

Оригинальные статьи / Original articles

<https://doi.org/10.21869/2223-1560-2019-23-3-33-43>

Исследование вариантов реализации серий прыжков при преодолении прыгающим роботом лестничного пролета

Л.Ю. Ворочаева¹ ✉, С.И. Савин², А.В. Мальчиков¹

¹ ФГБОУ ВО «Юго-Западный государственный университет», ул. 50 лет Октября, 94, г. Курск, 305040, Российская Федерация

² Университет Иннополис, ул. Университетская, д.1, г. Иннополис, 420500, Российская Федерация

✉ e-mail: mila180888@yandex.ru

Резюме

Цель исследования. Данная работа посвящена вопросам преодоления прыгающим роботом лестничного пролета при движении по нему вверх. При этом важно совершать прыжки с такой длиной и высотой, которая позволяет преодолеть препятствие с минимально затрачиваемыми энергией и временем. Поэтому в рамках статьи необходимо определить оптимальный вариант реализации серии прыжков для преодоления лестничного пролета по двум ранее указанным критериям.

Методы. Для исследования движения робота по лестничному пролету используются численные методы моделирования в специально разработанном программном комплексе. Для описания контактного взаимодействия устройства со ступенями пролета применяются методы теории удара, для моделирования разгона и полета устройства – методы динамики многомассовых систем.

Результаты. В рамках работы проведено численное моделирование движения устройства при движении его сериями прыжков по лестничному пролету, в результате которого получены зависимости затрачиваемых на преодоление пролета энергии и времени от варианта движения (серии прыжков), а также построены оптимизационные диаграммы. Данные диаграммы позволяют сгруппировать варианты серий прыжков по областям от I до VII по мере удаления от оптимальной области I. Также установлено, что независимо от числа прыжков оптимальным вариантом является тот, при котором один прыжок осуществляется на максимально возможное число ступеней, а во время каждого из остальных происходит запрыгивание на одну ступень.

Заключение. Полученные в данной работе результаты найдут применение при разработке системы управления движением прыгающего робота, позволяющей устройству реализовывать преодоление лестничных пролетов оптимальным, с точки зрения затрачиваемых энергии и времени, вариантом.

Ключевые слова: прыгающий робот; лестничный пролет; модель контактного взаимодействия; оптимизация; энергия; время перепрыгивания.

Благодарности: Работа выполнена в рамках проекта РФФИ № 18-31-00075.

Конфликт интересов: Авторы декларируют отсутствие явных и потенциальных конфликтов интересов, связанных с публикацией настоящей статьи.

Для цитирования: Ворочаева Л.Ю., Савин С.И., Мальчиков А.В. Исследование вариантов реализации серий прыжков при преодолении прыгающим роботом лестничного пролета // Известия Юго-Западного государственного университета. 2019; 23(3): 33-43. <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2019-23-3-33-43>.

Статья поступила в редакцию 10.04.2019

Статья подписана в печать 27.05.2019

© Ворочаева Л.Ю., Савин С.И., Мальчиков А.В., 2019

The Research of Jumps' Implementation Options in Overcoming Ladder Flight by the Jumping Robot

Lyudmila Yu. Vorochaeva¹, Sergey I. Savin², Andrey V. Malchikov¹

¹ Southwest State University, 94, 50 Let Oktyabrya str., Kursk, 305040, Russian Federation

² Innopolis University, 1, Universitetskaya str., Innopolis, 420500, Russian Federation

✉ e-mail: mila180888@yandex.ru

Abstract

Purpose of research. This article is devoted to overcoming ladder flight by the jumping robot when moving up. At the same time it is important to make jumps with such length and height which allows overcoming an obstacle with minimum energy and time spent. So it is necessary to determine an optimal variant of jumps implementation for overcoming ladder flight by two specified criteria.

Methods. Numerical methods of modeling in specially developed program complex are used to study movement of the robot. Hit theory is used to describe device contact interaction with flight's steps. Methods of multimass system dynamics is used for dispersal and flight modeling.

