когнитивных и реактивных агентов при работе с данными и знаниями в интеллектуальной системе

Fig. 1. Conceptual diagram of the interaction of cognitive and deductive reactive agents when working with data and knowledge in an intelligent system

На этом подуровне BDI_agent2 использует и редактирует знания о предметной области, представленные главным концептуальным графом задачи. Когнитивный агент BDI_agent2, реализуя свои желания и намерения, то есть подфункцию BDI_agent2(DI), использует реактивные агенты-аватары Avatar1, Avatar2, ..., Avatar_n, реактивные агенты-интерпретаторы языка логического программирования Prolog1, Prolog2, ..., Prolog_n и реактивные агенты-программы на языке логического программирования Prog_1, Prog_2, ..., Prog_n, определяющие факты, правила логического вывода и запросы, позволяющие описывать базы знаний, процедуры логического вывода и принятия решений.

Концептуальная схема, или граф, взаимодействия когнитивных и дедуктивных реактивных агентов при работе с данными и знаниями в интеллектуальной системе представлена на рис. 1 (при n = 6). Вершинами в форме прямоугольников представлены концепты, в том числе концепты-агенты, а овалами – отношения между данными концептами. Два концепта – пространства GAS и RRAS представлены большими прямоугольниками, которым соответствуют высказывания Proposition_1 и Proposition_2, описывающие в формализованном виде убеждения агента BDI_agent1 и убеждения, желания, намерения агента BDI_agent2.

Как известно, концептуальные графы являются графическим представлением формул логики предикатов первого

порядка. Логическое выражение, описывающее модель взаимодействия когнитивных и дедуктивных реактивных агентов при работе с данными и знаниями в интеллектуальной системе сформировано автоматически в соответствии с XML представлением схемы в памяти компьютера на рис. 1 и представимо логическим выражением в следующем компьютеризованном виде:

There is a Proposition where:
 (Belief of BDI_agent1 is Proposition_1 where:
 (Belief of BDI_agent2(B) is Proposition_2 where:
 Edit of BDI_agent2(DI) is Conceptual_Graph &
 Use of Conceptual_Graph is
 BDI_agent2(DI) &
 Desire of BDI_agent2(DI) is Avatar1 &
 Intention of Avatar1 is Prolog1 &
 Run of Prolog1 is Prog1 &
 Desire of BDI_agent2(DI) is Avatar2 &
 Intention of Avatar2 is Prolog2 &
 Run of Prolog2 is Prog2 &
 Desire of BDI_agent2(DI) is Avatar3 &
 Intention of Avatar3 is Prolog3 &
 Run of Prolog3 is Prog3 &
 Desire of BDI_agent2(DI) is Avatar4 &
 Intention of Avatar4 is Prolog4 &
 Run of Prolog4 is Prog4 &
 Desire of BDI_agent2(DI) is Avatar5 &
 Intention of Avatar5 is Prolog5 &
 Run of Prolog5 is Prog5 &
 Desire of BDI_agent2(DI) is Avatar6 &
 Intention of Avatar6 is Prolog6 &
 Run of Prolog6 is Prog6)). (1)

Здесь свойство Run относится к намерениям агентов Prolog1, Prolog2, ..., Prolog_n. Выражение (1) приводится

к математической форме записи в логике предикатов первого порядка:

```

Proposition =
Belief(BDI_agent1,
(Belief(BDI_agent2(B),
(Edit(BDI_agent2(DI), Conceptual_Graph) &
Use(Conceptual_Graph,
BDI_agent2(DI)) &
Desire(BDI_agent2(DI), Avatar1) &
Intention(Avatar1, Prolog1) &
Run(Prolog1, Prog1) &
Desire(BDI_agent2(DI), Avatar2) &
Intention(Avatar2, Prolog2) &
Run(Prolog2, Prog2) &
Desire(BDI_agent2(DI), Avatar3) &
Intention(Avatar3, Prolog3) &
Run(Prolog3, Prog3) &
Desire(BDI_agent2(DI), Avatar4) &
Intention(Avatar4, Prolog4) &
Run(Prolog4, Prog4) &
Desire(BDI_agent2(DI), Avatar5) &
Intention(Avatar5, Prolog5) &
Run(Prolog5, Prog5) &
Desire(BDI_agent2(DI), Avatar6) &
Intention(Avatar6, Prolog6) &
Run(Prolog6, Prog6))).
(2)

```

Выражения (1) и (2) определяют условие выполнения плана действий когнитивных и рациональных дедуктивных агентов при решении логических задач, связанных с поиском недостающих объектов и отношений в семантических сетях.

Результаты и их обсуждение

Задача поиска недостающих отношений в концептуальном графе «Семейные отношения». Решение задачи поиска недостающих отношений в семантиче-

ской сети, представленной концептуальным графом, при помощи интеллектуальных агентов далее иллюстрируется примером с многими и не всегда очевидными отношениями между объектами. На рис. 2. представлен концептуальный граф «Семейные отношения» с частичным контекстным наполнением, соответствующим выбранной предметной области. Основная терминология из области семейных отношений взята из работ [16, 17, 18], а также из открытых источников в Интернете.

Здесь прямоугольниками представлены концепты, или сущности предметной области, соответствующие пространствам, в пределах которых развиваются события по исследованию родственных отношений, представленных овалами. Первый когнитивный BDI-agent1, определенный во внешнем пространстве EHS, убежден (*Belief*) в том, что в семействе *H* возможны различные семейные отношения. Он желает (*Desire*) определить конкретные отношения в данном семействе.

Однако решаемая задача усложнена тем, что не все отношения известны. На рис. 2 неопределенные, но возможно существующие (выводимые) отношения отмечены символом “?” вопроса. Поэтому для решения задачи по нахождению всех возможных отношений в концептуальном графе используется второй когнитивный BDI-agent2, которому первый BDI-agent1 поручает, выражая свое намерение (*Intention*) восполнить множество имеющихся отношений, насколько это возможно.

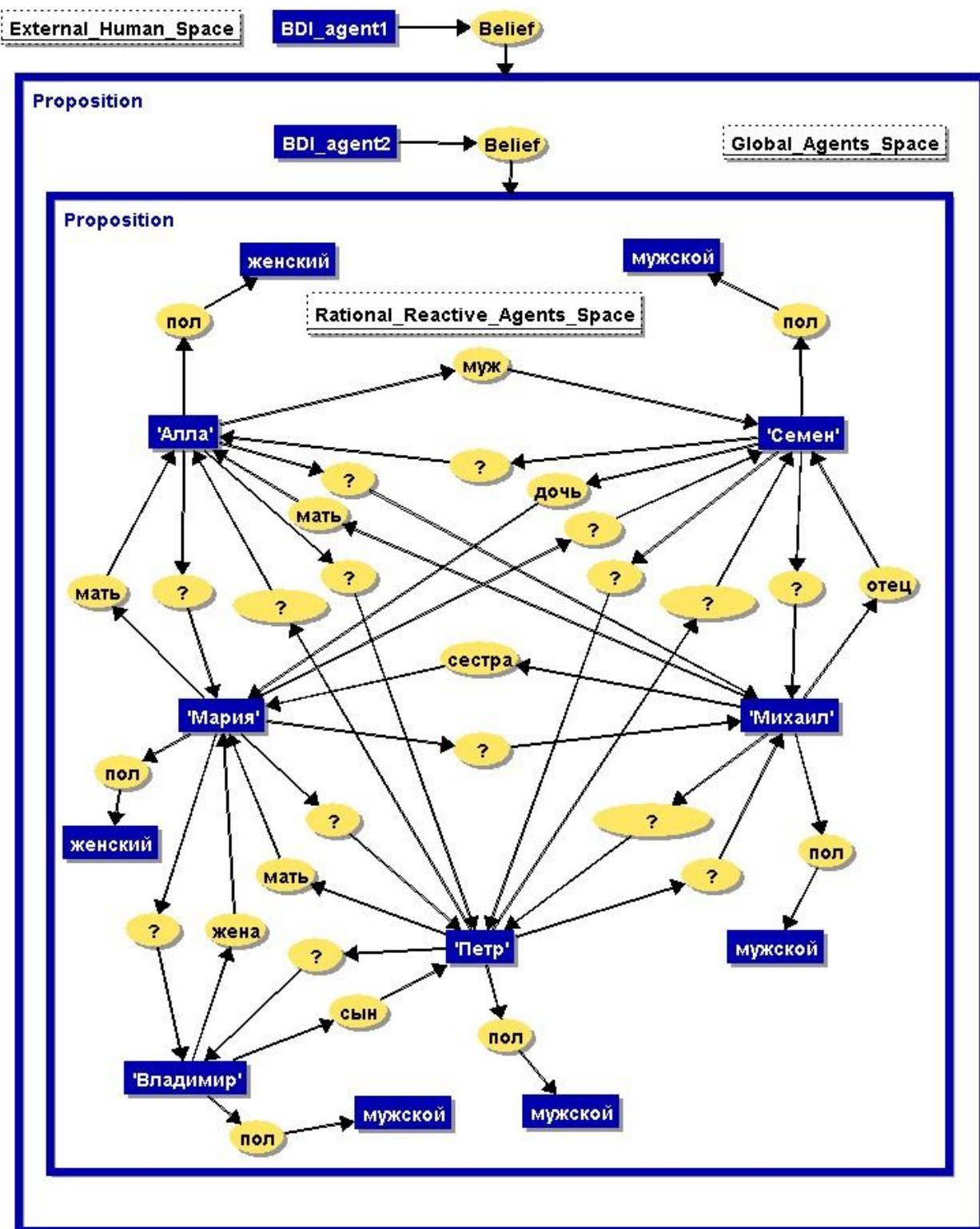


Рис. 2. Неполный концептуальный граф «Семейные отношения» с частичным контекстным наполнением

Fig. 2. Incomplete conceptual graph "Family Relationships" with partial contextual filling

Пример трехуровневой организации когнитивной интеллектуальной системы. Рассматривается пример, в котором

когнитивный BDI-agent1 знает, (*Knowledge* или *True Beliefs*), что по условию задачи на концептуальном графе с не-

полным контекстным наполнением для некоторого семейства из множества H персон определено множество отношений $R = \{\text{мать, отец, муж, жена, дочь, сын, сестра}\}$. Кроме того, BDI-agent1 имеет убеждения (*Beliefs*) о том, что для предметной области «Семейные отношения», выходящей за рамки поставленной задачи, определено множество отношений $D = \{\text{мать, отец, муж, жена, дочь, сын, сестра, брат, брат, сестра, дядя, тетя, племянник, племянница, внук, внучка, бабушка, дедушка, ...}\}$, число элементов в котором ограничено только условиями задачи; убеждения о множестве D являются не обновляемыми.

Формальное описание задачи с точки зрения когнитивного агента BDI-agent1. Под точкой зрения агента понимается его позиция (*attitude*), или его отношение, к окружающему миру. В динамических эпистемических логиках изучаются знания и убеждения, соответствующие модальным операторам необходимости “ $\square$ ” и возможности “ $\diamond$ ”, а также процедуры их модификации агентами. В приведенном ниже выражении (3) помимо обычных логических связей, переменных и предикатов используются операторы алетической модальной логики:

$$(\forall r \in R) (\exists x \in H)(\exists y \in H) [(x \neq y) \& \square P(x, r, y)] \& (\forall d \in D) (\exists x \in H) (\exists y \in H) [(x \neq y) \& \diamond P(x, d, y)], \quad (3)$$

где $P(x, r, y)$ – тернарный предикат-инцидентор; “ $\square$ ” – модальный оператор “необходимо”, “ $\diamond$ ” – модальный опера-

тор “возможно”; H – множество имен членов семейства, известных когнитивному агенту BDI-agent1, то есть членов семейства, находящихся в каких-либо семейных отношениях родства или свойства друг с другом. Предполагается, что агент BDI-agent1 знает, что в состав семейства входят личности (персоны) с именами, образующими множество $H = \{\text{Алла, Мария, Семен, Владимир, Петр, Михаил}\}$. Некоторые из отношений между этими личностями известны и составляют множество R по условию задачи. Кроме того, агент BDI-agent1 убежден в существовании отношений из множества D , которое будет считаться эталонным, поскольку оно отражает коллективный опыт поколений, использовавших данные названия отношений. Свои знания и убеждения о множествах R и D агент BDI-agent1 передает агенту BDI-agent2.

Формальное описание задачи с точки зрения когнитивного агента BDI-agent2. Когнитивный агент BDI-agent2 функционирует в абстрактном пространстве GAS – глобальном пространстве интеллектуальных агентов. Агент BDI-agent2 принимает сведения о множестве отношений R как знания. Все отношения из множества R известны из условия задачи, поэтому их логический вывод не потребуется. На основе этих знаний формируется экстенциональная база данных (ЭБД) о предметной области «Семейные отношения». База данных ЭБД будет использоваться дедуктивными реактивными агентами в про-

цессе логического вывода наряду с множеством правил вывода, составляющих интенциональную базу данных (ИБД). Приведенное ниже выражение (4) соответствует знаниям и убеждениям когнитивного агента BDI-agent2:

$$(\forall r \in R') (\exists x \in H') (\exists y \in H') [(x \neq y) \& \square P(x, r, y)] \& (\exists d \in D') (\exists x \in H') (\exists y \in H') [(x \neq y) \& \diamond P(x, d, y)], \quad (4)$$

В данном выражении множества R' , D' и H' являются копиями множеств, передаваемых агенту BDI-agent2 от агента BDI-agent1. Квантор существования $\exists d \in D'$ при переменной d означает, что агент BDI-agent2 убежден в наличии и должен доопределить отношение родства d и личностей x и y , которые связаны этим отношением. Сведения о составе множества отношений D' агент BDI-agent2 принимает лишь как *убеждения*, так как некоторые родственники и соответствующие им отношения могут в принципе отсутствовать по различным причинам: их неизвестности, не рождения, не вступления в брак, смерти, не выводимости из имеющихся исходных данных (концептуального графа и его частичного контекстного наполнения) и др.

