

Оригинальная статья / Original article

<https://doi.org/10.21869/2223-1560-2020-24-2-49-59>

Метод учёта влияния концевых шайб на обтекание крыла с изменяющимися по размаху профилями

Е.К. Галемин ¹, Е.В. Агеева ² ✉

¹ ФГБОУ ВО «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)», Калужский филиал
ул. Баженова 2, г. Калуга 248000, Российская Федерация

¹ ФГБОУ ВО «Юго-Западный государственный университет»
ул. 50 лет Октября 94, г. Курск 305040, Российская Федерация

✉ e-mail: ageeva-ev@yandex.ru

Резюме

Целью исследования является разработка способа учёта влияния концевых шайб на обтекание крыльев с произвольным распределением профилей по размаху.

Методы. Установка концевых шайб существенно улучшает аэродинамику крыла, увеличивая подъёмную силу и уменьшая индуктивное сопротивление. Применена теория непрерывной вихревой поверхности для моделирования учёта влияния концевых шайб на обтекание объёмного крыла. В соответствии с ней косые подковообразные вихри, моделирующие верхнюю и нижнюю сторону крыла, непрерывно распределены по продольным панелям, на которые делится полуразмах крыла. Несущие части каждого подковообразного вихря лежат в плоскостях, параллельных плоскости хорд крыла и проходят через точки и среднего сечения той панели, в точке которой вычисляются вызванные скорости. Свободные вихри крыла сходят с его торцов с верхней и нижней поверхностей под углом к плоскости хорд.

Результаты. Разработан алгоритм расчёта интенсивности вихрей из условия непроницаемости с учётом присоединённых и свободных вихрей крыла и вихрей концевых шайб. Вихревые плотности, входящие в это условие, представляются тригонометрическими рядами. Разработанный метод учитывает геометрию профиля и концевых шайб, форму крыла в плане. Вихри индуцируют дополнительные скорости в точках поверхности крыла. Для вычисления их значений используется формула Био-Савара о вихревом влиянии.

Заключение. С единых позиций теории непрерывной вихревой поверхности разработан метод расчёта аэродинамических характеристик объёмного крыла с концевыми шайбами. В расчётах учитывается геометрия шайб и профиля, форма крыла в плане. Метод универсален и может быть применён для крыльев без шайб, в том числе и для тонких.

Ключевые слова: вихревая модель крыла; концевые шайбы; вызванная скорость.

Конфликт интересов: Авторы декларируют отсутствие явных и потенциальных конфликтов интересов, связанных с публикацией настоящей статьи.

Для цитирования: Галемин Е.К., Агеева Е.В. Метод учёта влияния концевых шайб на обтекание крыла с изменяющимися по размаху профилями // Известия Юго-Западного государственного университета. 2020; 24(2): 49-59. <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2020-24-2-49-59>.

Поступила в редакцию 02.03.2020

Подписана в печать 30.03.2020

Опубликована 20.04.2020

Method for Accounting the Effect of End Washers on the Flow Around the Wing with Spanwise Profiles

Evgeniy K. Galemin¹, Ekaterina V. Ageeva² ✉

¹ Kaluga Branch "Moscow State Technical University named after N.E. Bauman (National Research University)
2 Bazhenova str., Kaluga 248000, Russian Federation

² Southwest State University
50 Let Oktyabrya str. 94, Kursk 305040, Russian Federation

✉ e-mail: ageeva-ev@yandex.ru

Abstract

Purpose of research is to develop a method for accounting for the influence of end washers on the flow of wings with an arbitrary distribution of fillets over the span.

Methods. The installation of end washers significantly improves the aerodynamics of the wing, increasing lift and reducing inductive resistance. The theory of a continuous vortex surface is applied to simulate the effect of end washers on the flow of a volumetric wing. In accordance with it, oblique horseshoe-shaped vortices that model the upper and lower sides of the wing are continuously distributed along the longitudinal panels, into which the half-span of the wing is divided. The bearing parts of each horseshoe-shaped vortex lie in planes parallel to the plane of the wing chords and pass through the points and the middle section of the panel at which the induced velocities are calculated. The free vortices of the wing descend from its ends from the upper and lower surfaces at an angle to the plane of the chords.

Results. An algorithm has been developed for calculating the intensity of vortices from the non-permeability condition, taking into account the attached and free vortices of the wing and the end-washer vortices. The vortex densities included in this condition are represented by trigonometric series. The developed method takes into account the geometry of the profile and end washers, the shape of the wing in the plan. The vortices induce an additional velocity at the points on the surface of the wing. To calculate their values, the Biot-savard formula on vortex influence is used.