Results. Numerical modeling of device's movement at jumps series on ladder flight is done. Energy and time dependences spent for overcoming flights are received. Optimizing charts are also constructed. These charts allow to group options of jumps series from I to VII zones in the process of removal from optimum zone I. It is also stated that optimal variant is at which one jump is carried out on the greatest possible number of steps irrespectively from number of jumps. It is also stated that there is a jump on one step during the other jumps.

Conclusion. The study results can be applied at the development of jumping robot's movement system. It helps the device to realize overcoming ladder flights optimum from the point of view of spent energy and time.

Keywords: jumping robot; ladder flight; model of contact interaction; optimization; energy; jumping time.

Acknowledgements: the Work was done in the framework of RFBR project № 18-31-00075.

Conflict of interest. The authors declare the absence of obvious and potential conflicts of interest related to the publication of this article.

For citation: Vorochaeva L.Yu., Savin S.I., Malchikov A.V. The Research of Jumps' Implementation Options in Overcoming Ladder Flight by the Jumping Robot. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta = Proceedings of the Southwest State University*. 2019, 23(3): 33-43 (In Russ.). <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2019-23-3-33-43>.

Received 10.04.2019

Accepted 27.05.2019

Введение

Многие работы современных исследователей посвящены вопросам преодоления прыгающими роботами различных по форме и размерам препятствий [1-3] при движении их по пересе-

ченной местности. Так в статье [1] описывается миниатюрный комбинированный колесно-прыгающий робот, который для перемещения по достаточно ровной местности использует колеса, а для преодоления препятствия, суще-

ственно превышающего его размеры, задействует прыжковый механизм. В качестве основных областей применения такого робота авторы называют экологический мониторинг, спасательные и поисковые работы, военное наблюдение. В [2] рассматривается другой миниатюрный прыгающий робот, который может совершать прыжки для преодоления препятствий, высота которых в 2 раза превышает размеры устройства. В работе [3] предложена стратегия планирования траектории прыжка однозвездчатого робота через препятствие, корректность работы данной стратегии подтверждена численными экспериментами и опытным путем.

В этой статье принято решение остановиться на исследовании преодоления прыгающим роботом лестничного пролета при движении по нему вверх и провести численные эксперименты, позволяющие установить оптимальный вариант его преодоления с точки зрения затрачиваемых при этом энергии и времени.

Материалы и методы решения задачи

Преодоление лестничного пролета

Будем рассматривать движение прыгающего робота в вертикальной плоскости Oxy вверх по лестничному пролету, число ступеней в котором равно n (рис. 1). Расчетная схема робота и принципы реализации им прыжка описаны в статьях [4-6].

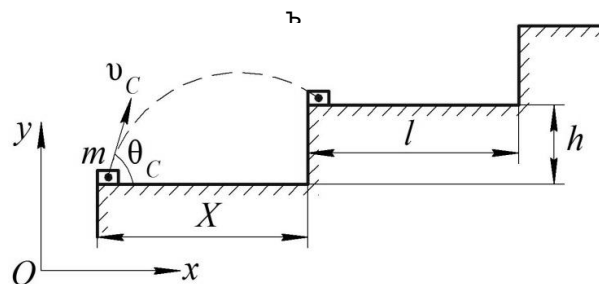


Рис. 1. Схема преодоления прыгающим роботом лестничного пролета

Fig. 1. Scheme of the jumping robot overcome flights of stairs

Пусть длина и высота каждой ступени равны l и h соответственно. Будем считать, что робот представляет собой прямоугольник с размерами l_r и h_r и массой m , центр масс совпадает с центром симметрии прямоугольника (точкой C , на рис. 1 не показана). Устройство для совершения прыжка приобретает скорость v_C , являющуюся скоростью отрыва устройства от поверхности, вектор скорости направлен под углом θ_C к горизонту [5]. Перед каждым прыжком робот располагается на расстоянии $X=l$ от ступени.