Логическая модель «Семейные отношения» с частично неизвестными бинарными отношениями. На первом этапе решения задачи производится переход от графа, представленного на рис. 2, к компьютеризованному формульному представлению (5):

There is a Proposition where:

(Belief of BDI_agent1 is Proposition were:

(Belief of BDI_agent2 is Proposition where:

(пол of 'Мария' is женский &

пол of 'Пепр' is мужской &

пол of 'Владимир' is мужской &

пол of 'Мухаил' is мужской &

пол of 'Алла' is женский &

пол of 'Семен' is мужской &

мать of 'Мария' is 'Алла' &

мать of 'Пепр' is 'Мария' &

отец of 'Мухаил' is 'Семен' &

дочь of 'Семен' is 'Мария' &

жена of 'Владимир' is 'Мария' &

сын of 'Владимир' is 'Пепр' &

муж of 'Алла' is 'Семен' &

мать of 'Мухаил' is 'Алла' &

сестра of 'Мухаил' is 'Мария' &

? of 'Мария' is 'Семен' &

? of 'Алла' is 'Мухаил' &

? of 'Семен' is 'Алла' &

? of 'Пепр' is 'Владимир' &

? of 'Пепр' is 'Мухаил' &

? of 'Мухаил' is 'Пепр' &

? of 'Пепр' is 'Алла' &

? of 'Алла' is 'Пепр' &

? of 'Семен' is 'Пепр' &

? of 'Мария' is 'Владимир' &

? of 'Алла' is 'Мария' &

? of 'Мария' is 'Пепр' &

? of 'Пепр' is 'Семен' &

? of 'Семен' is 'Мухаил' &

? of 'Мария' is 'Мухаил')))). (5)

Данное сложное высказывание получено при помощи программы, конвертирующей XML-представление концептуального графа на рис. 2. Часть строк, не начинающихся с символа вопроса“?”, который используется для

обозначения неизвестных пока отношений, использована далее при формировании базы фактов ЭБД. Другая часть строк выражения (5), начинающихся с знака вопроса “?”, преобразуется и представляется в форме запросов к ЭБД и ИБД:

? – $d('Мария', X, 'Семен')$.
 ? – $d('Алла', X, 'Михаил')$.
 ? – $d('Семен', X, 'Алла')$.
 ? – $d('Петр', X, 'Владимир')$.
 ? – $d('Петр', X, 'Михаил')$.
 ? – $d('Михаил', X, 'Петр')$.
 ? – $d('Петр', X, 'Алла')$.
 ? – $d('Алла', X, 'Петр')$.
 ? – $d('Семен', X, 'Петр')$.
 ? – $d('Мария', X, 'Владимир')$.
 ? – $d('Алла', X, 'Мария')$.
 ? – $d('Мария', X, 'Петр')$.
 ? – $d('Петр', X, 'Семен')$.
 ? – $d('Семен', X, 'Михаил')$.
 ? – $d('Мария', X, 'Михаил')$. (6)

Здесь каждая строка в множестве строк (6) представляет собой «заготовку» для запросов к фактам и правилам базы знаний БЗ = ЭБД + ИБД. Каждой строке соответствует несколько запросов; переменная d , с которой начинается каждая строка, должна принимать последовательно значения из множества D' имен отношений, в существовании которых *убежден* когнитивный агент BDI-agent2. Переменная X по мере последовательного выполнения запросов примет последовательно значения имен искомых отношений.

Программная реализация когнитивных операций может выполняется с при-

менением обычных императивных языков программирования и возможно, языков манипулирования данными. Для реализации функций дедуктивных реактивных агентов при выполнении операций с семантическими сетями и концептуальными графами в большинстве случаев достаточно использовать возможности какого-либо языка декларативного и частично императивного языка типа Пролог, обладающего возможностью дедуктивного вывода [19, 20].

Примечание. Обычный язык Пролог¹, в основу которого положена логика предикатов первого порядка FOL (англ. *First Order Logic*), не допускает использование переменных в качестве предикатных символов, поэтому в настоящей работе эта проблема обходится за счет использования тернарных (трехместных) предикатов и одноименных тернарных отношений.

В дальнейшем базы ЭБД и ИБД, составляющие базу знаний БЗ «Семейные отношения», возможно построить таким образом, что станет возможным задавать запросы на поиск не только отношения X , но и самих концептов A и B – членов семьи, между которыми установлены отношения, например:

¹ Пролог. URL: <https://en.wikipedia.org/wiki/Prolog/>;

SWI-Prolog. Robust, mature, free. Prolog for the real world. URL: <https://www.swi-prolog.org/>;

Wielemaker J. SWI-Prolog Semantic Web Library 3.0. URL: [https://www.swi-prolog.org/pldoc/doc_for?object=section\(%27packages/semweb.html%27\)](https://www.swi-prolog.org/pldoc/doc_for?object=section(%27packages/semweb.html%27)).

$$\begin{aligned} ? - \text{родство_сын}(A, X, B), \\ ? - \text{родство_сын1}(A, X, B), \end{aligned} \quad (7)$$

где в первом случае $d = \text{'родство_сын'}$ (запрос к ЭБД), а во втором $d = \text{'родство_сын1'}$, (запрос к ИБД), что сделает возможным получение сразу нескольких ответов на данные запросы. Например, для решаемой задачи два члена семьи являются сыновьями, а отношение *сын* связывает четыре пары концептов – членов семейства.

Выводы

Резюмируя, отметим, что в проведенном исследовании показана важность BDI-логики для когнитивных агентов на уровне содержательно-концептуального описания. В расширенные функции когнитивных агентов входит выполнение операций ввода, регистрации, передачи и сопоставления списков объектов и отношений между ними. Программная реализация этих операций выполняется с применением обычных императивных языков программирования и возможно, языков манипулирования данными.

Постановка задачи настоящей работы инспирирована в том числе и тем фактом, что эволюция существующей Всемирной паутины в Семантическую паутину требует наличия эффективных приемов и средств представления метаданных для работы с отношениями между сущностями. К числу наиболее важных задач может относиться задача определения путем логического вывода

недостающих отношений между сущностями (концептами) в семантической сети. Реализация подобной идеи во многом зависит от материализации концепции интеллектуальных агентов. В настоящей работе эта проблема решается на основе взаимодействия когнитивных и реактивных (дедуктивных) агентов при работе с данными и знаниями в интеллектуальной системе.

При решении частных задач поиска недостающих отношений можно воспользоваться и искусственными нейронными сетями [21, 22].

Материалы и методы настоящего исследования основаны на оперировании понятиями (концептами), описанными в терминах предметной области. На конкретном примере проиллюстрировано решение задачи о поиске возможно или необходимо существующих отношений между концептами, что потребовало обратиться к логике и технологии когнитивных BDI-агентов и, в частности, к эпистемической модальной логике. Использованы понятия о когнитивных эпистемических презумпциях, которыми считаются презумпции, представляющие знания (англ. *knowledge*, или *true_beliefs*) агентов о предметной области, позицию агента (англ. *attitude*) по отношению к окружающему миру о положении дел и о других агентах и их когнитивных презумпциях, а также убеждения (англ. *beliefs*) агентов и способности агентов, влияющие на способы получения, хранения и изменения информации, в частности знаний и убеждений.

Понятие цель (англ. *goal, objective*) – это желание (англ. *desire*), выбранное агентом к исполнению, то есть его мотивационное состояние. Намерения (англ. *intentions*) отражают осознанный выбор агента, то есть тот план (англ. *plan*), который BDI-агент (аббревиатура от *Belief–Desire–Intention*) предпочел выполнять.

Проблема реализации взаимодействий когнитивных и реактивных агентов

на основе анализа семантики предметной области важна при реализации интеллектуальных вычислительных систем и в дальнейшем может решаться на основе детального анализа предметной области – агентно-ориентированной интеллектуальной среды, в том числе при учете семантики возникающих отношений с возможным использованием правил дедуктивного вывода.

Список литературы

1. Лисанюк Е. Н. Когнитивные характеристики агентов аргументации // Вестн. СПбГУ. Серия 6. 2013. Вып. 1. С. 13–21.
2. Лисанюк Е. Н., Павлова А. М. Логические аспекты многообразия агентов // Вестник УрФУ. Серия: Экономика и управление. 2016. Т. 11, № 4. С. 45-60.
3. Макаренко С. И., Соловьева О. С. Основные положения концепции семантической интероперабельности сетцентрических систем // Журнал радиоэлектроники. 2021. №4. 24 с. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2021.4.10>.
4. Макаренко С.И. Справочник научных терминов и обозначений. СПб.: Научные технологии, 2019. 254 с.
5. Systems, Capabilities, Operations, Programs, and Enterprises (SCOPE) Model for Interoperability Assessment. Version 1.0. NCOIC, 2008. 154 p.
6. Bandini S., Petta P., Vizzari G., eds. International Symposium on Agent Based Modeling and Simulation (ABModSim 2006). Volume Cybernetics and Systems 2006, Austrian Society for Cybernetic Studies (2006) 18th European Meeting on Cybernetics and Systems Research (EMCSR 2006).
7. Bandini S., Petta P., Vizzari G., eds. Second International Symposium on Agent Based Modeling and Simulation (ABModSim 2008). Volume Cybernetics and Systems 2008, Austrian Society for Cybernetic Studies (2008) 19th European Meeting on Cybernetics and Systems Research (EMCSR 2008).
8. Pacuit E. Dynamic Epistemic Logic I: Modeling Knowledge and Belief // Philosophy Compass. 2013. Vol. 8, № 9. P. 798–814.
9. Pacuit E. Dynamic Epistemic Logic II: Logics of Information Change // Philosophy Compass. 2013. Vol. 8, № 9. P. 815–833.
10. Shoham Y., Leyton-Brown K. Multiagent systems: algorithmic, game-theoretic, and logical foundations. Cambridge University Press, 2008. 532 p.

11. Wooldridge M. J. An Introduction to Multiagent Systems. John Wiley&Sons, 2009. 484 p.
12. Логический подход к искусственному интеллекту. От модальной логики к логике баз данных / А. Тейз, П. Грибомон, Г. Юлен [и др.]. М.: Мир, 1998. 494 с.
13. Логический подход к искусственному интеллекту: от классической логики к логическому программированию / А. Тейз, П. Грибомон, Ж. Луи [и др.]. М.: Мир, 1990. 429 с.
14. Пантелеев М. Г. Логические модели интеллектуальных агентов. СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2022. С. 1-24. URL: https://vec.etu.ru/moodle/pluginfile.php/303181/mod_resource/content/1/Лекция_3.%20Логические%20модели%20ИА.pdf. (Режим доступа свободный. Просмотрено: 12.06.2024).
15. Delugach, H. CharGer: A Graphical Conceptual Graph Editor. URL: <https://github.com/delugach/Charger?ysclid=lz8svjwmda912032950/>. (Режим доступа свободный. Просмотрено: 12.06.2024).
16. Карамышева Н. С., Зинкин С. А., Митрохин М. А. Методы и модели интеллектуализации вычислительных и киберфизических систем. Пенза: Изд-во ПГУ, 2022. 176 с.
17. Интеллектуальная обработка информации / М. А. Митрохин, Н. С. Карамышева, В. Ю. Егоров, С. А. Зинкин. Пенза: Изд-во ПГУ, 2023. 320 с.
18. Князева М. Д., Карамышева Н. С., Григорьева Д. Д. От алгоритма к программе и искусственному интеллекту. С примерами на языках Python и Prolog / под ред. С. А. Зинкина. Пенза: Изд-во ПГУ, 2024. 412 с.
19. Залогова Л.А. Формальное описание логического вывода в Прологе // Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика. 2014. Вып. 4(27). С. 84–91.
20. Тюрин С. Ф., Городилов А. Ю. Особенности логического вывода в Пролог-программах // Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика. 2019. Вып. 3 (46). С. 91-97. DOI: 10.17072/1993-0550-2019-3-91-97.
21. О программной реализации когнитивных интероперабельных агентно-базированных систем / Н.С. Карамышева, А.С. Милованов, М.А. Митрохин, С.А. Зинкин // Известия Юго-Западного государственного университета. 2024; 28(1): 100-122. <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2024-28-1-100-122>.
22. Когнитивная пиринговая инфраструктура для организации коллективной работы над проектами на основе agile-методологии / Н.С. Карамышева, В.С. Александров, И.А. Кирюткин, С.А. Зинкин // Известия Юго-Западного государственного университета. 2024. Т. 28, №3. С. 131-163. <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2024-28-3-131-163>.

References

1. Lisanyuk E. N. Cognitive characteristics of agents of argumentation. *Vestn. SPbGU. Ser. 6. Vyp. 1. = Bulletin St. Petersburg State University. Series 6.* 2013; 1: 13–21 (In Russ.).