Conclusion. A method for calculating the aerodynamic characteristics of a volumetric wing with end washers has been developed from the unified positions of the theory of a continuous vortex surface. The calculations take into account the geometry of the washers and profile, the shape of the wing in the plan. The method is universal and can be used for wings without washers, including for thin ones.

Keywords: vortex wing model; end washers; evoked speed.

Conflict of interest. The authors declare the absence of obvious and potential conflicts of interest related to the publication of this article.

For citation: Galemin E.K. Method for Accounting the Effect of End Washers on the Flow Around the Wing with Spanwise Profiles // *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta = Proceedings of the Southwest State University*. 2020, 24(2): 49-59 (In Russ.). <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2020-24-2-49-59>.

Received 02.03.2020

Accepted 30.03.2020

Published 20.04.2020

Введение

Как известно, установка концевых шайб существенно улучшает аэродинамические характеристики крыла. В большей степени это улучшение прояв-

ляется для крыльев малых относительных удлинений. Препятствуя перетеканию потока с нижней стороны крыла на верхнюю и образованию вихрей на концах крыла, шайбы увеличивают

подъёмную силу и уменьшают индуктивное сопротивление. Использование этого положительного эффекта и появление первых конструкций шайб относится ещё к началу 1900-х годов. Большинство известных работ на эту тему посвящено экспериментальному исследованию влияния концевых шайб различной конструкции на аэродинамические характеристики крыла [1, 2, 3, 4]. Теоретическое развитие вопроса получил в работах Я.М. Курицкеса [5, 6] на основе гипотезы П-образных вихрей. Расчётные методы рассматриваются в работах [7–12]. В работе [13] при участии автора настоящей статьи решена задача расчёта АДХ для тонкого крыла с концевыми шайбами. В предлагаемой статье представлен метод учёта влияния концевых шайб на аэродинамику «толстого» крыла с распределёнными по размаху профилями.

Материалы и методы

Применена теория непрерывной вихревой поверхности для моделирования учёта влияния концевых шайб на обтекание объёмного крыла. Эта теория получила развитие в работах [13–20]. В соответствии с ней косые подковообразные вихри, моделирующие верхнюю и нижнюю сторону крыла, непрерывно распределены по n продольным панелям, на которые делится полуразмах крыла. Несущие части каждого подковообразного вихря лежат в плоскостях, параллельных плоскости хорд крыла, и

проходят через точки M и M' среднего сечения той панели, в точке A которой вычисляются вызванные скорости (рис. 1). Свободные вихри крыла сходят с его торцов с верхней (в) и нижней (н) поверхностей под углом α к плоскости хорд [16].

Принимается, что интенсивность каждого вихря γ по всей длине одинакова. По хорде i -й панели в зависимости от координаты x интенсивности вихрей представляются в виде [16]:

$$\gamma_i^v \bar{a}_i \cos \chi dx \text{ и } \gamma_i^H \bar{a}_i \cos \chi dx,$$

где $\bar{a}_i = \frac{b_i}{b_0}$ – обратное сужение крыла в средних сечениях i -х панелей; b_i и b_0 – хорды в средних сечениях панелей и корневая.

Шайбы, как и крыло, представляются вихревыми поверхностями. Присоединённые вихри крыла переходят на шайбу параллельно оси Oy , а затем сходят с верхнего (в) и нижнего (н) краёв шайбы как свободные под углом α к плоскости хорд. Координаты точек схода вихрей для левой шайбы обозначим: y_L^v – для верхнего края; y_L^H – для нижнего края. Аналогично для правой шайбы: y_{II}^v и y_{II}^H . Эти вихри индуцируют дополнительные скорости в точках поверхности крыла. Для вычисления их значений используется формула Био-Савара о вихревом влиянии.