Преодоление лестничного пролета может быть реализовано с использованием различного числа прыжков p от 1 до равного числу ступеней:

$$p \in [p_{\min}, p_{\max}], p_{\min} = 1, p_{\max} = n. \quad (1)$$

Число перепрыгиваемых за один прыжок ступеней при этом

$$N_i \in [N_{\min}, N_{\max}], N_{\min} = 1$$

$$\text{при } p_{\max}, N_{\max} = n \text{ при } p_{\min}. \quad (2)$$

Распределение преодолеваемых ступеней по прыжкам (вариант реализации серии прыжков) можно описать следующим образом:

$$N_1 = (a_{\min} + (k - 1)), k \in [1, k_1^*],$$

...

$$N_i = (a_{\min} + (k - 1))k \in [N_{i-1}, k_i^*] \quad (3)$$

при $N_{i-1} \in [N_{(i-1)\min}, N_{(i-1)\max}]$,

...

$$N_p = n - \sum N_1 \dots N_{p-1} \text{ при } N_p \geq N_{p-1},$$

где $a_{\min}=1$ – минимальное число преодолеваемых за прыжок ступеней,

$$k_1^* = \begin{cases} \min(N_p), \sum n_1 \dots n_p \bmod(p) = 0, \\ \min(N_p - 1), \sum n_1 \dots n_p \bmod(p) \neq 0, \end{cases} \quad (4)$$

$$k_i^* = \begin{cases} \min(N_p), \sum n_1 \dots n_p \bmod(p-i+1) = 0, \\ \min(N_p - 1), \sum n_1 \dots n_p \bmod(p-i+1) \neq 0, \end{cases} \quad (5)$$

$\min(N_p)$ – наименьшее значение числа ступеней, преодолеваемых за последний прыжок.

В соответствии с данной формулой число N_1 перепрыгиваемых за первый прыжок ступеней может изменяться от 1 до $\min(N_p)$ или $\min(N_p-1)$ в зависимости от выполнения условия. Число N_i перепрыгиваемых за i -ый прыжок ступеней может варьироваться от 1 до $\min(N_p)$ или $\min(N_p-1)$ при каждом значении N_{i-1} перепрыгиваемых за предыдущий прыжок ступеней. Число N_p перепрыгиваемых за последний прыжок ступеней всегда представляет собой разность между числом ступеней в лестничном пролете и числом уже перепрыгнутых за предыдущие прыжки ступеней. Причем это число не может

быть меньше перепрыгнутых за предыдущий прыжок ступеней.

Рассмотрим использование этой формулы на примере $n=12$ ступеней, число прыжков может быть равным $p \in [1, 12]$, var – вариант реализации серии прыжков. Под вариантом преодоления лестничного пролета понимается серия прыжков, представляющая собой комбинацию числа перепрыгиваемых ступеней и реализуемая при каждом возможном числе прыжков от одного до равного числу ступеней в пролете.

при $p=1$, var=1: $N_1=12$,

при $p=2$, var=1-6, N_1/N_2 : 1/11, 2/10, 3/9, 4/8, 5/7, 6/6,

при $p=3$, var=1-12: $N_1/N_2/N_3=1/1/10$, 1/2/9, 1/3/8, 1/4/7, 1/5/6, 2/2/8, 2/3/7, 2/4/6, 2/5/5, 3/3/6, 3/4/5, 4/4/4 и т.д.

Для осуществления каждого прыжка робот затрачивает энергию W_i

$$W_i = m v_{Ci}^2 / 2, i = 1..p, \quad (6)$$

и время T_i , являющееся временем с момента отрыва устройства от поверхности до момента завершения прыжка.

Тогда для преодоления лестничного пролета роботу потребуется энергия W

$$W = \sum_{i=1}^p W_i \quad (7)$$

и время T_{vs}

$$T_{vs} = T + T_r p, \quad (8)$$

где $T = \sum_{i=1}^p T_i$ (9) – время, затрачиваемое роботом на прыжки, T_r – время

подготовки робота к прыжку (время позиционирования и взведения разгонного модуля).

Критериями оптимизации при преодолении лестничного пролета будем считать энергию W и время T_{vs} :

$$p, N = \min(W, T_{vs}). \quad (10)$$

Моделирование контактного взаимодействия робота со ступенью

Разгон робота перед прыжком описан в работе [5], а полет – в статье [4]. Здесь остановимся на рассмотрении вопросов моделирования взаимодействия прыгающего робота со ступенями лестничного пролета при приземлении. Для этого могут быть использованы различные методы. Часто применяются т.н. linear complementarity constraints, представляющие собой условия, накладываемые на переменные состояния или обобщенные координаты, заданные в виде системы неравенств [7]. Задачи с такими связями называют LCP (от англ. linear complementarity problem) [8]. Альтернативным подходом является введение виртуальных пружин, позволяющих моделировать контакт и ударные взаимодействия распределенными во времени.