2. Lisanyuk E. N., Pavlova A. M. Logical aspects of the diversity of agents. *Vestnik UrFU. Seriya: Ekonomika i upravlenie = Bulletin of UrFU. Series: Economics and management*. 2016; 11(4): 45-60. (In Russ.).
3. Makarenko S.I., Solovyova O.S. Basic provisions of the concept of semantic interoperability of network-centric systems. *Zhurnal radioelektroniki = Journal of Radioelectronics*. 2021: (4): 24. (In Russ.). <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2021.4.10>.
4. Makarenko S.I. Directory of scientific terms and notations. St. Petersburg: Naukoemkie tekhnologii Science-intensive technologies; 2019. 254 p. (In Russ.).
5. Systems, Capabilities, Operations, Programs, and Enterprises (SCOPE) Model for Interoperability Assessment. Version 1.0. NCOIC, 2008. 154 p.
6. Bandini S., Petta P., Vizzari G., eds. International Symposium on Agent Based Modeling and Simulation (ABModSim 2006). Volume Cybernetics and Systems 2006, Austrian Society for Cybernetic Studies (2006) 18th European Meeting on Cybernetics and Systems Research (EMCSR 2006).
7. Bandini S., Petta P., Vizzari G., eds. Second International Symposium on Agent Based Modeling and Simulation (ABModSim 2008). Volume Cybernetics and Systems 2008, Austrian Society for Cybernetic Studies (2008) 19th European Meeting on Cybernetics and Systems Research (EMCSR 2008).
8. Pacuit E. Dynamic Epistemic Logic I: Modeling Knowledge and Belief. *Philosophy Compass*. 2013; 8(9): 798–814.
9. Pacuit E. Dynamic Epistemic Logic II: Logics of Information Change. *Philosophy Compass*. 2013; 8(9): 815–833.
10. Shoham Y., Leyton-Brown K. Multiagent systems: algorithmic, game-theoretic, and logical foundations. Cambridge University Press; 2008. 532 p.
11. Wooldridge M. J. An Introduction to Multiagent Systems. John Wiley&Sons, 2009. 484 p.
12. Teiz A., Gribomon P., Ulen G., et al. Logical approach to artificial intelligence: from modal logic to database logic] / Moscow: Mir; 1998. 494 p. (In Russ.).
13. Teiz A., Gribomon P., Louis J., et al. Logical approach to artificial intelligence: from classical logic to logic programming. Moscow: Mir; 1990. 429 p. (In Russ.).
14. Panteleev M. G. Logical models of intelligent agents. *SPbGETU «LETI»*, 2022, 1-24 pp. Available at: https://vec.etu.ru/moodle/pluginfile.php/303181/mod_resource/content/1/Lecture_3/ (accessed 12.06.2024).
15. Delugach H. CharGer: A Graphical Conceptual Graph Editor. Available at: <https://github.com/delugach/Charger?ysclid=1z8svjwmda912032950/>. (accessed 12.06.2024).
16. Karamysheva N. S., Zinkin S. A., Mitrohin M. A. Methods and models of intellectualization of computing and cyber-physical systems. Penza: Izd-vo PGU; 2022. 176 p. (In Russ.).

17. Mitrohin M. A., Karamysheva N. S., V Egorov. Yu., Zinkin S. A. Intelligent information processing. Penza: Izd-vo PGU; 2023. 320 p. (In Russ.).
18. Knyazeva M. D., Karamysheva N. S., Grigor'eva D. D. From Algorithm to Program and Artificial Intelligence. With Examples in Python and Prolog; ed. by Zinkin S. A. Penza: Izd-vo PGU; 2024. 412 p. (In Russ.).
19. Zalogova L.A. Formal Description of Logical Inference in Prolog. *Vestnik Permskogo universiteta. Matematika. Mekhanika. Informatika*. 2014; 4:84–91 pp. (In Russ.).
20. Tyurin S. F., Gorodilov A. Yu. Features of logical inference in Prolog programs. *Vestnik Permskogo universiteta. Matematika. Mekhanika. Informatika*. 2019; 3: 91-97 (In Russ.). DOI: 10.17072/1993-0550-2019-3-91-97.
21. Karamysheva N. S., Milovanov A. S., Mitrokhin M. A., Zinkin S. A. On the Software Implementation of Cognitive Interoperable Agent-Based Systems. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta = Proceedings of the Southwest State University*. 2024; 28(1): 100-122 (In Russ.). <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2024-28-1-100-122>.
22. Karamysheva N. S., Alexandrov V. S., Kiryutkin I. A., Zinkin S. A. Cognitive peer-ing infrastructure for the organization teamwork on projects based on agile methodology. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta = Proceedings of the Southwest State University*. 2024; 28(3): 131-163 (In Russ.). <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2024-28-3-131-163>.

Информация об авторах / Information about the Authors

Карамышева Надежда Сергеевна, кандидат технических наук, доцент, Пензенский государственный университет, г. Пенза, Российская Федерация, e-mail: karamyshevans@yandex.ru

Nadezhda S. Karamysheva, Cand. of Sci. (Engineering), Associate Professor, Penza State University, Penza, Russian Federation, e-mail: karamyshevans@yandex.ru

Зинкин Сергей Александрович, доктор технических наук, профессор, Пензенский государственный университет, г. Пенза, Российская Федерация, e-mail: zsa49@yandex.ru

Sergey A. Zinkin, Dr. of Sci. (Engineering), Professor, Penza State University, Penza, Russian Federation, e-mail: zsa49@yandex.ru

УДК 004.912 + 004.89

<https://doi.org/10.21869/2223-1560-2024-28-4-154-176>

Поиск и взвешивание треппин-сетов в квазициклических кодах методом поднятия и проекции мультиграфа

В. С. Усатюк ¹, Ю. О. Кузнецов ¹, С. И. Егоров ² ✉

¹ ООО «Т8»

ул. Краснобогатырская, д. 44, стр. 1, г. Москва 107076, Российская Федерация

² Юго-Западный государственный университет

ул. 50 лет Октября, д. 94, г. Курск 305040, Российская Федерация

✉ e-mail: sie58@mail.ru

Резюме

Целью исследования является разработка нового быстродействующего метода поиска треппин-сетов, и нового метода оценки вероятности ошибок, вызванных этими треппин-сетями, для квазициклических кодов с размером циркулянта, не являющимся простым числом.

Методы. Предложенный метод поиска треппин-сетов использует алгебраические свойства квазициклических кодов на графах. Применение операций подъема и проекции графа переводит задачу поиска треппин-сетов в пространство большей размерности, где треппин-сети более различимы. Предложенный метод оценки вероятности ошибок, основанный на выборке по значимости, в сравнении с предложенным ранее методом Коула, позволяет осуществить распараллеливание вычислений без необходимости дублирования таблиц. Такой подход кратно уменьшает объем требуемой памяти и позволяет осуществлять вычисления по разделенным индексам.

Результаты. Предложенный метод поиска треппин-сетов удобен для аппаратной реализации, в частности, на платах-ускорителях, использующих ПЛИС. Для его реализации достаточно менее половины чиплета SLR (super logic regions) ускорителя BittWare XUP-P3R (в конфигурации с 128 Гб DDR4 ОЗУ) или ускорителя AMD Alveo U200/VCU1525 (64 Гб DDR4 ОЗУ). Это в сочетании с уменьшенными требованиями к объему ОЗУ позволяет расположить на кристалле ПЛИС AMD Virtex UltraScale+ XCVU9P [51] 5 исполнительных блоков вместо 2х, необходимых для модифицированного метода Коула. При этом ускорение поиска для матрицы с размером циркулянта 128 составит 2.5 раза. Применение предложенного метода для оценки вероятности ошибок, вызванных треппин-сетями, обеспечивает ускорение в 5.3 раза в сравнении с методом Коула для квазициклического кода с размером циркулянта 2048. Предложенный метод позволяет оценивать помехоустойчивость кода во всем диапазоне отношения сигнал/шум.

Заключение. Предложенный метод поиска треппин-сетов обладает высоким быстродействием и обеспечивает полноту поиска. Предложенный метод оценки вероятности ошибок, вызванных этими треппин-сетями, также обладает высоким быстродействием.

Ключевые слова: квазициклические LDPC-коды; треппин-сети; методы выборки по значимости; подъем мультиграфа.

Конфликт интересов: Авторы декларируют отсутствие явных и потенциальных конфликтов интересов, связанных с публикацией настоящей статьи.

Для цитирования: Усатюк В.С., Кузнецов Ю.О., Егоров С.И. Поиск и взвешивание треппин-сетов в квазициклических кодах методом поднятия и проекции мультиграфа // Известия Юго-Западного государственного университета. 2024; 28(4): 154-176. <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2024-28-4-154-176>.

Поступила в редакцию 02.10.2024

Подписана в печать 12.11.2024

Опубликована 10.12.2024

Search and weighting for trapping sets in quasi-cyclic codes by multigraph lift and projection method

Vasily S. Usatjuk ¹, Yuri O. Kuznetsov ¹, Sergey I. Egorov ² ✉

¹ LLC "T8"

44, p. 1, Krasnobogatyrskaya str., Moscow 107076, Russian Federation

² Southwest State University

50 Let Oktyabrya str. 94, Kursk 305040, Russian Federation

✉ e-mail: sie58@mail.ru

Abstract

Purpose of research is to develop a new high-speed method for searching for trapping sets, and a new method for estimating the probability of errors caused by these trapping sets for quasi-cyclic codes with a circulant size that is not a prime number.

Methods. The proposed method for searching for trapping sets uses the algebraic properties of quasi-cyclic codes on graphs. Using the graph lifting and projection operations, the problem of searching for trapping sets is transferred to a higher-dimensional space, where trapping sets are more distinguishable. The proposed method for estimating the probability of errors based on selection by importance, in comparison with the previously proposed Cole method, allows parallelization of calculations without the need to duplicate tables. This approach reduces the amount of required memory many times and allows calculations to be performed using separated indices.

Results. The proposed method of searching for trapping sets is convenient for hardware implementation, in particular, on accelerator boards using FPGAs. For its implementation, less than half of the SLR (super logic regions) chiplet of the BittWare XUP-P3R accelerator (in a configuration with 128 GB of DDR4 RAM) or the AMD Alveo U200/VCU1525 accelerator (64 GB of DDR4 RAM) is sufficient. This, combined with reduced requirements for RAM volume, allows placing 5 execution units on the AMD Virtex UltraScale+ XCVU9P FPGA [51] crystal instead of 2x, required for the modified Cole method. At the same time, the search acceleration for a matrix with a circulant size of 128 will be 2.5 times. The application of the proposed method for estimating the probability of errors caused by trapping sets provides a 5.3-fold acceleration compared to the Cole method for a quasi-cyclic code with a circulant size of 2048. The proposed method allows one to estimate the noise immunity of the code over the entire range of the signal-to-noise ratio.

Conclusion. The proposed method of searching for trapping sets has high performance and ensures completeness of the search. The proposed method of estimating the probability of errors caused by these trapping sets also has high performance.

Keywords: quasi-cyclic LDPC codes; trapping sets; importance sampling methods; multigraph lifting.

Conflict of interest. The authors declare the absence of obvious and potential conflicts of interest related to the publication of this article.

For citation: Usatjuk V. S., Kuznetsov Y. O., Egorov S. I. Search and weighting for trapping sets in quasi-cyclic codes by multigraph lift and projection method // *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta = Proceedings of the Southwest State University*. 2024; 28(4): 154-176 (In Russ.). <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2024-28-4-154-176>.

Received 02.10.2024

Accepted 12.11.2024

Published 10.12.2024

Введение

Применение методов алгебраической теории графов привело к значительным успехам в помехоустойчивом кодировании, кодировании источников, машинном обучении, квантовых вычислениях и пост-квантовой криптографии [1-5]. С использованием теории графов в работе [6] установлена связь между лучшими архитектурами трансформеров глубоких нейронных сетей, такими как Mega и ChordMixer в области обработки естественного языка и обработки изображений. Исследование квази-Ньютоновских ландшафтов, ландшафтов локальной функции потерь (Бете-Гессмана) в глубоких нейронных сетях привело к изучению статистических свойств физических моделей, заданных структурными (блочными) древоподобными матрицами [7-14]. Число эквивалентных минимумов свободной энергии такой системы соответствует размеру циркулянта квазициклического кода [6]. Для усовершенствования глубоких нейронных сетей, а также нелинейных кодов (кодо-модуляционных конструкций) требуются эффективные методы поиска трешпин-сетов в квазициклических кодах со сравнительно большим размером циркулянта от 256 и более.

Статья посвящена разработке методов поиска трешпин-сетов и оценке

вероятности ошибки, вызванной ими в квазициклических кодах с размером циркулянта, не являющимся простым числом, обладающих значительно меньшей вычислительной сложностью, чем известные.

Материалы и методы

Базовые определения

В данной работе рассматриваются коды, заданные на простом поле $GF(2) \cong F_2$. Формулы и выражения используют нумерацию с нуля. Мощность конечного множества M обозначается как $|M|$. В выражениях, где производится сложение в поле F_2 , используется символ $\oplus$. Множество целых чисел обозначается как Z . Основные обозначения соответствуют обозначениям, приведенным в [15].

Определение 1. Матрица циклических перестановок (Циркулянтная матрица, Circulant Permutation Matrix, CPM) Q , $(\{Q_{ij}\}_{i,j=0}^{z-1}, z>0)$ определяется следующим образом:

$$Q_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } i+1 \equiv j \pmod{z}, \\ 0, & \text{иначе,} \end{cases}$$

для $i, j=0, \dots, z-1$.

Q^{-1} обозначает нулевую матрицу 0 в $F_2^{z \times z}$.

Определение 2. Проверочная матрица квазициклического кода H размером $mz \times nz$ с $m, n > 0$, состоящая из цир-

кулянтных матриц размера z , выражается следующим образом:

$$H = \begin{bmatrix} Q^{a_{00}} & Q^{a_{01}} & \dots & Q^{a_{0,n-1}} \\ Q^{a_{10}} & Q^{a_{11}} & \dots & Q^{a_{1,n-1}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Q^{a_{m-1,0}} & Q^{a_{m-1,1}} & \dots & Q^{a_{m-1,n-1}} \end{bmatrix}.$$

Определение 3. Экспоненциальная матрица (матрица сдвигов циркулянтной матрицы $E(H)$), принадлежащая $\mathbb{Z}^{m \times n}$, определяется для H следующим образом:

$$E(H) = \begin{bmatrix} a_{00} & a_{01} & \dots & a_{0,n-1} \\ a_{10} & a_{11} & \dots & a_{1,n-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m-1,0} & a_{m-1,1} & \dots & a_{m-1,n-1} \end{bmatrix}.$$

Определение 4. Матрица-протограф или базовая матрица $M(H)$ получается из $E(H)$ заменой ее элементов, равных -1, на 0, а всех остальных - на 1.