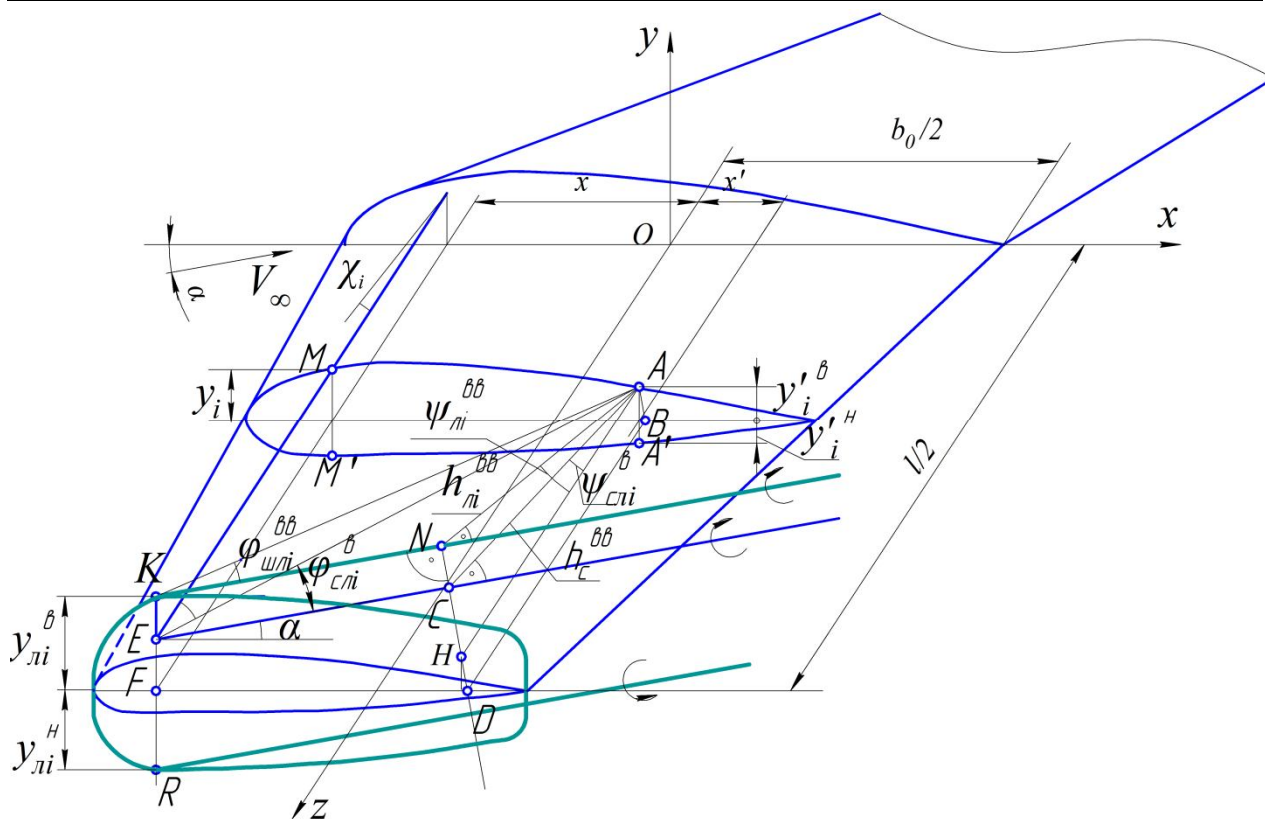


Рис. 1. Схема к вычислению вызванных скоростей

Fig. 1. Scheme for calculating the induced speeds

Результаты и их обсуждение

Для скорости в точке A на верхней (в) стороне крыла, вызванной сходящим с верхней стороны левой (л) шайбы свободным вихрем, можно записать:

$$dW_{li}^{66} = \frac{\gamma_i^6 dx}{4\pi h_{li}^{66}} (1 + \cos \varphi_{li}^{66}). \quad (1)$$

Здесь h_{li}^{66} – расстояние от точки A до оси свободного вихря (рис. 1).

Введём относительные координаты: θ – для луча, на котором располагается несущий вихрь, и θ' – для луча, проходящего через расчётную точку (A).

$$\cos \theta = -\frac{x}{b_0/2}, \quad \cos \theta' = -\frac{x'}{b_0/2}.$$

Относительные величины:

$$\lambda^* = \frac{l}{b_0}, \quad \lambda_n = \frac{l}{b_0 n}, \quad \bar{y} = \frac{y}{b_0/2},$$

$$\bar{h} = \frac{h}{b_0/2}, \quad \bar{\gamma} = \frac{\gamma}{V_\infty}, \quad \bar{W} = \frac{W}{V_\infty}, \quad \bar{V} = \frac{V}{V_\infty}.$$

В безразмерном виде проекции скорости \bar{W}_{li}^{66} на оси координат получим, проинтегрировав (1) по длине шайбы:

$$\bar{W}_{lix}^{66} = \frac{\bar{a}_i \sin \alpha}{4\pi} \int_0^\pi \bar{\gamma}_i^6 \frac{1 + \cos \varphi_{li}^{66}}{h_{li}^{66}} \times$$

$$\times \cos \psi_{li}^{66} \cos \chi \sin \theta d\theta.$$

$$\bar{W}_{liy}^{66} = -\bar{W}_{lix}^{66} \operatorname{ctg} \alpha;$$

$$\cos \varphi_{uui}^{66} = \frac{ON}{OA};$$

$$\bar{W}_{liz}^{66} = \frac{\bar{a}_i}{4\pi} \int_0^\pi \bar{\gamma}_i^6 \frac{1 + \cos \varphi_{li}^{66}}{h_{li}^{66}} \times$$