В данной работе предлагается использовать геометрические и кинематические характеристики контактирующих тел для моделирования их движения после удара. Рассмотрим эту задачу подробнее.

Пусть выпуклое препятствие описывается системой линейных нера-

венств, что всегда можно осуществить, используя inverse vertex enumeration алгоритм [9]:

$$\mathbf{A}\mathbf{x} < \mathbf{b}, \quad (11)$$

где \mathbf{A} и \mathbf{b} – матрица и вектор линейного представления препятствия, а \mathbf{x} – произвольная точка внутри препятствия.

Тогда пусть точка \mathbf{r}_E принадлежит роботу и для неё удовлетворяется условие (11). Это означает, что точка \mathbf{r}_E находится внутри многогранника, описанного системой (11). Найдем индекс грани, наиболее близкой к \mathbf{r}_E :

$$I = \arg \max_I ((\mathbf{A}\mathbf{r}_E - \mathbf{b})_I), \quad (12)$$

где $(\cdot)_I$ – взятие I -ого элемента вектора или I -ой строки матрицы.

В таком случае нормаль \mathbf{n}_I к найденной грани может быть получена как

$$\mathbf{n}_I = \frac{(\mathbf{A}\mathbf{r}_E - \mathbf{b})_I}{\|(\mathbf{A}\mathbf{r}_E - \mathbf{b})_I\|}. \quad (13)$$

Далее для простоты будем рассматривать задачу на плоскости. Для двумерного случая тангенциальный вектор к грани препятствия может быть найден следующим образом:

$$\boldsymbol{\tau}_I = \mathbf{T}_\perp \mathbf{n}_I, \quad \mathbf{T}_\perp = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (14)$$

Указанные действия позволяют отыскать нормаль и тангенциальный вектор грани препятствия, которую нарушил робот. Следующей задачей является внесение изменений в кинематику ро-

бота таким образом, чтобы тот вышел из пересечения с препятствием.

Зададим вектор \mathbf{r}_{CE} от центра масс робота C к точке E :

$$\mathbf{r}_{CE} = \mathbf{r}_E - \mathbf{r}_C. \quad (15)$$

С его помощью получим скорость точки \mathbf{r}_E до удара:

$$\dot{\mathbf{r}}_E^- = \dot{\mathbf{r}}_C^- + \omega^- \mathbf{T}_\perp \mathbf{r}_{CE}, \quad (16)$$

где ω – величина угловой скорости робота, верхний индекс $(\cdot)^-$ в данном случае означает «до удара».

После удара потребуем, чтобы скорость точки \mathbf{r}_E была таковой:

$$\dot{\mathbf{r}}_E^+ = \dot{\mathbf{r}}_{E,n}^+ + \dot{\mathbf{r}}_{E,\tau}^+, \quad (17)$$

где $\dot{\mathbf{r}}_{E,n}^+$ – нормальная составляющая скорости после удара, а $\dot{\mathbf{r}}_{E,\tau}^+$ – тангенциальная составляющая, верхний индекс $(\cdot)^+$ в данном случае означает «после удара»:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{r}}_{E,n}^+ &= \mu_n (\dot{\mathbf{r}}_E^- \cdot \mathbf{n}_1) \mathbf{n}_1, \\ \dot{\mathbf{r}}_{E,\tau}^+ &= \mu_\tau (\dot{\mathbf{r}}_E^- \cdot \boldsymbol{\tau}_1) \boldsymbol{\tau}_1, \end{aligned} \quad (18)$$

где μ_n и μ_τ – коэффициенты предлагаемой модели контактного взаимодействия, определяющие величину отскока и диссипации энергии.