Определение 5. Линейный код, определённый квазициклической проверочной матрицей H , обозначаемый как $C = C(H)$, является подмножеством $\mathbb{F}_2^{nz}$, определяемым следующим образом:

$$C(H) = \{x \in \mathbb{F}_2^{nz} : Hx^T = 0\}.$$

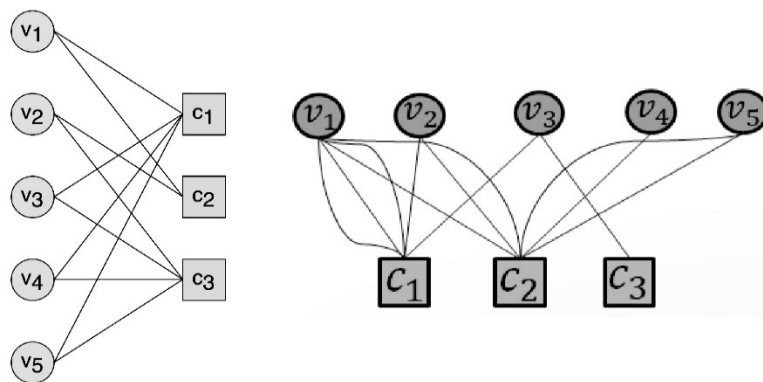


Рис. 1. Двудольный граф Таннера, заданный проверочной матрицей H (слева), протограф мультиграфа $M(H_2)$ (справа)

Fig. 1. Bipartite Tanner graph defined by parity-check matrix H (left), protograph of multigraph $M(H_2)$ (right)

Определение 6. Код, заданный множеством низкоплотных проверок на четность (LDPC-код, Low-Density Parity-Check) представляет собой линейный блочный код длиной N и размерностью K , определенный разреженной матрицей проверок на четность $H^{(N-K) \times N}$. Матрица H задает уравнения проверки четности и может быть визуализирована как двудольный граф Таннера. Например, граф Таннера для матрицы проверок на четность:

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix},$$

приведен на рис. 1, слева.

Определение 7. Квазициклические низкоплотные коды (QC-LDPC) – низкоплотные коды, заданные квазициклической проверочной матрицей проверки на четность H . Граф Таннера QC-LDPC кода описывается матрицей проверок четности $H^{mz \times nz}$, состоящей из квадратных блоков размера $z \times z$, которые представляют собой либо нулевые матрицы, либо матрицы циклических перестановок.

QC-LDPC- коды можно представить в виде мультиграфа, как показано на рис. 1 (справа), используя матрицу проверок

$$H_2 = \begin{pmatrix} Q_1 + Q_2 + Q_7 & Q_9 & Q_{23} & 0 & 0 \\ Q_{12} + Q_{37} & Q_{19} & 0 & Q_{32} & Q_{11} + Q_{12} \\ 0 & 0 & Q_{33} & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

где сумма Q обозначает СРМ с весом > 1 . Такие коды называются квазициклическими кодами QC-LDPC МЕ-типа (Multi-Edge Type).

Определение 8. Треппин-сети – это подграфы $(TS(a, b)$ -подграфы), состоящие из a символьных (переменных) узлов графа Таннера, b из которых инцидентны проверочным узлам с нечетными степенями.

Определение 9. [16, определение 27] Псевдокодовым словом, образованным (a, b) - TS подграфом, является вектор $x \in \mathbb{F}_2^{nz}$, удовлетворяющий условию, что веса Хэмминга векторов x и Hx^T равны a и b соответственно, где $a > 0$ и $b > 0$.

Определение 10. Кодовым словом, образованным $(a, b=0)$ - TS подграфом, является вектор $x \in \mathbb{F}_2^{nz}$, удовлетворяющий условию, что веса Хэмминга векторов x и Hx^T равны a и 0 соответственно, где $a > 0$ и $b = 0$.

Поднятие графа квазициклических кодов

Метод поиска треппин-сетов предлагается для квазициклических матриц, у которых размер циркулянта z является произведением двух целых чисел l и z_* , причём оба числа l и z_* больше 1. Этим свойством обладает большое число

на четность H_2 , в которой структурные подматрицы представляют собой сумму матриц циклических перестановок:

применяемых на практике квазициклических матриц, в том числе матриц, адаптированных по длине квазициклических кодов, таких как коды QC-LDPC для усовершенствованной мобильной широкополосной связи (eMBB) 5G, коды спутниковой связи DVB-S2/X, тензоры и их матричные сечения в глубоких нейронных сетях и другие приложения.

Определение 11. ([15], 3.1), [17, 18]. Отображение $\mathbb{P}_{z \rightarrow z_*}$ из множества квазициклических матриц $\mathbb{F}_2^{mz \times nz}$ с размером циркулянта z в множество квазициклических матриц $\mathbb{F}_2^{mz_* \times nz_*}$ с размером циркулянта z_* определяется отображением их экспоненциальных матриц, обозначенных как $E_z \rightarrow E_{z_*}$. Здесь E_z и E_{z_*} принадлежат $\mathbb{Z}^{m \times n}$ и следуют модулярной схеме подъёма:

$$\{E_{z_*}\}_{ij} = \begin{cases} \{E_z\}_{ij} \bmod z_*, & \text{если } \{E_z\}_{ij} \geq 0, \\ -1, & \text{если } \{E_z\}_{ij} = -1. \end{cases}$$

Следует отметить, что отображение $\mathbb{P}_{z \rightarrow z_*}$ сохраняет структуру матрицы-протографа. В частности, граф Таннера квазициклической матрицы $\tilde{H}$ с экспоненциальной матрицей $E_z = E(\tilde{H})$, вместе с естественной проекцией, составляет 1-граф-накрытие (накрывающий граф, Covering graph) проверочной матрицы H с $E_{z_*} = E(H)$, [19].

Определение 12. Линейное отображение $P_{z \rightarrow z^*}$ множества векторов F_2^{nz} в множество векторов $F_2^{nz^*}$ определяется следующим образом. Для произвольного $x \in F_2^{nz}$ пусть $y = P_{z \rightarrow z^*} x \in F_2^{nz^*}$. Компонента y_j , где $0 \leq j < nz^* - 1$ и $j = qz^* + r$, $0 \leq q < n$, $0 \leq r < z^*$, вычисляется следующим образом:

$$y_j = x_{qz+r} \oplus x_{qz+r+z^*} \oplus \dots \oplus x_{qz+r+(l-1)z^*} \quad (1)$$

Если рассматривать x как кодовое слово квазициклической проверочной матрицы $\tilde{H}$, то вектор $P_{z \rightarrow z^*} x$ становится образом псевдокодowego слова (как определено в [19]), соответствующего x под гомоморфизмом $\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}_2$. Это 1-накрытие определяется отображением $P_{z \rightarrow z^*}$. Графовые накрытия, сопровождающиеся соответствующими операциями подъёма графа (graph lift as covering graph of a connected graph), можно рассматривать как результат применения сверточной операции, заданной полиномом задержки некоторого сверточного кода. С ростом памяти сверточного кода с "хвостозакусыванием" (Tail-Biting Convolutional Coding), растёт размер циркулянта, как было показано в работах [20-22]. Причем веса кодовых слов $TS(a, 0)$ [23-26] и псевдокодowych слов $TS(a, b)$ [27-29] с ростом размера циркулянта приближаются к своим соответствующим верхним границам.

Определение 13. Оператор индекса проекции: функция $\pi_{z \rightarrow z^*}$ определяется следующим образом:

$$\pi_{z \rightarrow z^*}: \{0, 1, 2, \dots\} \rightarrow \{0, 1, 2, \dots\},$$

и действует следующим образом: для $j \geq 0$, $j = qz + r$, $0 \leq r < z$,

$$\pi_{z \rightarrow z^*}(j) = qz^* + (r \bmod z^*).$$

Используя определение $\pi_{z \rightarrow z^*}$, $P_{z \rightarrow z^*}$ можно записать как:

$$\begin{aligned} \forall x \in F_2^{nz} \quad \{P_{z \rightarrow z^*} x\}_j = \\ = \sum_{k \in \pi^{-1}(j)} x_k, \quad j = 0, 1, \dots, nz^* - 1, \end{aligned}$$

где суммирование выполняется в F_2 .

Для произвольной квазициклической проверочной матрицы $H \in F_2^{nz \times nz}$ с размером циркулянта z , где $z = lz^*$, $l, z^* \in \mathbb{Z}$, и $l, z^* > 1$, справедлива следующая теорема.

Теорема 1. Для любого псевдокодowego слова (a, b) -треппин-сета $x \in F_2^{nz}$ относительно проверочной матрицы H , вектор $x^* = P_{z \rightarrow z^*} x \in F_2^{nz^*}$ будет (a', b') -TS псевдокодowym словом относительно матрицы проверки на четность $H^* = P_{z \rightarrow z^*} H$, при этом $a' \leq a$, $b' \leq b$, и выполняется:

$$(i) \quad b - b' = 2r',$$

$$(ii) \quad a - a' = 2r'',$$

где $r', r'' \in \{0, 1, 2, \dots\}$.

Следовательно, линейное преобразование

$$P_{z \rightarrow z^*}: F_2^{nz} \rightarrow F_2^{nz^*}$$

отображает линейный код $C(H)$ в некоторое подмножество кода $C(H^*)$.

Замечание 1. Случай $a' = 0$ возможен, если a – четное число.

Замечание 2. Следствие, указанное в конце теоремы, напрямую вытекает из теоремы 4.4 из работы [19].

Доказательство. Для упрощения изложения доказательства мы будем использовать символы $\mathbb{P}$, P , π без индекса $z \rightarrow z^*$.

Первая часть теоремы утверждает, что количество ненулевых компонент вектора $x^* = Px$ будет таким же, как у вектора x или меньшим на четное число. Это следует из определения отображения P (1).

Докажем вторую часть теоремы.

Из определения веса Хэмминга следует, что достаточно доказать утверждение теоремы для $m=1$, то есть для проверочной матрицы $H \in F_2^{z \times nz}$ с одним блочным (циклическим) столбцом.

Для произвольного вектора $y \in F_2^q$ через $\text{supp } y$ мы обозначим множество индексов $j \in \{0, 1, \dots, q-1\}$, для которых $y_j = 1$.

Пусть индекс i определяет некоторое скалярное линейное уравнение. Обозначим $\rho(i)=1$, если это уравнение не выполняется для вектора x (очевидно из контекста), и $\rho(i) = 0$ в противном случае.

Обозначим через V^0 и V_*^0 подмножества индексов вершин $\{i\}_{i=0}^{nz-1}$ и $\{i\}_{i=0}^{nz*-1}$ соответственно, соответствующие ненулевым циркулянтам матриц $F_2^{z \times nz}$ и $F_2^{z^* \times nz^*}$.

Для уравнения $Hu=0$ ($H_*v=0$), содержащего ненулевой компонент вектора x (x^*), зависящего только от $\text{supp } x \cap V^0$ ($\text{supp } x^* \cap V_*^0$), и, кроме того, для $\tilde{x}$, где $\text{supp } \tilde{x} = \text{supp } x \cap V^0$, выполняется равенство

$$\text{supp } (P\tilde{x}) = \text{supp } (Px) \cap V_*^0.$$

можно считать, что $\text{supp } x \subset V^0$, $\text{supp } x^* \subset V_*^0$. Тогда выполняются соотношения $\pi(V^0) = V_*^0$, $\text{supp } x^* \subset \pi(\text{supp } x)$.

Структуры квазициклических матриц H и H_* однозначно определяют отображения

$$\begin{aligned} c(\cdot): V^0 &\rightarrow \{0, 1, \dots, z-1\} \\ c_*(\cdot): V_*^0 &\rightarrow \{0, 1, \dots, z^*-1\}, \end{aligned}$$

соответствующие индексу вершины j строки индекса i , так что элемент соответствующей проверочной матрицы в позиции (i, j) равен 1.

Докажем равенство

$$c_*(\pi(j)) = \pi(c(j)), \quad j \in V^0. \quad (2)$$

Фиксируем произвольный индекс $j \in V^0$, $j = qz + r$, $0 < q < n$, $0 < r < z$. Тогда $c(j) = (r - a_q) \bmod z$, где a_q – экспонента q -го циркулянта матрицы H , и операция $a \bmod z$ определена так, что результат лежит в интервале $[0, z-1]$ для любого целого a . Справедлива цепочка равенств: $\pi(c(j)) = ((r - a_q) \bmod z) \bmod z^* = (r - a_q) \bmod z^* = (r \bmod z^* - a_q \bmod z^*) \bmod z^* = c_*(qz^* + r \bmod z^*) = c_*(\pi(j))$.

Отображение

$$\pi: \{0, 1, \dots, nz-1\} \rightarrow \{0, 1, \dots, nz^*-1\}$$

определяет разбиение множества V^0 на непересекающиеся подмножества

$$W_j := \pi^{-1}(j), \quad j \in V_*^0.$$

По определению отображения P множество индексов $\text{supp } x^*$ однозначно соответствует таким W_j , для которых $W_j \cap \text{supp } x$ состоит из нечетного числа элементов. Обозначим этот факт как $W_j \sim \text{supp } x^*$.

Пусть $\sigma: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}_2$ — гомоморфизм аддитивных групп. Тогда можно сформулировать следующую лемму.

Лемма 1. Пусть W — произвольное семейство множеств $W_j, j \in V_*^0$.

$$\hat{W} := \{W \in W: W \sim \text{supp } x_*\}.$$

Тогда следующие проверки совпадают:

$$\sigma(|\hat{W}|) = \sigma(|\bigcup_{W \in W} \{W \cap \text{supp } x\}|). \quad (3)$$

Доказательство. Предположим сначала, что $\hat{W} = W$. Учитывая, что множества в объединении в правой части (3) не пересекаются, получим:

$$\begin{aligned} \left| \bigcup_{W \in W} W \cap \text{supp } x \right| &= \\ &= \sum_{W \in W} |\{W \cap \text{supp } x\}| = \\ &= \sum_{W \in W} (1 + 2s_W) = |W| + 2s, \end{aligned}$$

где s_W, s — некоторые целые числа. Это доказывает лемму в специальном случае. Если $\hat{W} \neq W$, то количество индексов $\text{supp } x$ в каждом множестве $W \setminus \hat{W}$ будет либо нулевым, либо положительным четным числом.