$$\cos \psi_{uui}^{66} = \frac{AH}{AN};$$

$$\times \sin \psi_{li}^{66} \cos \chi \sin \theta d\theta.$$

$$\sin \psi_{uui}^{66} = \frac{HN}{AN}.$$

Из рис. 1: $h_{li}^{66} = AN = \sqrt{NH^2 + AH^2};$

В относительных координатах после преобразований получим:

$$\bar{h}_{uui}^{66} = \sqrt{\left(\bar{F}\bar{D}_i^6 \sin \alpha + \bar{y}_i^6 \cos \alpha - \frac{\bar{y}'_i}{\cos \alpha} \right)^2 + \left[\lambda^* - (i+0.5)\lambda_n \right]^2};$$

$$\cos \varphi_{uui}^{66} = \frac{\bar{F}\bar{D}_i^6 \cos \alpha - \bar{y}_i^6 \sin \alpha}{\sqrt{\left(\bar{h}_{uui}^{66} \right)^2 + \left(\bar{F}\bar{D}_i^6 \cos \alpha + \bar{y}_i^6 \sin \alpha \right)^2}};$$

$$\sin \psi_{li}^{66} = \frac{\bar{F}\bar{D}_i^6 \sin \alpha + \bar{y}_i^6 \cos \alpha - \frac{\bar{y}'_i}{\cos \alpha}}{\bar{h}_{li}^{66}};$$

$$\bar{F}\bar{D}_i^6 = (\cos \theta - \cos \theta') \bar{a}_i - \left[\lambda^* - (i+0.5)\lambda_n \right] \operatorname{tg} \chi + \bar{y}'_i \operatorname{tg} \alpha.$$

Аналогично рассчитываются проекции скоростей, вызванных в точке A верхней поверхности крыла вихрями, сходящими с нижнего края левой шайбы (\bar{W}_{li}^{H6}) и вихрями правой шайбы (\bar{W}_{pi}^{66}) и (\bar{W}_{pi}^{H6}).

Полные проекции скорости, вызванной вихревой системой шайб в расчётной точке A среднего сечения i -й панели верхней поверхности крыла:

$$\bar{W}_{ix}^6 = \bar{W}_{lix}^{66} + \bar{W}_{lix}^{H6} + \bar{W}_{pix}^{66} + \bar{W}_{pix}^{H6};$$

$$\bar{W}_{iy}^6 = \bar{W}_{liy}^{66} + \bar{W}_{liy}^{H6} + \bar{W}_{piy}^{66} + \bar{W}_{piy}^{H6};$$

$$\bar{W}_{iz}^6 = \bar{W}_{liz}^{66} + \bar{W}_{liz}^{H6} + \bar{W}_{piz}^{66} + \bar{W}_{piz}^{H6}.$$

Проекция скорости, вызванной вихревой системой шайб в точке A' на нижней поверхности крыла ($\bar{W}_{ix}^H, \bar{W}_{iy}^H, \bar{W}_{iz}^H$), рассчитываются аналогично.

Интегральные уравнения непроницаемости

Условия непроницаемости в точках средних сечений панелей для верхней и нижней поверхностей крыла с координатой θ' запишем в виде:

$$\begin{aligned} & \left(\bar{W}_{ix}^6 + \bar{V}_{pix}^6 + \bar{V}_{cix}^6 \right) \cos \alpha_{Mi}^6 + \\ & + \left(\bar{W}_{iy}^6 + \bar{V}_{piy}^6 + \bar{V}_{ciy}^6 \right) \sin \alpha_{Mi}^6 = \\ & = \cos \left(\alpha_{Mi}^6 - \alpha \right); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left(\bar{W}_{ix}^H + \bar{V}_{pix}^H + \bar{V}_{cix}^H \right) \cos \alpha_{Mi}^H + \\ & + \left(\bar{W}_{iy}^H + \bar{V}_{piy}^H + \bar{V}_{ciy}^H \right) \sin \alpha_{Mi}^H = \\ & = \cos \left(\alpha_{Mi}^H - \alpha \right). \end{aligned}$$

Здесь $\bar{V}_{pi}^6, \bar{V}_{ci}^6, \bar{V}_{pi}^H, \bar{V}_{ci}^H$ – скорости, вызванные присоединёнными и свободными вихрями верхней и нижней поверхностей крыла в точках A и A' , рассчитываются по методике [16]; α_{Mi}^6 и

α_{Mi}^n – углы между нормальными к контурам средних сечений i -х панелей верхней и нижней поверхностей крыла и плоскостью Oxz (рис. 2).

Проекции скоростей в уравнениях непроницаемости являются функциями вихревых плотностей $\bar{\gamma}_i^e(\theta)$ и $\bar{\gamma}_i^n(\theta)$.