Последним шагом является вычисление новых значений скорости центра масс робота и его угловой скорости. Для этого записывается и решается следующая линейная система:

$$\dot{\mathbf{r}}_C^+ + \omega^+ \mathbf{T}_\perp \mathbf{r}_{CE} = \dot{\mathbf{r}}_E^+, \quad (19)$$

где $\dot{\mathbf{r}}_C^+$ и ω^+ – искомые параметры. Эта система может быть решена как

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_C^+ \\ \dot{y}_C^+ \\ \omega^+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -y_{CE} \\ 0 & 1 & x_{CE} \end{bmatrix}^\# \begin{bmatrix} \dot{x}_E^+ \\ \dot{y}_E^+ \end{bmatrix}, \quad (20)$$

где $(\cdot)^\#$ означает псевдообращение Мура-Пенроуза.

Результаты и их обсуждение

Моделирование преодоления лестничного пролета

В данном разделе остановимся на рассмотрении вопроса преодоления лестничного пролета из $n=12$ ступеней, длина и высота которых в безразмерных параметрах равны $l=h=0,2$, сериями прыжков, где $p \in [1, 12]$.

Для выявления взаимосвязи энергии, затрачиваемой на прыжки, и реализуемого варианта серии прыжков, введем понятие средней энергии W_{sr} , вычисляемой по формуле

$$W_{sr} = \frac{\sum W}{\text{var}} \quad (21)$$

при каждом значении числа прыжков p .

На рис. 2 в качестве примера представлены диаграммы затрачиваемых энергии W , времени T и средней энергии W_{sr} от варианта реализации серии прыжков при $p=4$.

Анализируя данные графики, можно сделать вывод о том, что затрачиваемая на серию прыжков энергия W не зависит в явном виде от варианта ре-

лизации прыжков и носит случайный характер. Время T , затрачиваемое на прыжки, возрастает по мере увеличения значения варианта серии прыжков, наименьшее время перепрыгивания наблюдается при $\text{var}=1$. С точки зрения комбинирования числа перепрыгиваемых ступеней это означает, что за меньшее время лестничный пролет можно перепрыгнуть, совершая один прыжок на

максимально возможное при данном значении p число ступеней, а все остальные прыжки при этом происходят на одну ступень.

Наибольшее время T потребуется в случае, когда число перепрыгиваемых за каждый прыжок ступеней примерно одинаковое, что можно описать формулой:

$$T = \begin{cases} T_{\min}, & \text{если } (N_1 = N_2 = \dots = N_{p-1} = 1), \\ T_{\max}, & \text{если } (N_1 \cong N_2 \cong \dots \cong N_p). \end{cases} \quad (22)$$

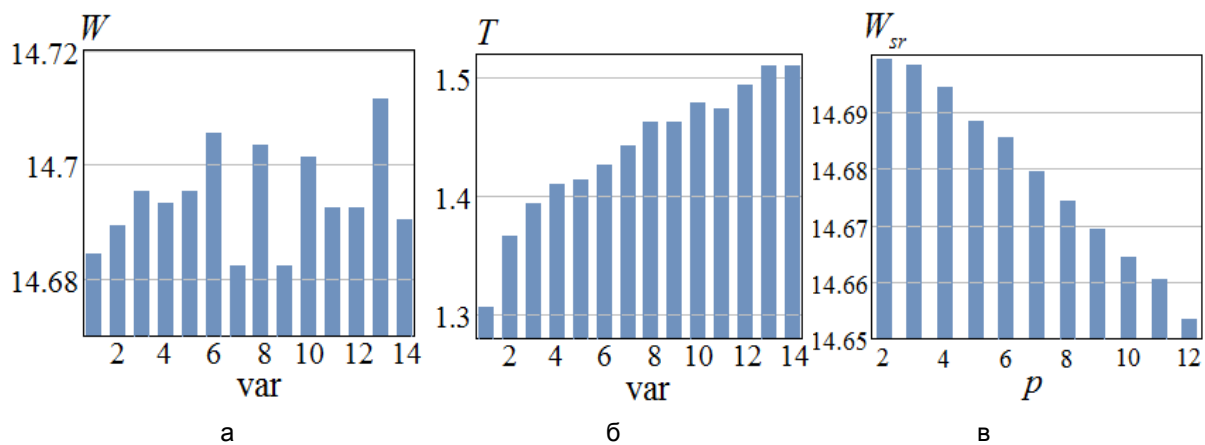


Рис. 2. Графики зависимостей: а – $W(\text{var})$, б – $T(\text{var})$ при $p=4$, в – $W_{sr}(p)$
 Fig. 2. Graphs: а – $W(\text{var})$, б – $T(\text{var})$ at $p=4$, с – $W_{sr}(p)$