Обозначим через C^a, C_*^a множества активных проверок четности (варьируемых, при фиксированной остальной части) для H, H_* относительно векторов x, x_* :

$$C^a = c(\text{supp } x), \quad C_*^a = c_*(\text{supp } x_*),$$

тогда справедлива следующая лемма.

Лемма 2. Для любого $s \in C_*^a$ существует непустое множество индексов $\{i_1^s, \dots, i_{k(s)}^s\}, i_l^s \in C^a, l=1, \dots, k(s)$, такое что

$$\rho(s) = \rho(i_1^s) \oplus \dots \oplus \rho(i_{k(s)}^s),$$

и для различных s', s'' множества индексов не пересекаются.

Доказательство. Зафиксируем $s \in C_*^a$ и рассмотрим уравнение

$$s = c_*(\pi(j)), \quad j \in \text{supp } x. \quad (4)$$

Множество решений уравнения (4) обозначим через $R = R(s)$. Из равенства следует, что следующие множества либо полностью содержатся в $R(s)$, либо не пересекаются с ним:

$$\text{supp } x \cap W_j, j \in V_*^0, \quad (5)$$

$$\text{supp } x \cap c^{-1}(i), i=0, 1, \dots, z-1. \quad (6)$$

Непустые пересечения (5), (6) образуют два разбиения этого множества. Определим

$$W(s) := \{W_j: \text{supp } x \cap W_j \subset R(s), j \in V_*^0\}.$$

В множестве $\{i_l^s\}_{l=1}^{k(s)}$ возьмем различные индексы $i, 0 \leq i < z-1$, для которых множества (6) непусты и содержатся в $R(s)$. Количество решений уравнения $c_*(j_*) = s, j_* \in \text{supp } x_*$ равно числу таких $a \in W(s)$, что $a \sim \text{supp } x_*$. Следовательно, из леммы 1 получаем равенство:

$$\begin{aligned} \rho(s) &= \sigma(W \in W(s): W \\ &\sim \text{supp } x_*) = \sigma(|R(s)|) = \\ &= \sigma \left(\left| \bigcup_{l=1}^{k(s)} \{\text{supp } x \cap c^{-1}(i_l^s)\} \right| \right) = \\ &= \sum_{l=1}^{k(s)} \sigma(|\{\text{supp } x \cap c^{-1}(i_l^s)\}|) = \sum_{l=1}^{k(s)} \rho(i_l^s), \end{aligned}$$

где суммирование производится в $\mathbb{F}_2$.

Если $s' \in C_*^a, s' \neq s$, то множество индексов $\{i_l^{s'}\}_{l=1}^{k(s')}$ не может пересекаться с множеством $\{i_l^s\}_{l=1}^{k(s)}$ из-за равенства (2).

Замечание 3. В определенных сценариях возможно, что нет решений j для

уравнения $y_j=1$, где j проецируется в $\text{supp } x^*$ согласно определению, приведенному в уравнении (4). Повторение рассуждений, представленных в доказательстве леммы, делает очевидным факт, что в таких случаях количество активных невыполнимых проверок, обозначаемых как $\{i_l^s\}_{l=1}^{k(s)}$, будет четным.

Из Леммы 2 следует, что для любой невыполнимой проверки $s \in C^a$, где $\rho(s)=1$, количество невыполнимых проверок

$$E_1 = \begin{bmatrix} 21 & 65 & 126 & 39 & 84 & 89 & 16 & 89 & 94 & 28 \\ 12 & 29 & 27 & 105 & 0 & 0 & 0 & 2 & 108 & 78 \\ 47 & 26 & 97 & 40 & 66 & 0 & 81 & 1 & 33 & 97 \\ 113 & 21 & 64 & 26 & 53 & 103 & 85 & 81 & 102 & 48 \end{bmatrix}, \quad (8)$$

$$E_2 = \begin{bmatrix} 31 & 12 & 101 & 9 & 122 & 99 & 90 & 65 & 41 & -1 \\ 126 & 98 & 27 & 1 & 41 & 118 & 49 & 17 & 12 & 11 \\ 89 & 37 & 52 & 42 & 2 & 120 & 38 & -1 & 86 & 7 \\ 113 & 98 & 71 & 70 & 121 & 66 & 95 & 40 & -1 & 23 \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Для матрицы H выполнена операция подъема графа (graph lifting), обратная операции проекции. Для этого использовалась бинарная матрица $B=\{b_{ij}\}$, $i=0,\dots,3$, $j=0,\dots,19$, элементы которой выбраны из псевдослучайного бинарного распределения. Полученная матрица $\tilde{H} \in \mathbb{F}_2^{1024 \times 5120}$, $\tilde{z}=2z=256$, определена своей экспоненциальной матрицей $\tilde{E}=E(\tilde{H})$,

$$\{\tilde{E}\}_{ij} = \begin{cases} \{E\}_{ij} + b_{ij}z, & \{E\}_{ij} \geq 0, \\ -1, & \{E\}_{ij} = -1, \end{cases}$$

где $E=E(H)$.

Очевидно, что $H = \mathbb{P}_{256 \rightarrow 128}(\tilde{H})$.

Приближенным методом было определено, что в пространстве $\mathbb{F}_2^{5120}$ существует 874903 (a,b) -TS слов при условиях $a \leq 30$ и $b \leq a$. Для каждого из этих слов выполнялась проекция с использованием операции $P_{256 \rightarrow 128}$ (см.

среди $\{i_l^s\}_{l=1}^{k(s)} \subset C^a$ будет либо равно 1, либо превышать 1 на четное число.

В соответствии с замечанием 3 проверки из C^a , не связанные с C^a , будут давать четное число невыполненных проверок.

Теорема 1 доказана.

Числовой пример. Рассмотрим квазициклическую проверочную матрицу H с размером циркулянта $z=128$ и экспоненциальной матрицей

$$E(H)=[E_1|E_2], \text{ где} \quad (7)$$

определение 12). Полученные слова были разбиты по классам (a',b') . Распределение разностей $(a-a',b-b')$ представлено в табл. 1. Обратите внимание, что два класса $(a,b) \rightarrow (a,b)$, $(a,b) \rightarrow (a,b-2)$ составляют 99.26% всех случаев для данной квазициклической проверочной матрицы и соответствующего ей подъема графа.

Поиск треппин-сетов
в квазициклических кодах

Предположим, что у нас есть квазициклическая проверочная матрица $H \in \mathbb{F}_2^{mz \times nz}$, $m,n,z > 0$. Группа автоморфизмов ([32][Гл. 8, § 5]) линейного кода $C(H)$ содержит подгруппу $\mathcal{G}_{n,z}$ квазициклических сдвигов. $\mathcal{G}_{n,z}$ — циклическая группа порядка z с порождающей

функцией π_0 , которая действует на индексы j , $0 \leq j < nz-1$, $j=qz+r$, $0 \leq r < z$ следующим образом:

$$\pi_0(j)=qz+(r+1) \bmod z.$$

Таблица 1. Распределение разностей $(a - a', b - b')$

Table 1. Distribution of differences $(a - a', b - b')$

$a - a'$	$b - b'$	Частота, %
0	0	93.071689
0	2	6.191543
0	4	0.191678
0	6	0.002743
2	0	0.360154
2	2	0.152474
2	4	0.016458
2	6	0.000571
4	0	0.006400
4	2	0.003543
4	4	0.001257
6	0	0.000685
6	2	0.000457
6	4	0.000228
8	4	0.000114

Запишем в виде нелинейного оператора $D_k: \mathbb{R}^{nz} \rightarrow \mathbb{R}^{nz}$ $k>0$ шагов абстрактного декодера.

Если $x \in \mathbb{F}_2^{nz}$ – некоторое (a,b) -TS псевдокодированное слово, $a>0$, и $\pi_0 \in \mathcal{G}_{n,z}$ коммутирует с D_k , $k=1,2,\dots$, то в пределе вероятность ошибки декодирования [33] [Шаг 2] будет одинакова для всей орбиты $\{\pi x: \pi \in G_{n,z}\}$. Кроме того, автоморфизмы $\mathcal{G}_{n,z}$ коммутируют с проекторами P (определение 12) псевдокодированных слов трешпин-сетов. Отсюда вытекает следующее утверждение.

Лемма 3. Для любого делителя z_* и любого $s=0,1,\dots,z-1$, справедлива следующая диаграмма:

$$\begin{array}{ccc} \mathbb{F}_2^{nz} & \xrightarrow{\pi_0^s} & \mathbb{F}_2^{nz} \\ \downarrow P_{z \rightarrow z_*} & & \downarrow P_{z \rightarrow z_*} \\ \mathbb{F}_2^{nz_*} & \xrightarrow{\pi_0^{s \bmod z_*}} & \mathbb{F}_2^{nz_*} \end{array}$$

Доказательство. Следует из определений $P_{z \rightarrow z_*}$ и $\pi_0 \in \mathcal{G}_{n,z}$.

Из предыдущих обсуждений и леммы 3 ясно, что в процессе поиска псевдокодированных слов достаточно оставлять слова попарно не эквивалентные друг другу.

Выберем некоторый приближенный метод (обозначим его solve) поиска множества X псевдокодированных слов для квазициклической проверочной матрицы $H \in \mathbb{F}_2^{mz \times nz}$, которые не эквивалентны попарно с точки зрения группы $\mathcal{G}_{n,z}$. Существует множество критериев выбора таких трешпин-сетов. Приведем две ключевые стратегии применения предложенного метода:

- Стратегия 1. Получить максимальное количество $x \in \mathbb{F}_2^{nz}$ с минимальным расстоянием d_e^2 до требуемой вероятности ошибки при фиксированной модели канала с неравновероятным распределением ошибок по отношению к трешпин-сетам.

- Стратегия 2. Получить максимальное количество $x \in \mathbb{F}_2^{nz}$ таких, что $x \sim (a,b)$ при условиях $a \leq w_{\max}$, $v \leq v(a)$, где в простейшем случае $v(a)=w$. Подразумевается равновероятное распределение

ошибок в вершинах b подграфа $TS(a,b)$ треппин-сети.

Приведем **Алгоритм 1** для поиска треппин-сетов в квазициклических кодах

Вход: $E(H)$, $N>0$ – количество поднимаемых матриц E_j .

Выход: массив узлов треппин-сетов, образующих псевдокодовые слова.

Строим поднятые (lifting) матрицы E_j экспоненциальной матрицы $E(H)$ с использованием B_j (см. числовой пример 1) и соответствующих проверочных матриц $H_j, j=0, \dots, N-1$.

Вычисляем $X_{2z,j} := \text{solve}(H_j)$ согласно одной из стратегий.

Вычисляем $X_{z,j} := P_{2z \rightarrow z} X_{2z,j}$.

Находим максимальное подмножество множества $\cup_{j=0}^{N-1} X_{z,j}$, состоящее из попарно неэквивалентных псевдокодовых слов.

Алгоритм 1 имеет вычислительную сложность, определяемую преимущественно шагом 4.

Предложенный метод поиска треппин-сетов использует алгебраические свойства квазициклических кодов на графах. С использованием операций подъема и проекции графа задача поиска треппин-сетов переводится в пространство большей размерности, где треппин-сети более различимы.

Поиск потенциальных треппин-сетов ограничивается орбитами, созданными квазициклическими сдвигами. Поскольку автоморфизмы коммутируют с этими квазициклическими сдвигами, треппин-сети демонстрируют согласо-

ванные шаблоны во всех кодовых словах в пределах заданной орбиты. Предварительное определение репрезентативных элементов каждой орбиты значительно сокращает пространство поиска, при этом охват потенциальных треппин-сетов сохраняется.

Пример работы метода поиска треппин-сетов

Рассмотрим квазициклическую проверочную матрицу с размером циркулянта 128, заданную формулами (7) - (9), и используем 32 поднятые матрицы ($N=32$), (см. Алгоритм 1). В результате 20 часов вычислений с использованием четырех параллельных потоков на процессоре Intel Xeon v4 E5-2696 было найдено общее количество 28,623,960 различных (a,b) -TS, (использовалась стратегия 1). Распределение этих треппин-сетов по классам (a,b) представлено в табл. 2-4.

При поиске треппин-сетов использовался объем ОЗУ в 7.4 Гб, что в 2.16 раза меньше по сравнению с предложенным в работе [30] методом при приблизительно равной полноте поиска (вероятности пропуска треппин-сетов).

Предложенный метод поиска треппин-сетов удобен для аппаратной реализации, в частности, на платах-ускорителях, использующих ПЛИС. Для его реализации достаточно менее половины чиплета SLR (super logic regions) ускорителя BittWare XUP-P3R (в конфигурации с 128 Гб DDR4 ОЗУ) или ускорителя AMD Alveo U200/ VCU1525 (64 Гб DDR4 ОЗУ).