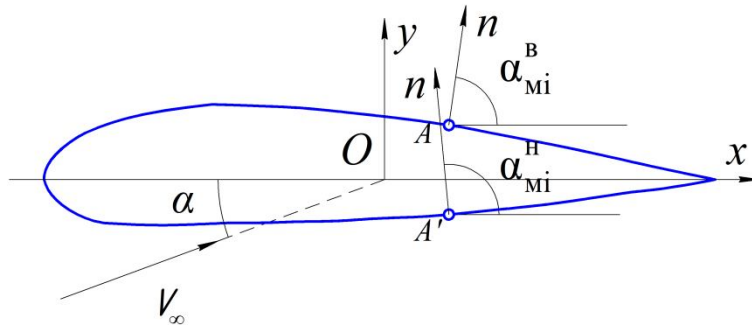


Рис. 2. Местные углы наклона элементов поверхности профиля к плоскости Oxz

Fig. 2. The local tilt angles of the surface elements of the profile to the plane Oxz

Выразим вызванные скорости в уравнениях непроницаемости через эти ряды. Получим систему алгебраических уравнений относительно коэффициентов A_{qi} и B_{qi} :

$$\left. \begin{aligned} \sum_{q=0}^p C_{qi}^{e6} A_{qi} + \sum_{q=0}^p K_{qi}^{ne6} &= \cos[\alpha_{Mi}^e(\theta') - \alpha]; \\ \sum_{q=0}^p C_{qi}^{n6} A_{qi} + \sum_{q=0}^p K_{qi}^{nn6} &= \cos[\alpha_{Mi}^n(\theta') - \alpha]. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Здесь C_{qi}^{e6} , C_{qi}^{n6} , K_{qi}^{ne6} , K_{qi}^{nn6} – элементы матрицы в выражениях для скоростей, вызванных на верхней и нижней поверхностях крыла.

Решив систему (2), найдём коэффициенты A_{qi} и B_{qi} , и, следовательно, распределение вихревой плотности $\bar{\gamma}_i^e$ и $\bar{\gamma}_i^n$.

Для вычисления аэродинамических характеристик может быть применена методика, использованная в работе [6]

Представим $\bar{\gamma}_i^e(\theta)$ и $\bar{\gamma}_i^n(\theta)$ тригонометрическими рядами. Этот метод применён в работах [13-20] и других.

$$\bar{\gamma}_i^e(\theta) = 2 \left(A_{0i} \text{ctg} \frac{\theta}{2} + \sum_{q=1}^p A_{qi} \sin q\theta \right),$$

$$\bar{\gamma}_i^n(\theta) = 2 \left(B_{0i} \text{ctg} \frac{\theta}{2} + \sum_{q=1}^p B_{qi} \sin q\theta \right).$$

для крыла без шайб. Коэффициенты давления в точках верхней и нижней поверхностей крыла найдём в виде:

$$C_{pi}^e = 1 - (W_{ti}^e)^2;$$

$$C_{pi}^n = 1 - (W_{ti}^n)^2.$$

Здесь W_{ti}^e и W_{ti}^n – скорости, касательные к верхней и нижней поверхностям крыла в точках средних сечений панелей. При их вычислении принимается, что скорости собственной индукции $\frac{\gamma}{2}$ направлены перпендикулярно к осям вихрей и касательно поверхности крыла.

$$\bar{W}_{ti}^e = \left\{ \left[\sin(\alpha_{Mi}^e - \alpha) + (\bar{W}_{ix}^e + \bar{V}_{nix}^e + \bar{V}_{cix}^e) \sin \alpha_{Mi}^e + \frac{\gamma_i^e}{2} \cos \chi - (\bar{W}_{ix}^e + \bar{V}_{nix}^e + \bar{V}_{cix}^e) \cos \alpha_{Mi}^e \right]^2 + \left(\bar{W}_{iz}^e + \bar{V}_{niz}^e + \bar{V}_{ciz}^e - \frac{\gamma_i^e}{2} \sin \chi \right)^2 \right\}^{1/2};$$

$$\bar{W}_{ci}^n = \left\{ \left[\sin(\alpha_{mi}^n - \alpha) + (\bar{W}_{ix}^n + \bar{V}_{nix}^n + \bar{V}_{cix}^n) \sin \alpha_{mi}^n + \frac{\gamma_i^n}{2} \cos \chi - (\bar{W}_{ix}^n + \bar{V}_{nix}^n + \bar{V}_{cix}^n) \cos \alpha_{mi}^n \right]^2 + \left(\bar{W}_{iz}^n + \bar{V}_{niz}^n + \bar{V}_{ciz}^n - \frac{\gamma_i^n}{2} \sin \chi \right)^2 \right\}^{1/2}.$$

Выводы

С единых позиций теории непрерывной вихревой поверхности разработан метод расчёта аэродинамических характеристик объёмного крыла с концевыми шайбами. В расчётах учитывается геометрия шайб и профиля, форма крыла в плане. Метод универсален и может быть применён для крыльев без шайб, в том числе и для тонких.