Следует отметить, что зависимости $T_{vs}(\text{var})$ имеют характер, аналогичный ранее представленным закономерностям $T(\text{var})$ и в материалах статьи не проиллюстрированы.

На рис. 2, в показана диаграмма W_{sr} в зависимости от числа прыжков. По данной диаграмме видно, что средняя энергия убывает по мере увеличения p по закону, близкому к прямолинейному.

Полученные закономерности позволяют перейти к определению оптимального с точки зрения затрачиваемых

энергии W и времени T_{vs} варианта реализации серии прыжков.

Определение оптимального варианта реализации серии прыжков

Для определения оптимального варианта осуществления серии прыжков при каждом значении числа прыжков $p \in [2, 10]$ (при $p=1, 11, 12$ число вариантов $\text{var}=1$, что не рассматривается в данной работе) построены диаграммы $W(T_{vs})$, приведенные на рис. 3.

На данных диаграммах красными точками отмечены значения затрачива-

емой энергии W при каждом значении T_{vs} , горизонтальная пунктирная линия соответствует среднему значению энергии W_{sr} . Также на диаграммах построены области I – VIII распределения значений $W(T_{vs})$, область I – оптимальное сочетание величин W и T_{vs} . Затем по мере увеличения номера области значения $W(T_{vs})$ удаляются от оптимальных. Число областей варьируется в зависимости от числа p прыжков и возможных

при этом вариантов var . Так при $p=10$ существует всего $var=2$ вариантов перепрыгивания лестничного пролета, число областей при этом равно двум (это минимальное число областей), а при $p=5$ ($var=13$) выделено максимальное число областей – восемь.

Взаимосвязь между вариантом реализации серии прыжков и областью параметров представлена в таблице.

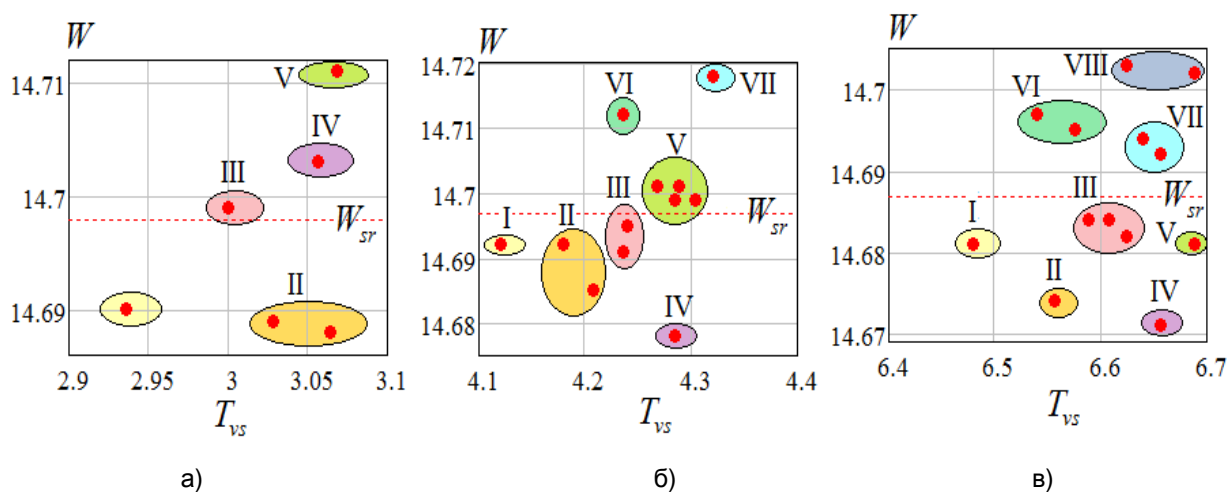


Рис. 3. Оптимизационные диаграммы $W(T_{vs})$: а – $p=2$, б – $p=3$, в – $p=5$
 Fig. 3. Optimization diagrams $W(T_{vs})$: а – $p=2$, б – $p=3$, в – $p=5$