Таблица 2. Распределение треппин-сетов (a, b)**Table 2.** Distribution of the trapping-sets (a, b)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0									
2	0	0								
3	0	0	0							
4	0	0	0	1						
5	0	0	0	2	33					
6	0	0	1	4	38	803				
7	0	0	0	1	82	1079	11109			
8	0	0	0	10	125	1886	13722	82004		
9	0	0	1	11	184	2212	23952	74786	257967	
10	0	0	0	20	210	3122	20028	150662	221759	537954
11	0	0	0	14	249	2548	23038	89105	523548	434372
12	0	0	1	26	249	2288	14748	87080	253567	1141220
13	0	0	0	10	168	1638	10379	49714	199393	485167
14	0	0	0	14	153	1217	7100	32254	113767	314533
15	0	0	0	11	105	781	4771	20972	70765	183229
16	0	0	2	9	97	578	3331	14007	46158	116059
17	0	0	0	5	51	414	2116	9305	30284	75122
18	0	0	0	3	54	258	1451	6401	20480	49946
19	0	0	0	0	28	168	1013	4129	13555	33001
20	0	0	1	1	21	116	658	2759	9017	22248
21	0	0	0	1	6	73	394	1808	6010	14602
22	0	0	0	1	8	50	247	1184	3860	9805
23	0	0	0	0	3	39	176	746	2511	6446
24	0	0	0	0	0	24	91	499	1665	4356
25	0	0	0	0	1	12	81	294	1023	2759
26	0	0	0	0	0	7	51	196	672	1893
27	0	0	0	0	1	6	26	144	416	1226
28	0	0	0	0	0	4	15	73	269	798
29	0	0	0	0	0	2	10	55	179	488
30	0	0	0	0	0	0	5	36	113	327

Это в сочетании с уменьшенными требованиями к объему ОЗУ позволяет расположить на кристалле ПЛИС AMD Virtex UltraScale+ XCVU9P [31] 5 исполнительных блоков вместо 2-х, необходимых для метода [30].

Таким образом, ускорение поиска для матрицы с размером циркулянта 128 составит 2.5 раза. Сравнительно

малый объем требуемого методом ОЗУ позволяет применять ускорители с высокоскоростной HBM памятью (HBM, High Bandwidth Memory), что обеспечит дальнейшее кратное ускорение поиска треппин-сетов.

Кроме того, данный подход позволяет применять более дешевые ускорители с меньшим объемом доступных аппаратных ресурсов.

Таблица 3. Распределение треппин-сетов (a, b)**Table 3.** Distribution of the trapping-sets (a, b)

	11	12	13	14	15	16	17	18	19
11	679776								
12	525023	461020							
13	1554985	389114	258537						
14	657114	1513059	256509	148743					
15	388532	708806	1321139	151631	57480				
16	229091	418952	672534	1008359	72773	31479			
17	147227	250979	403669	568414	710717	38932	10705		
18	96483	163431	244586	355260	445490	486945	16008	5903	
19	64579	108837	161037	219709	296733	331568	310638	8197	2002
20	43578	72524	108737	146508	189905	231101	234722	201297	3294
21	29199	49859	73927	99409	127728	153153	176151	162620	123395
22	19921	33911	50844	68599	88005	104483	121419	127482	108790
23	13300	23202	35095	48044	60763	73618	84312	92364	91845
24	9024	15971	24386	33526	42439	51402	59559	65539	69455
25	5995	10959	17133	23651	30270	36385	42387	47275	51012
26	4229	7595	11775	16658	21354	25734	30061	34101	36835
27	2736	5223	8275	11831	15478	18698	21929	24431	27141
28	1832	3441	5762	8268	11245	13586	15902	18157	19773
29	1222	2310	3990	5878	7974	9774	11568	13128	14457
30	813	1537	2753	4178	5723	7115	8728	9757	10807

Таблица 4. Распределение треппин-сетов (a, b)**Table 4.** Distribution of the trapping-sets (a, b)

	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
20	1199										
21	1696	516									
22	77348	748	311								
23	71948	47293	429	194							
24	63799	46955	28875	252	112						
25	49967	44223	30251	17646	168	70					
26	38506	36280	29742	19657	10920	106	52				
27	28602	28679	25804	19810	12566	6552	72	35			
28	21540	21716	21008	17841	13092	7953	4066	41	32		
29	15185	16371	16191	14971	12051	8647	4949	2507	0	0	
30	11685	12146	12662	12214	10673	8224	5699	3093	1485	0	0

Метод ускоренной оценки вероятностей ошибок, вызванных треппин-сетями, для квазициклических кодов

В данном разделе описывается метод ускоренной оценки вероятности

ошибок, вызванных треппин-сетями, полученный на основе модификации метода Коула, [33, шаг 3]. Предложенный метод в отличие от метода Коула использует свойство квазициклическости

кодов. Метод основан на применении предварительного табличного расчета, в соответствии с [34, § 4.1].

Как и в предыдущих разделах, в описании метода используются следующие обозначения: $H \in \mathbb{F}_2^{mz \times nz}$, $m, n, z > 0$ – проверочная матрица, определяющая линейный код $C(H)$, $D_k: \mathbb{R}^{nz} \rightarrow \mathbb{R}^{nz}$ – декодер с $k > 0$ итерациями, $\mathcal{G}_{n,z}$ – циклическая группа автоморфизмов кода $C(H)$, действующая слева на множествах $\mathbb{F}_2^{nz}$, $\mathbb{R}^{nz}$ с генератором π_0 , $s=nz$.

Вероятность ошибки при декодировании кодового слова длины s с нормально распределенным шумом $\xi \sim \mathcal{N}(\theta, \Sigma)$, $\Sigma = \text{diag}(\sigma^2, \dots, \sigma^2)$ равна [34, формула 5]:

$$P_f = \int_{\mathbb{R}^N} I_e(y) w(y) f^*(y) dy, \quad (10)$$

где $I_e(\cdot)$ – характеристическая функция некодовых слов из $\mathbb{R}^s$, $f^*(\cdot)$ – смещенное плотное распределение,

$$f^*(y) = 1/|V| \sum_{x \in V} f(y, x), \quad V \subset \mathbb{R}^s, y \in \mathbb{R}^s$$

$$f(y, x) = (2\pi\sigma^2)^{-s/2} \exp(-1/2\sigma^2 \|y-x\|_{\mathbb{R}^s}^2), \\ x, y \in \mathbb{R}^s$$

$$w(y) = f(y, c)/f^*(y), \quad y \in \mathbb{R}^s$$

$f(\cdot, x)$ – плотность распределения s -мерной нормальной случайной величины, $f \sim \mathcal{N}(x, \Sigma)$. $c = (1, \dots, 1) \in \mathbb{R}^s$ – нулевое кодовое слово после двоичной фазовой манипуляции. Здесь $\|\cdot\|$ обозначает евклидову норму.

Как отмечено в предыдущем разделе, $d_\varepsilon^2(y) = d_\varepsilon^2(\pi y)$, $\pi \in \mathcal{G}_{n,z}$, $y \in \mathbb{F}_2^N$ при условии $D_k \pi = \pi D_k$, $k=1, 2, \dots$. Следовательно, разумно выбрать множество V в виде набора непересекающихся полных $\mathcal{G}_{n,z}$ -орбит элементов. Будем обозначать

эти элементы $V_0 = \{y_0^b, \dots, y_{p-1}^b\}$, $y_i^b \neq y_j^b$, $i \neq j$, $y_j^b \in \mathbb{R}^N$. Затем

$$V = V_0 \sqcup \pi_0 V_0 \sqcup \dots \sqcup \pi_0^{z-1} V_0 \quad |V| = pz,$$

$$f^*(\cdot) = 1/z \sum_{j=0}^{z-1} f_j^*(\cdot),$$

$$\text{где } f_j^*(\cdot) = 1/p \sum_{x \in \pi_0^j V_0} f(\cdot, x), \quad j=0, \dots, z-1.$$

Элементы отображения (кодирования) $0, 1 \in \mathbb{F}_2$ представлены числами $1, -1 \in \mathbb{R}$ соответственно. Следовательно, для TS $x \in \mathbb{F}_2^s$ слово можно выразить как $c - \mu x \in \mathbb{R}^s$, где $\mu > 0$ – параметр метода. Для упрощения вычислений мы используем естественное вложение $\mathbb{F}_2^s \subset \mathbb{R}^s$, переводя элементы $\{0, 1\} \in \mathbb{F}_2$ в числа $\{0, 1\} \in \mathbb{R}$. "Базисные" вектора из V_0 можно представить в виде $y_j^b = c - \mu x_j^b$, где $x_j^b \in \mathbb{R}^s$, $j=0, \dots, p-1$, $\{x_j^b\}_i \in \{0, 1\}$, и $i=0, \dots, s-1$.

Следующее утверждение упрощает выражение P_f для такого выбора множества V . Предложим, что $\pi D_k = D_k \pi$, для всех $\pi \in \mathcal{G}_{n,z}$, $k=1, 2, \dots$. Тогда

$$P_f = \int_{\mathbb{R}^s} I_e(y) w(y) f_0^*(y) dy. \quad (11)$$

Доказательство.

$$P_f = 1/z \sum_{j=0}^{z-1} \int_{\mathbb{R}^N} I_e(y) w(y) f_j^*(y) dy =: 1/z \sum_{j=0}^{z-1} A_j.$$

Коммутативность π и D_k дает равенство $I_e(\pi y) = I_e(y)$, $y \in \mathbb{R}^s$. Также легко проверить, что $f(\pi y, x) = f(y, \pi^{-1} x)$, $f^*(\pi y) = f^*(y)$, $\forall x, y \in \mathbb{R}^N$, $\pi \in \mathcal{G}_{n,z}$.

Произведем замену переменной в выражении для A_j :

$$A_j = \int_{R^s} I_e(\pi_0^j u) \frac{f(\pi_0^j u, c)}{f^*(\pi_0^j u)} f_j^*(\pi_0^j u) du =$$

$$\int_{R^s} I_e(u) \frac{f(u, \pi_0^j c)}{f^*(u)} f_0^*(u) du = A_0,$$

где $\pi c = c$.

Приближение (11) можно получить с использованием метода Монте-Карло:

$$P_f = 1/L \sum_{l=0}^{L-1} I_e(y_l) w(y_l), \quad (12)$$

где y_l выбирается из плотности распределения $f_0^*(\cdot)$. Вычисление значения (12) может быть дополнительно упрощено.

$$y_l = y_{l \bmod p}^b + \xi_l = c - \mu x_{l \bmod p}^b + \xi_l, \quad l=0, 1, \dots,$$

$$\xi_l \sim N(\theta, \Sigma).$$

Преобразуем выражение для $a(y_l)$:

$$w(y_l) = f(y_l, c) / f^*(y_l) = z^p \frac{R(y_l)}{S(y_l)},$$

$$l=1, 2, \dots$$

$$R(y_l) = \exp(-1/2 \sigma^2 \|y_l - c\|_{R^s}^2 + \delta) =$$

$$= \exp(-1/2 \sigma^2 \|\mu x_{l \bmod p}^b - \xi_l\|_{R^s}^2 + \delta) \quad (13)$$

$$S(y_l) = \sum_{j=0}^{z-1} \sum_{x \in \pi_0^j V_0} \exp(-1/2 \sigma^2 \|y_l - x\|_{R^s}^2 + \delta) =$$

$$= \sum_{j=0}^{z-1} \sum_{k=0}^{p-1} \exp(-1/2 \sigma^2 \|\mu(\pi_0^j x_k^b - x_{l \bmod p}^b) + \xi_l\|_{R^s}^2 + \delta), \quad (14)$$

где δ – вещественное число, используемое в вычислениях для нормализации аргумента экспоненты.

В последнем выражении (14) поменяем порядок суммирования, и сумму показателей степеней по j от 0 до $z-1$ обозначим S_{lk} . Тогда $S(y_l) = \sum_{k=0}^{p-1} S_{lk}$. Для любой пары l, k , где $k=0, \dots, p-1$, $l \geq 0$, выберем два подмножества индексов j :

$$J_{lk}^1 = \{j: 0 \leq j < z-1, \pi_0^j(\text{supp } x_k^b) \cap \text{supp } x_{l \bmod p}^b \neq \emptyset\}; \quad (15)$$

$$J_{lk}^2 = \{j: 0 \leq j < z-1, \pi_0^j(\text{supp } x_k^b) \cap \text{supp } x_{l \bmod p}^b = \emptyset\}. \quad (16)$$

Разобьем величину S_{lk} на две части:

$$S_{lk} = \sum_{j \in J_{lk}^1} \exp(\dots) + \sum_{j \in J_{lk}^2} \exp(\dots) = S_{lk}^1 + S_{lk}^2.$$

Вычисление величин S_{lk}^1 и S_{lk}^2 может быть упрощено.

$$S_{lk}^1 = \exp(-1/2 \sigma^2 \|\xi_l\|_{R^s}^2 + \delta) \times$$

$$\sum_{j \in J_{lk}^1} \exp[-\mu^2/2 \sigma^2 |(\pi_0^j(\text{supp } x_k^b)) \Delta(\text{supp } x_{l \bmod p}^b)|$$

$$+ \mu/\sigma^2 (\sum_{i \in \text{supp } x_{l \bmod p}^b \setminus \pi_0^j(\text{supp } x_k^b)} \{\xi_l\}_i$$

$$- \sum_{i \in \pi_0^j(\text{supp } x_k^b) \setminus \text{supp } x_{l \bmod p}^b} \{\xi_l\}_i)], \quad (17)$$

где Δ – симметрическая разность множеств, и

$$S_{lk}^2 = \exp(-1/2 \sigma^2 \|\xi_l\|_{R^s}^2 - \mu^2/2 \sigma^2 (|\text{supp } x_k^b|$$

$$+ |\text{supp } x_{l \bmod p}^b|) + \mu/\sigma^2 \times \sum_{i \in \text{supp } x_{l \bmod p}^b} \{\xi_l\}_i + \delta)$$

$$\times \sum_{j \in J_{lk}^2} \exp\left(-\mu/\sigma^2 \sum_{i \in \pi_0^j(\text{supp } x_k^b)} \{\xi_l\}_i\right). \quad (18)$$

Свойством равенств (17), (18) является то, что вычисления разделены на не зависящие от индекса j части и части, зависящие от него. Для упрощения прямых вычислений достаточно сохранить две таблицы множеств:

$$T_{klj}^1 = \pi_0^j(\text{supp } x_k^b) \setminus \text{supp } x_{l \bmod p}^b \quad (19)$$

$$T_{klj}^2 = \text{supp } x_{l \bmod p}^b \setminus \pi_0^j(\text{supp } x_k^b), \quad (20)$$

где $k, l=0, \dots, p-1$, $j=0, \dots, z-1$. Семейства множеств (19), (20) связаны простыми

отношениями: $\pi_0^{z,j} T_{k,l,j}^1 = T_{l,k,z,j}^2$, $k, l = 0, \dots, p-1$, $j = 0, \dots, z-1$. На практике большинство множеств (19), (20) не пересекаются.