Список литературы

1. Визель Е.П. Исследование свободных вихрей крыла малого удлинения с концевыми шайбами вблизи экрана // Учёные записки ЦАГИ. 1971. Т.2. № 3. С. 12-19.
2. Чичеров Н.А. Экспериментальные исследования распределения давления на крыле с концевыми шайбами при околосвуковых скоростях // Учёные записки ЦАГИ. 1986. Т.17. № 3. С. 90-94.
3. Шмигирилов А.Н. Влияние концевых шайб на поперечное обтекание прямоугольной пластины малого удлинения // Естественные и математические науки в современном мире. 2015. № 30. С. 158-162.
4. Бурцев Б.Н., Вожаев Е.С., Головкин М.А., Головкина Е.В., Горбань В.П. Влияние на аэродинамику крыла и несущего винта установки небольших концевых крылышек // Учёные записки ЦАГИ. 2005. Т.36. № 3-4. С. 51-58.
5. Курицкес Я.М. Теория крыльев с концевыми шайбами при гипотезе П-образных вихрей. М.: Изд-во ВВА им. Н.Е. Жуковского, 1947.
6. Курицкес Я.М. Вихревая теория крыла с концевыми симметричными по высоте шайбами. М.: Изд-во ВВА им. Н.Е. Жуковского, 1948.
7. Гуереш Дж., Попов С.А., Рыжов Ю.А. К определению формы и размеров законцовки крыла дозвукового пассажирского самолёта // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. 2018. № 3. С. 14-21.
8. Москаленко В.О., Цой А.И., Недогарок А.А. Исследование аэродинамических характеристик крыла с законцовками различной формы // Инженерный журнал: наука и инновации. 2019. № 10 (94). С.3.
9. Павленко О.В., Раздобарин А.М., Федоренко Г.А. Влияние формы законцовки на обтекание крыла // Учёные записки ЦАГИ. 2018. Т.49. № 3. С. 26-35.

10. Гуереш Д., Попов С.А. Улучшение аэродинамики крыла пассажирского самолёта с помощью законцовки треугольной формы в плане // Научный вестник МГТУ ГА. 2018. Т. 21. № 1. С. 124-136.
11. Средства снижения индуктивного сопротивления крыла самолёта / Л.Л. Теперин, Т.М. Притуло, Ф.Э. Орфинежад, Т. Мьё // Труды МФТИ. 2017. Т. 9. № 4 (36). С. 94-105.
12. Кара А., Кривохатько И.С., Сухов В.В. Оценка эффективности управляемой концевой аэродинамической поверхности крыла // Механіка гіроскопічних систем. 2014. № 28. С. 108-117.
13. Пастухов А.И., Галемин Е.К. К расчету аэрогидродинамических характеристик крыльев с концевыми шайбами в несжимаемом потоке // Вестник Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана. Серия: Машиностроение. 2004. № 1. С. 20-31.
14. Пастухов А.И., Галемин Е.К. Приближённый метод расчёта обтекания телесных крыльев малого удлинения на основе нелинейной теории непрерывной вихревой поверхности // Вестник Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана. Серия: Машиностроение. 1991. № 1. С. 55-60.
15. Пастухов А.И. Вихревое математическое моделирование обтекания тел потоком сплошной среды. Вып. 2. Нелинейная вихревая теория несущей поверхности. М.: Изд-во МГТУ, 1994. 66 с.
16. Пастухов А.И., Галемин Е.К. К расчету аэродинамических характеристик крыльев с изменяющимися по размаху профилями в несжимаемом потоке // Вестник Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана. Серия: Машиностроение. 2001. № 4. С. 72-83.
17. Пастухов А.И., Галемин Е.К. К расчёту аэродинамических характеристик тонких крыльев с постоянной по размаху стреловидностью в несжимаемом потоке вблизи экрана // Вестник МГТУ им. Н.Э.Баумана. Серия: Машиностроение. 2006. №2. С. 3-17.
18. Пастухов А.И., Галемин Е.К. К задаче о крыле, движущемся вблизи экранирующей поверхности // Вестник Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана. Серия: Машиностроение. 2007. № 2 (67). С. 3-8.
19. Галемин Е.К. Моделирование обтекания объемного крыла у экрана // Науковедение: интернет-журнал. 2017. Т. 9. № 2. С. 60.
20. Галемин Е.К., Агеева Е.В. Учёт влияния корпуса на обтекание крыла // Известия Юго-Западного государственного университета. 2019. Т. 23, №1. С. 21-30.