Области параметров W и T_{vs} в зависимости от p и var
 Parameter areas W and T_{vs} depending at p and var

| var | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
|--------|---|-----|-----|-----|-----|-----|------|-----|-----|-----|-----|------|-----|----|
| $p=2$ | I | III | II | IV | V | II | - | - | - | - | - | - | - | - |
| $p=3$ | I | II | II | VII | III | III | VI | VI | V | IV | IV | VII | - | - |
| $p=4$ | I | II | III | III | III | VI | IV | VI | IV | VI | V | V | VII | V |
| $p=5$ | I | VI | II | VI | III | III | VIII | III | VII | VII | IV | VIII | V | - |
| $p=6$ | I | II | II | VII | V | V | III | VII | IV | VI | VII | - | - | - |
| $p=7$ | I | III | III | V | II | IV | VI | - | - | - | - | - | - | - |
| $p=8$ | I | IV | II | III | V | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| $p=9$ | I | II | III | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| $p=10$ | I | II | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |

По данной таблице видно, что оптимальным всегда является вариант $var=1$ реализации серии прыжков, при котором один прыжок осуществляется на максимально возможное число ступеней, а все остальные прыжки при этом происходят на одну ступень.

Распределение областей II – VIII по вариантам var имеет неявный характер.

Выводы

Статья посвящена исследованию вариантов реализации прыгающим роботом серий прыжков при преодолении лестничного пролета (при движении по нему вверх). Варианты отличаются числом прыжков, за которые преодолевается лестничный пролет, и распределением

ступеней пролета по прыжкам. Проведено численное исследование движения устройства, в результате которого установлено, что независимо от числа прыжков оптимальным вариантом является тот, при котором один прыжок осуществляется на максимально возможное число ступеней, а во время каждого из остальных происходит запрыгивание на одну ступень. В качестве критериев оптимизации использовались затрачиваемые на преодоление лестничного пролета энергия и время. Также построены оптимизационные диаграммы по двум ранее введенным критериям (затрачиваемым энергии и времени), на которых выделены области от I до VIII, I – область оптимальных значений.

Список литературы

1. Zhao J., Yan W., Xi N., Mutka M.W., Xiao L. A miniature 25 grams running and jumping robot // Robotics and Automation (ICRA): Proc. IEEE Intern. Conf., Hong Kong, China, 2014. P. 5115-5120.
2. Lambrecht B. G. A., Horchler A. D., Quinn R. D. A small, insect-inspired robot that runs and jumps // Robotics and Automation (ICRA): Proc. IEEE Intern. Conf., Barcelona, Spain, 2005. P. 1240-1245.
3. Xu Z., Lü T., Ling F. Trajectory planning of jumping over obstacles for hopping robot // J. of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering. 2008. Vol. 30. No. 4. P. 327-334.
4. Яцун С.Ф., Ворочаева Л.Ю., Савин С.И. Исследование вопросов управления ориентацией колесного прыгающего робота в полете // Мехатроника, автоматизация, управление. 2019. № 4. С. 236-243.
5. Vorochaeva L., Savin S. Study of the Acceleration Modes of a Jumping Robot for Two Cases of Realisation // Dynamics of Systems, Mechanisms and Machines (Dynamics): Proc. IEEE Conf., Omsk, Russia, 2018. P. 1–6.

6. Ворочаева Л.Ю., Мальчиков А.В., Савин С.И. Определение диапазонов допустимых значений геометрических параметров колесного прыгающего робота // Известия Юго-Западного государственного университета. 2018. Т. 22. № 1(76). С. 76-84. <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2018-22-1-76-84>.
7. Anitescu M., Potra, F.A. Formulating dynamic multi-rigid-body contact problems with friction as solvable linear complementarity problems // *Nonlinear Dynamics*. 1997. Vol. 14(3). P. 231-247.
8. Cottle R.W. Linear complementarity problem // Springer US. 2009. P. 1873-1878.
9. Avis D., Fukuda K. A pivoting algorithm for convex hulls and vertex enumeration of arrangements and polyhedral // *Discrete & Computational Geometry*. 1992. Vol. 8(3). P. 295-313.