Результаты и их обсуждение

При реализации метода ускоренной оценки вероятностей ошибок совместно с предложенным методом поиска TS (Алгоритм 1, число поднятых матриц $N=32$,) были использованы формулы (19) и (20). Набор входных данных для кода (7)-(9) состоял из 13,312,678 псевдокодовых слов TS, из которых 2392 были выбраны с минимальным d_e^2 с использованием Стратегии 2.

Вычисления вероятности ошибок для значений отношения сигнал-шум (ОСШ) E_b/N_0 в диапазоне от 2.0 до 7.0 с шагом 0.2 были выполнены с использованием предложенного метода выборки по значимости, включающего табличные модификации. Полученные кривые, иллюстрирующие вероятность битовой ошибки (BER) и вероятности блочной ошибки (FER), представлены на рис. 2. На этом же рисунке представлены кривые BER и FER, полученные по методу Монте-Карло.

Представленные кривые получены при использовании декодера Quantize Normalize Min-Sum с 25 итерациями [35, 36], 4 бита применялись для представления мягкой метрики сообщения от узла проверки к вершине, байт - для мягкой метрики от вершины к узлам проверок.

Предложенный метод оценки в сравнении с предложенным ранее методом Коула [33], позволяет осуществить распараллеливание вычислений без необходимости дублирования таблиц. Такой подходкратно уменьшает объем требуемой памяти и позволяет осуществлять вычисления по разделенным индексам. Ускорение зависит от структуры проверочной матрицы и растет почти линейно с ростом размера циркулянта, в частности для предложенного кода достигает 5.3 раза при использовании циркулянта размером 2048. Кроме этого разделение переменных и размер таблиц позволяет применять кэширование для дальнейшего ускорения вычислений.

Из рисунка видно, что предложенный метод обеспечивает высокую точность вычисления BER и FER (кривые оценок, полученные с использованием предложенного метода, практически совпадают с кривыми, полученными по методу Монте-Карло), с быстроедействием значительно большим по сравнению с методом, предложенным в [33].

Предложенный метод позволяет оценивать помехоустойчивость кода на всем диапазоне ОСШ для размера циркулянта, не являющегося простым числом. Мультипликативное изменение циркулянта, рост длины квазициклического кода с циркулянтом $z=z*2,3,4, \dots$, слабо влияет на рост сложности поиска треппин-сетов и вычисления вероятности ошибки (взвешивание треппин-сетов).

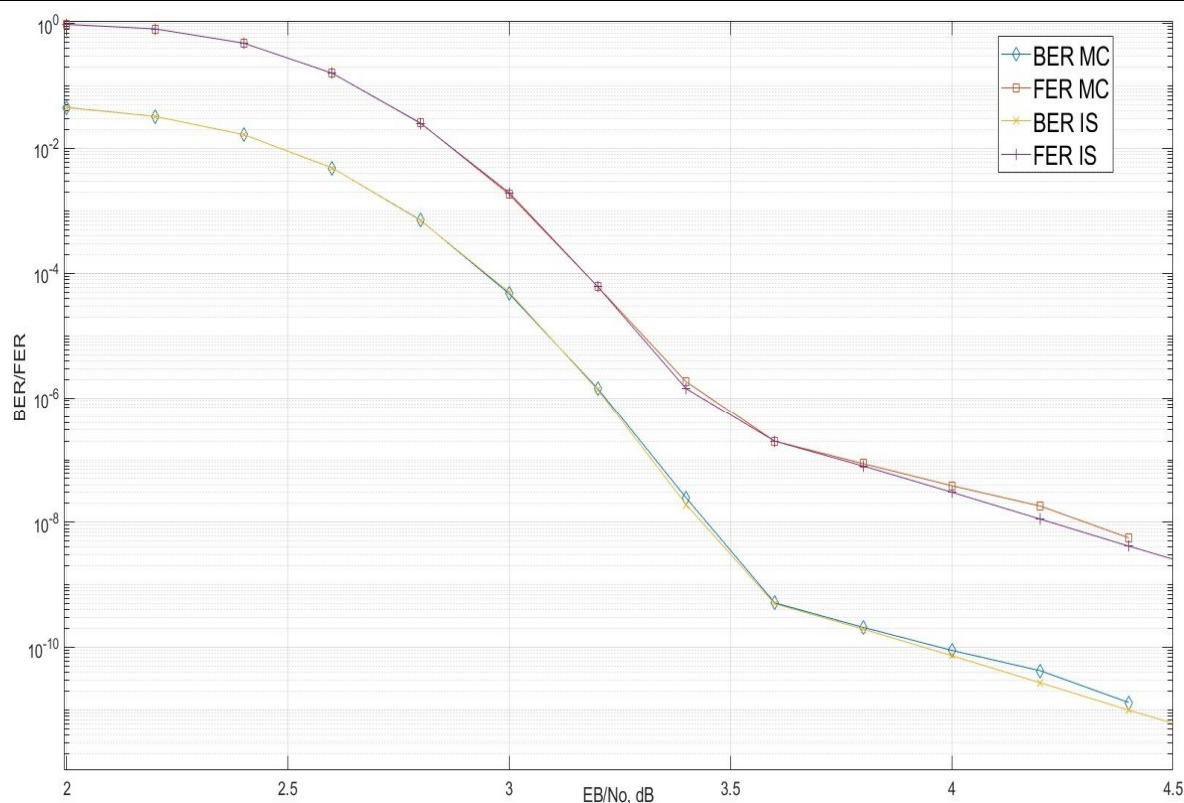


Рис. 2. Сравнение предложенного метода с методом Монте-Карло

Fig. 2. Comparison of the proposed method with the Monte Carlo method

Выводы

В данной статье представлены метод поиска треппин сетов и метод оценки вероятности ошибок, вызванных треппин-сетями, для квазициклических кодов с размером циркулянта, не являющимся простым числом.

Предложенный метод поиска треппин-сетов использует алгебраические свойства квазициклических кодов на графах. С использованием операций подъема и проекции графа задача поиска треппин-сетов переводится в пространство большей размерности, где треппин-сеты более различимы.

Метод обеспечивает поиск треппин-сетов в квазициклических кодах

большой длины с высоким быстродействием. Так, время поиска треппин-сетов для кода с размером циркулянта 128 уменьшилось в 2.5 раза по сравнению с ранее предложенным методом [30]. С ростом размера циркулянта выигрыш по быстродействию увеличивается. Также предложенный метод удобен для аппаратной реализации на БИС и ПЛИС за счет уменьшения требований к объему ОЗУ.

Предложенный метод выборки по значимости в сравнении с ранее предложенным методом Коула, позволяет осуществить распараллеливание вычислений без необходимости дублирования таблиц. Такой подход кратно умень-

шает объем требуемой памяти и позволяет осуществлять вычисления по разделенным индексам.

Применение предложенного метода для оценки вероятности ошибок, вызванных треппин-сетями, обеспечивает ускорение в 5.3 раза в сравнении с методом Коула [33] для циркулянта

размером 2048. Предложенный метод позволяет оценивать помехоустойчивость кода на всем диапазоне ОСШ.

Рост длины квазициклического кода слабо влияет на рост сложности поиска треппин-сетов и вычисления вероятности ошибок (взвешивания треппин-сетов), реализуемых предложенными методами.

Список литературы

1. Forney G. D. Codes on graphs: normal realizations // IEEE Transactions on Information Theory. 2001. Vol. 47, no. 2. P. 520-548.
2. Huang B., Jebara T. Approximating the permanent with belief propagation. URL: arxiv.org/abs/0908.1769. (accessed: 15.06.2024).
3. Vontobel P. O. A factor-graph approach to Lagrangian and Hamiltonian dynamics // IEEE International Symposium on Information Theory. 2011. P. 2183-2187.
4. Glasser I., Pancotti N., Cirac J. I. From Probabilistic Graphical Models to Generalized Tensor Networks for Supervised Learning // IEEE Access. 2020. Vol. 8. P. 68169-68182.
5. Ikeda S., Tanaka T., Amari S. Information geometry of turbo and low-density parity-check codes // IEEE Transactions on Information Theory. 2004. Vol. 50, no. 6. P. 1097-1114.
6. Usatyuk V., Sapozhnikov D., Egorov S. Topology-Aware Exploration of Energy-Based Models Equilibrium: Toric QC-LDPC Codes and Hyperbolic MET QC-LDPC Codes. URL: arxiv.org/abs/2401.14749. (accessed: 15.06.2024).
7. Welling M., Hinton G. E. A new learning algorithm for mean field boltzmann machines // Int. Conf. on Artificial Neural Networks, 2002. P. 351–357.
8. Fischer A., Igel Empirical analysis of the divergence of gibbs sampling based learning algorithms for restricted boltzmann machines // Int. Conf. on Artificial Neural Networks, 2010. P. 208–217.
9. Dinh L., Krueger D., Bengio Y. NICE: Non-linear independent components estimation. URL: arxiv.org/abs/1410.8516. (accessed: 15.06.2024).
10. Sohl-Dickstein J., et al. Deep unsupervised learning using nonequilibrium thermodynamics // Int. Conf. on Machine Learning, 2015. P. 2256–2265.
11. Gao R., et al. Learning generative convnets via multi-grid modeling and sampling // IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 2018. P. 9155–9164.
12. Bose A. J., Ling H., Cao Y. Adversarial contrastive estimation // The 56-th Annual Meeting of the Association for Comput. Linguistics, 2018. Vol. 1. P. 1021–1032.

13. Ceylan C., Gutmann M. U. Conditional noise-contrastive estimation of unnormalised models // International Conference on Machine Learning, 2018. P. 726–734.
14. Dai B., et al. Exponential family estimation via adversarial dynamics embedding // 33rd International Conference on Neural Information Processing Systems, 2019. P. 10979–10990.
15. Polyanskii N., Usatyuk V., Vorobyev I. Floor Scale Modulo Lifting for QC-LDPC codes. URL: arxiv.org/abs/1701.07521. (accessed: 15.06.2024).
16. Price A., Hall J. A Survey on Trapping Sets and Stopping Sets. URL: arxiv.org/abs/1705.05996. (accessed: 15.06.2024).
17. Myung S., Yang K. Extension of quasi-cyclic LDPC codes by lifting // IEEE International Symposium on Information Theory, 2005. P. 2305-2309.
18. Myung S., Yang K., Kim Y. Lifting methods for quasi-cyclic LDPC codes // IEEE Comm. Lett. 2006. Vol. 10, no. 6. P. 489-491.
19. Characterizations of pseudo-codewords of (low-density) parity-check codes / R. Koetter, W.-C. W. Li, P. O. Vontobel, J. L. Walker // Advances in Mathematics. 2007. Vol. 213, is. 1. P. 205-229.
20. On Deriving Good LDPC Convolutional Codes from QC LDPC Block Codes / A. E. Pusane, R. Smarandache, P. O. Vontobel, D. J. Costello // IEEE International Symposium on Information Theory, Nice, France, 2007. P. 1221-1225.
21. Deriving Good LDPC Convolutional Codes from LDPC Block Codes / A. E. Pusane, R. Smarandache, P. O. Vontobel, D. J. Costello // IEEE Transactions on Information Theory. 2011. Vol. 57, no. 2. P. 835-857.
22. LDPC block and convolutional codes based on circulant matrices / R. M. Tanner, D. Sridhara, A. Sridharan, T. E. Fuja, D. J. Costello // IEEE Transactions on Information Theory. 2004. Vol. 50, no. 12. P. 2966-2984.
23. MacKay D. J., Davey M. C. Evaluation of Gallager codes for short block length and high rate applications // The IMA Workshop on Codes, System and Graphical Models. 2001. P. 113–130.
24. Smarandache R., Vontobel P. O. Quasi-cyclic LDPC codes: Influence of proto- and Tanner-graph structure on minimum Hamming distance upper bounds // IEEE Transactions on Information Theory. 2012. Vol. 58, no. 2. P. 585-607.
25. Butler B. K., Siegel P. H. Bounds on the Minimum Distance of Punctured Quasi-Cyclic LDPC Codes // IEEE Transactions on Information Theory. 2013. Vol. 59, no. 7. P. 4584-4597.
26. Huang Y., Vontobel P. O. Bounding the Permanent of a Non-negative Matrix via its Degree- M Bethe and Sinkhorn Permanents // IEEE International Symposium on Information Theory. 2023. P. 2774-2779.