References

1. Wiesel E.P. Issledovanie svobodnykh vikhrei kryla malogo udlineniya s kontsevymi shaibami vblizi ekrana [Study of free vortices of a wing of small elongation with end washers near the screen]. *Uchenye zapiski TsAGI = Scientific Notes TsAGI*, 1971, vol.2, no. 3, pp. 12-19 (In Russ.).
2. Chicherov N.A. Eksperimental'nye issledovaniya raspredeleniya davleniya na kryle s kontsevymi shaibami pri okolozvukovykh skorostyakh [Experimental studies of the pressure distribution on the wing with end washers at transonic speeds]. *Uchenye zapiski TsAGI = Scientific Notes TsAGI*, 1986, vol.17, no. 3, pp. 90-94 (In Russ.).
3. Shmigirilov A.N. Vliyanie kontsevykh shaib na poperechnoe obtekanie pryamougol'noi plastiny malogo udlineniya [The influence of end washers on the transverse flow around a rectangular plate of small elongation]. *Estestvennye i matematicheskie nauki v sovremennom mire = Natural and Mathematical Sciences in the Modern World*, 2015, no. 30, pp. 158-162 (In Russ.).
4. Burtsev B.N., Vozhdaev E.S., Golovkin M.A., Golovkina E.V., Gorban V.P. Vliyanie na aerodinamiku kryla i nesushchego vinta ustanovki nebol'shikh kontsevykh krylyshek [Influence on the aerodynamics of the wing and the rotor of the installation of small-sized end wings]. *Uchenye zapiski TsAGI = Scientific Notes TsAGI*, 2005, vol. 36, no. 3-4, pp. 51-58 (In Russ.).
5. Kuritskes Ya.M. *Teoriya kryl'ev s kontsevymi shaibami pri gipoteze P-obraznykh vikhrei* [Theory of wings with end washers under the hypothesis of U-shaped vortices]. Moscow, VVA im. N.E. Zhukovskogo Publ., 1947 (In Russ.).
6. Kuritskes Y.M. *Vikhrevaya teoriya kryla s kontsevymi simmetrichnymi po vysote shaibami* [The vortex theory of a wing with end washers symmetrical in height]. Moscow, VVA im. N.E. Zhukovskogo Publ., 1948 (In Russ.).
7. Gueresh J., Popov S.A., Ryzhov Yu.A. K opredeleniyu formy i razmerov zakon'tsovki kryla dozvukovogo passazhirskogo samoleta [To determine the shape and size of the wingtip of a subsonic passenger aircraft]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Aviatcionnaya tekhnika = News of Higher Educational Institutions. Aircraft Technology*, 2018, no. 3, pp. 14-21 (In Russ.).
8. Moskalenko V.O., Tsoi A.I., Nedogarok A.A. Issledovanie aerodinamicheskikh kharakteristik kryla s zakon'tsovkami razlichnoi formy [The study of the aerodynamic characteristics of the wing with wingtips of various shapes]. *Inzhenernyi zhurnal: nauka i innovatsii = Engineering Journal: Science and Innovation*, 2019, no 10 (94), 3 p. (In Russ.).
9. Pavlenko O.V., Razdobarin A.M., Fedorenko G.A. Vliyanie formy zakon'tsovki na obtekanie kryla [Effect of wingtip shape on wing flow]. *Uchenye zapiski TsAGI = Scientific Notes TsAGI*, 2018, vol. 49, no. 3, pp. 26-35 (In Russ.).

10. Goueresh D., Popov S.A. Uluchshenie aerodinamiki kryla passazhirskogo samoleta s pomoshch'yu zakontsovki treugol'noi formy v plane [Improving the aerodynamics of the wing of a Pass-fat plane using a triangular-shaped ending in plan]. *Nauchnyi vestnik MGTU GA = Scientific Bulletin of MSTU GA*, 2018, vol. 21, no. 1, pp. 124-136 (In Russ.).

11. Teperin L. L., Pritulo T. M., Orfinejad F. E., Myo T. Sredstva snizheniya induktivnogo soprotivleniya kryla samoleta [Means of reducing the inductive resistance of an aircraft wing]. *Trudy MFTI = Proceedings of the Moscow Institute of Physics and Technology*, 2017, vol. 9, no. 4 (36), pp. 94-105 (In Russ.).

12. Kara A., Krivokhatko I.S., Sukhov V.V. Otsenka effektivnosti upravlyaemoi kontsevoi aerodinamicheskoi poverkhnosti kryla [Assessment of the effectiveness of the controlled end wing aerodynamic surface]. *Mekhanika giroskopichnikh sistem = Mechanics of Gyroscopic Systems*, 2014, no. 28, pp. 108-117 (In Russ.).