Reference

1. Zhao J., Yan W., Xi N., Mutka M.W., Xiao L. A miniature 25 grams running and jumping robot. *Robotics and Automation (ICRA)*. Proc. IEEE Intern. Conf. Hong Kong, China, 2014, pp. 5115-5120.
2. Lambrecht B. G. A., Horchler A. D., Quinn R. D. A small, insect-inspired robot that runs and jumps. *Robotics and Automation (ICRA)*. Proc. IEEE Intern. Conf., Barcelona, Spain, 2005, pp. 1240-1245.
3. Xu Z., Lü T., Ling F. Trajectory planning of jumping over obstacles for hopping robot. *J. of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 2008, vol. 30, no. 4, pp. 327-334.
4. Jatsun S.F., Vorochaeva L.Yu., Savin S.I. Issledovanie voprosov upravleniya orientatsiei kolesnogo prygayushchego robota v polete [Study of Orientation Control for a Wheeled Jumping Robot in the Flight Phase of Motion]. *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie = Mechatronics, automation, control*, 2019, no.4, pp. 236-243 (In Russ.).
5. Vorochaeva L., Savin S. Study of the Acceleration Modes of a Jumping Robot for Two Cases of Realisation. *Dynamics of Systems, Mechanisms and Machines (Dynamics)*: Proc. IEEE Conf. Omsk, Russia, 2018, pp. 1–6.
6. Vorochaeva L.Yu., Malchikov A.V., Savin S.I. Opredelenie diapazonov dopustimykh znachenii geometricheskikh parametrov kolesnogo prygayushchego robota [Ranges of admissible values of geometric parameters of a wheeled jumping robot]. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta = Proceedings of the Southwest State University*, 2018, vol. 22, no. 1(76), pp. 76-84 (In Russ.). <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2018-22-1-76-84>.

7. Anitescu M., Potra F.A. Formulating dynamic multi-rigid-body contact problems with friction as solvable linear complementarity problems. *Nonlinear Dynamics*, 1997, vol. 14(3), pp. 231-247.

8. Cottle R.W. Linear complementarity problem. Springer US, 2009, pp. 1873-1878.

9. Avis D., Fukuda K. A pivoting algorithm for convex hulls and vertex enumeration of arrangements and polyhedral. *Discrete & Computational Geometry*, 1992, vol. 8(3), pp. 295-313.

Информация об авторах / Information about the Authors

Людмила Юрьевна Ворочаева, кандидат технических наук, доцент кафедры механики, мехатроники и робототехники, ФГБОУ ВО «Юго-Западный государственный университет», г. Курск, Российская Федерация, e-mail: mila180888@yandex.ru

Lyudmila Yu. Vorochaeva, Candidate of Engineering Science, Associate Professor, Mechanics and Robotics Department, Southwest State University, Kursk, Russian Federation e-mail: mila180888@yandex.ru

Сергей Игоревич Савин, кандидат технических наук, старший научный сотрудник лаборатории мехатроники, управления и прототипирования, Университет Иннополис, г. Иннополис, Российская Федерация, e-mail: s.savin@innopolis.ru

Sergey I. Savin, Candidate of Engineering Science, Senior Research Associate of Mechatronics, Management and Wireframing Laboratory, Innopolis University, Innopolis, Russian Federation e-mail: s.savin@innopolis.ru

Андрей Васильевич Мальчиков, кандидат технических наук, доцент кафедры механики, мехатроники и робототехники, ФГБОУ ВО «Юго-Западный государственный университет», г. Курск, Российская Федерация, e-mail: zveroknnp@gmail.com

Andrey V. Malchikov, Candidate of Engineering Science, Associate Professor, Mechanics and Robotics Department, Southwest State University, Kursk, Russian Federation e-mail: zveroknnp@gmail.com