27. Smarandache R. Pseudocodewords from Bethe permanents // IEEE International Symposium on Information Theory. 2013. P. 2059-2063.
28. Vontobel P. O. Counting in Graph Covers: A Combinatorial Characterization of the Bethe Entropy Function // IEEE Transactions on Information Theory. 2013. Vol. 59, no. 9. P. 6018-6048.
29. Dehghan A., Banihashemi A. H. On the Tanner Graph Cycle Distribution of Random LDPC, Random Protograph-Based LDPC, and Random Quasi-Cyclic LDPC Code Ensembles // IEEE Transactions on Information Theory. 2018. Vol. 64, no. 6. P. 4438-4451.
30. Усатюк В.С., Егоров С.И. Построение LDPC-кодов с использованием модифицированного метода выборки по значимости Коула // Известия Юго-Западного государственного университета. 2023; 27(1): 92-110. <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2023-27-1-92-110>.
31. XILINX SDAccel Development Environment Release Notes, Installation, and Licensing Guide UG1238 (v2019.1) July 26, 2019. P. 7-9. URL: https://download.amd.com/docnav/documents/aem/xilinx2019_1-ug1238-sdx-rnil.pdf. (accessed: 15.06.2024).
32. MacWilliams F., Sloane N. The Theory of Error-Correcting Codes. North-holland Publishing Company, 1977. 778 p.
33. Cole S. A., Wilson E. H., Giallorenzi T. A general method for finding low error rates of LDPC codes. URL: arxiv.org/abs/cs/0605051. (accessed: 15.06.2024).
34. Richardson T. Error floors of LDPC codes // The 41st Annu. Allerton Conf., Allerton, USA. 2003. P. 1426-1435.
35. Fossorier M., et al. Reduced complexity iterative decoding of low density parity check codes based on belief propagation // IEEE Transactions on Communications. 1999. Vol. 47, no. 5. P. 673-680.
36. Chen J., Fossorier M. Near optimum universal belief propagation based decoding of low-density parity check codes // IEEE Transactions on Communications. 2002. Vol. 50, no. 3. P. 406-414.

References

1. Forney G. D. Codes on graphs: normal realizations. *IEEE Transactions on Information Theory*. 2001; 47(2): 520-548.
2. Huang B., Jebara T. Approximating the permanent with belief propagation. Available at: arxiv.org/abs/0908.1769. (accessed: 15.06.2024).
3. Vontobel P. O. A factor-graph approach to Lagrangian and Hamiltonian dynamics. *IEEE International Symposium on Information Theory*. 2011. P. 2183-2187.
4. Glasser I., Pancotti N., Cirac J. I. From Probabilistic Graphical Models to Generalized Tensor Networks for Supervised Learning. *IEEE Access*. 2020; 8: 68169-68182.

5. Ikeda S., Tanaka T., Amari S. Information geometry of turbo and low-density parity-check codes. *IEEE Transactions on Information Theory*. 2004; 50(6): pp. 1097-1114.
6. Usatyuk V., Sapozhnikov D., Egorov S. Topology-Aware Exploration of Energy-Based Models Equilibrium: Toric QC-LDPC Codes and Hyperbolic MET QC-LDPC Codes. Available at: arxiv.org/abs/2401.14749. (accessed: 15.06.2024).
7. Welling M., Hinton G. E. A new learning algorithm for mean field boltzmann machines. *Int. Conf. on Artificial Neural Networks*, 2002. P. 351–357.
8. Fischer A., Igel Empirical analysis of the divergence of gibbs sampling based learning algorithms for restricted boltzmann machines. *Int. Conf. on Artificial Neural Networks*, 2010. P. 208–217.
9. Dinh L., Krueger D., Bengio Y. NICE: Non-linear independent components estimation. Available at: arxiv.org/abs/1410.8516. (accessed: 15.06.2024).
10. Sohl-Dickstein J., et al. Deep unsupervised learning using nonequilibrium thermodynamics. *Int. Conf. on Machine Learning*, 2015. P. 2256–2265.
11. Gao R., et al. Learning generative convnets via multi-grid modeling and sampling. *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 2018. P. 9155–9164.
12. Bose A. J., Ling H., Cao Y. Adversarial contrastive estimation. *The 56-th Annual Meeting of the Association for Comput. Linguistics*. 2018; 1: 1021–1032.
13. Ceylan C., Gutmann M. U. Conditional noise-contrastive estimation of unnormalised models. *International Conference on Machine Learning*, 2018. P. 726–734.
14. Dai B., et al. Exponential family estimation via adversarial dynamics embedding. *33rd International Conference on Neural Information Processing Systems*, 2019. P.10979–10990.
15. Polyanskii N., Usatyuk V., Vorobyev I. Floor Scale Modulo Lifting for QC-LDPC codes. Available at: arxiv.org/abs/1701.07521. (accessed: 15.06.2024).
16. Price A., Hall J. A Survey on Trapping Sets and Stopping Sets. Available at: arxiv.org/abs/1705.05996. (accessed: 15.06.2024).
17. Myung S., Yang K. Extension of quasi-cyclic LDPC codes by lifting. *IEEE International Symposium on Information Theory*, 2005. P. 2305-2309.
18. Myung S., Yang K., Kim Y. Lifting methods for quasi-cyclic LDPC codes. *IEEE Comm. Lett.* 2006; 10(6): 489-491.
19. Koetter R., Li W.-C. W., Vontobel P. O., Walker J. L. Characterizations of pseudo-codewords of (low-density) parity-check codes. *Advances in Mathematics*. 2007; 213 (1): 205-229.
20. Pusane A. E., Smarandache R., Vontobel P. O., Costello D. J. On Deriving Good LDPC Convolutional Codes from QC LDPC Block Codes. *IEEE International Symposium on Information Theory*, Nice, France, 2007. P. 1221-1225.

21. Pusanе A. E., Smarandache R., Vontobel P. O., Costello D. J. Deriving Good LDPC Convolutional Codes from LDPC Block Codes. *IEEE Transactions on Information Theory*. 2011; 57 (2): 835-857.
22. Tanner R. M., Sridhara D., Sridharan A., Fuja T. E., Costello D. J. LDPC block and convolutional codes based on circulant matrices. *IEEE Transactions on Information Theory*. 2004; 50 (12): 2966-2984.
23. MacKay D. J., Davey M. C. Evaluation of Gallager codes for short block length and high rate applications. The IMA Workshop on Codes, System and Graphical Models, 2001. P. 113–130.
24. Smarandache R., Vontobel P. O. Quasi-cyclic LDPC codes: Influence of proto- and Tanner-graph structure on minimum Hamming distance upper bounds. *IEEE Transactions on Information Theory*. 2012; 58(2): 585-607.
25. Butler B. K., Siegel P. H. Bounds on the Minimum Distance of Punctured Quasi-Cyclic LDPC Codes. *IEEE Transactions on Information Theory*. 2013; 59(7): 4584-4597.
26. Huang Y., Vontobel P. O. Bounding the Permanent of a Non-negative Matrix via its Degree- M Bethe and Sinkhorn Permanents. *IEEE International Symposium on Information Theory*, 2023/ P. 2774-2779.
27. Smarandache R. Pseudocodewords from Bethe permanents. *IEEE International Symposium on Information Theory*, 2013. P. 2059-2063.
28. Vontobel P. O. Counting in Graph Covers: A Combinatorial Characterization of the Bethe Entropy Function. *IEEE Transactions on Information Theory*. 2013; 59(9): 6018-6048.
29. Dehghan A., Banihashemi A. H. On the Tanner Graph Cycle Distribution of Random LDPC, Random Protograph-Based LDPC, and Random Quasi-Cyclic LDPC Code Ensembles. *IEEE Transactions on Information Theory*. 2018; 64(6): 4438-4451.
30. Usatjuk V. S., Egorov S. I. Construction of LDPC Codes Using Cole's Modified Importance Sampling Method. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta = Proceedings of the Southwest State University*. 2023; 27(1): 92-110 (In Russ.). <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2023-27-1-92-110>.
31. XILINX SDAccel Development Environment Release Notes, Installation, and Licensing Guide UG1238 (v2019.1) July 26, 2019, p. 7-9. Available at: [https:// download.amd.com/docnav/documents/aem/xilinx2019_1-ug1238-sdx-rnil.pdf](https://download.amd.com/docnav/documents/aem/xilinx2019_1-ug1238-sdx-rnil.pdf). (accessed: 15.06.2024).
32. MacWilliams F., Sloane N. The Theory of Error-Correcting Codes. North-holland Publishing Company, 1977. 778 p.
33. Cole S. A., Wilson E. H., Giallorenzi T. A general method for finding low error rates of LDPC codes. Available at: arxiv.org/abs/cs/0605051. (accessed: 15.06.2024).
34. Richardson T. Error floors of LDPC codes. The 41st Annu. Allerton Conf., Alleton, USA, 2003. P. 1426-1435.

35. Fossorier M., et al. Reduced complexity iterative decoding of low density parity check codes based on belief propagation. *IEEE Transactions on Communications*. 1999; 47(5): 673-680.

36. Chen J., Fossorier M. Near optimum universal belief propagation based decoding of low-density parity check codes. *IEEE Transactions on Communications*. 2002. 50(3). 406-414.

Информация об авторах / Information about the Authors

Усатюк Василий Станиславович, кандидат технических наук, главный инженер департамента исследований и разработок, ООО «Т8», г. Москва, Российская Федерация, e-mail: usatiuk@t8.ru

Vasily S. Usatjuk, Cand. of Sci. (Engineering), Head Engineer, R&D department, Company T8, Moscow, Russian Federation, e-mail: usatiuk@t8.ru

Кузнецов Юрий Олегович, кандидат физико-математических наук, ведущий инженер-разработчик департамента исследований и разработок, ООО «Т8», г. Москва, Российская Федерация, e-mail: kuznetsov.y@t8.ru

Yuri O. Kuznetsov, Cand. of Sci. (Physico-Mathematical), Leading Engineer, Company T8, Moscow, Russian Federation, e-mail: kuznetsov.y@t8.ru

Егоров Сергей Иванович, доктор технических наук, доцент, профессор кафедры вычислительной техники, Юго-Западный государственный университет, г. Курск, Российская Федерация, e-mail: sie58@mail.ru, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5859-1024>

Sergey I. Egorov, Dr. of Sci. (Engineering), Associate Professor, Southwest State University, Kursk, Russian Federation, e-mail: sie58@mail.ru, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5859-1024>

К сведению авторов

1. К публикации в журнале «Известия Юго-Западного государственного университета» принимаются актуальные материалы, содержащие новые результаты научных и практических исследований, соответствующие профилю журнала, не опубликованные ранее и не переданные в редакции других журналов.

2 Авторы статей должны представить в редакцию журнала:

- статью, оформленную в соответствии с правилами оформления статей, представляемых для публикации в журнале;

- разрешение на опубликование в открытой печати статьи от учреждения, в котором выполнена работа.

- сведения об авторах (фамилия, имя отчество, место работы, должность, ученая степень, звание, почтовый адрес, телефон, e-mail);

- лицензионный договор.

3. Бумажный вариант статьи подписывается всеми авторами.

4. Редакция не принимает к рассмотрению рукописи, оформленные не по правилам.

5. Публикация бесплатная.

6. Основной текст рукописи статьи (кроме аннотации и ключевых слов) набирают в текстовом редакторе MS WORD шрифтом «Times New Roman» размером 14 пт с одинарным интервалом, выравнивание по ширине. Поля с левой стороны листа, сверху и снизу – 2,5 см, с правой стороны – 2 см. Абзацный отступ – 1,5 см.

7. Схема построения публикации: УДК (индекс по универсальной десятичной классификации), фамилия и инициалы автора(ов) с указанием ученой степени, звания, места работы (полностью), электронного адреса (телефона), название (строчные), аннотация и ключевые слова, текст с рисунками и таблицами, список литературы. Авторы, название, аннотация и ключевые слова, список литературы приводятся на русском и английском языках.

Перед основным текстом печатается аннотация (200-250 слов), отражающая краткое содержание статьи.

8. При формировании текста не допускается применение стилей, а также внесение изменения в шаблон или создание собственного шаблона. Слова внутри абзаца следует разделять одним пробелом; набирать текст без принудительных переносов; не допускаются разрядки слов.

9. Для набора формул и переменных следует использовать редактор формул MathType версии 5.2 и выше с размерами: обычный – 12 пт; крупный индекс 7 пт, мелкий индекс – 5 пт; крупный символ – 18 пт; мелкий символ – 12 пт.

Необходимо учитывать, что **полоса набора – 75 мм**. Если формула имеет больший размер, ее необходимо упростить или разбить на несколько строк. **Формулы, внедренные как изображение, не допускаются!**

Все русские и греческие буквы (Ω , η , β , μ , ω , ν и др.) в формулах должны быть набраны прямым шрифтом. Обозначения тригонометрических функций (sin, cos, tg и т.д.) – прямым шрифтом. Латинские буквы – прямым шрифтом.

Статья должна содержать лишь самые необходимые формулы, от промежуточных выкладок желательно отказаться.

10. Размерность всех величин, принятых в статье, должна соответствовать Международной системе единиц измерений (СИ).

11. Рисунки и таблицы располагаются по тексту. Таблицы должны иметь тематические заголовки. Иллюстрации, встраиваемые в текст, должны быть выполнены в одном из стандартных форматов (TIFF, JPEG, PNG) с разрешением не ниже 300 dpi и публикуются в черно-белом (градации серого) варианте. Качество рисунков должно обеспечивать возможность их полиграфического воспроизведения без дополнительной обработки. **Рисунки, выполненные в MS Word, недопустимы.**

Рисунки встраиваются в текст через опцию «Вставка-Рисунок-Из файла» с обтеканием «В тексте» с выравниванием по центру страницы без абзацного отступа. Иные технологии вставки и обтекания **не допускаются.**

12. **Список литературы к статье обязателен** и должен содержать все цитируемые и упоминаемые в тексте работы (не менее 10). Приставительные библиографические списки оформляются в соответствии с ГОСТ Р 7.0.5-2008. «Библиографическая ссылка. Общие требования и правила составления». Ссылки на работы, находящиеся в печати, не допускаются. При ссылке на литературный источник в тексте приводится порядковый номер работы в квадратных скобках.

13. В материале для публикации следует использовать только общепринятые сокращения.

Все материалы направлять по адресу: <https://science.swsu.ru/>, 305040, г.Курск, ул. 50 лет Октября, 94. ЮЗГУ, редакционно-издательский отдел.

Тел.(4712) 22-25-26.

E-mail: rio_kursk@mail.ru

Изменения и дополнения к правилам оформления статей и информацию об опубликованных номерах можно посмотреть на официальном сайте журнала: <https://science.swsu.ru>.