13. Pastukhov A.I., Galemin E.K. K raschetu aerogidrodinamicheskikh kha-rakteristik kryl'ev s kontsevymi shaibami v neszhimaemom potoke [To the calculation of the aerodynamic characteristics of wings with end washers in an incompressible flow]. *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta im. N.E. Baumana. Seriya: Mashinostroenie = Bulletin of the Moscow State Technical University named after N.E. Bauman. Series: Engineering*, 2004, no. 1, pp. 20-31 (In Russ.).

14. Pastukhov A.I., Galemin E.K. Priblizhennyi metod rascheta obtekaniya telesnykh kryl'ev malogo udlineniya na osnove nelineinoy teorii nepreryvnoy vikhrevoi poverkhnosti [An approximate method for calculating the body wings of small elongation based on the nonlinear theory of a continuous vortex surface]. *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta im. N.E. Baumana. Seriya: Mashinostroenie = Bulletin of Moscow State Technical University. N.E. Bauman. Series: Engineering*, 1991, no. 1, pp. 55-60 (In Russ.).

15. Pastukhov A.I. *Vikhrevoe matematicheskoe modelirovanie obtekaniya tel potokom sploshnoi sredy. Vyp. 2. Nelineinaya vikhrevaya teoriya nesushchei poverkhnosti* [Vortex mathematical modeling of the flow of bodies around a stream of a continuous medium. Non-linear vortex theory of the bearing surface]. Moscow, *MGTU Publ.*, 1994, 66 p. (In Russ.).

16. Pastukhov A.I., Galemin E.K. K raschetu aerodinamicheskikh kharakteristik kryl'ev s izmenyayushchimisya po razmakhu profilyami v neszhimaemom potoke [To the calculation of the aerodynamic characteristics of wings with variable profiles in an incompressible flow]. *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta im. N.E. Baumana. Seriya: Mashinostroenie = Bulletin of the Moscow State Technical University named after N.E. Bauman. Series: Engineering*, 2001, no. 4, pp. 72-83 (In Russ.).

17. Pastukhov A.I., Galemin E.K. K raschetu aerodinamicheskikh kharakteristik tonkikh kryl'ev s postoyannoi po razmakhu strelovidnost'yu v neszhimaemom potoke vblizi ekrana [To the calculation of the aerodynamic characteristics of thin wings with constant

sweep sweep in an incompressible stream near the screen]. *Vestnik MGTU im. N.E. Bauman. Seriya: Mashinostroenie = Vestnik MGTU im. N.E. Bauman. Series: Engineering*, 2006, no 2, pp. 3-17 (In Russ.).

18. Pastukhov A.I., Galemin E.K. K zadache o kryle, dvizhushchemsya vblizi ekraniruyushchei poverkhnosti [To the problem of a wing moving near a shielding surface]. *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta im. N.E. Bauman. Seriya: Mashinostroenie = Bulletin of Moscow State Technical University named after N.E. Bauman. Series: Engineering*. 2007, no. 2 (67), pp. 3-8 (In Russ.).

19. Galemin E.K. Modelirovanie obtekaniya ob"emnogo kryla u ekrana [Modeling the flow around a volume wing near a screen]. *Naukovedenie: internet-zhurnal = Science of Science: Internet Journal*, 2017, vol. 9, no. 2, pp. 60 (In Russ.).

20. Galemin E.K., Ageeva E.V. Uchet vliyaniya korpusa na obtekanie kryla [Shape Influence on Wing Flow]. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta = Proceedings of the Southwest State University*, 2019, vol. 23, no. 1, pp. 21-30 (In Russ.).

Информация об авторах / Information about the Authors

Галемин Евгений Константинович, кандидат технических наук, доцент, доцент Калужского филиала ФГБОУ ВО «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)», г. Калуга, Российская Федерация, e-mail: ekgalemin@mail.ru

Evgeniy K. Galemin, Cand. of Sci. (Engineering), Associate Professor, Associate Professor of the Kaluga Branch of Moscow State Technical University named after N.E. Bauman (National Research University), Kaluga, Russian Federation, e-mail: ekgalemin@mail.ru

Агеева Екатерина Владимировна, кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры технологии материалов и транспорта, ФГБОУ ВО «Юго-Западный государственный университет», г. Курск, Российская Федерация, e-mail: ageeva-ev@yandex.ru

Ekaterina V. Ageeva, Cand. of Sci. (Engineering), Associate Professor, Associate Professor of the Department of Materials and Transport Technology, Southwest State University, Kursk, Russian Federation, e-mail: ageeva-ev@yandex.ru