#### Оригинальная статья / Original article

https://doi.org/10.21869/2223-1560-2021-25-4-145-161



# Модель параметров отклонений маршрута полёта беспилотных летательных аппаратов от заданной траектории

В. Г. Андронов  $^1 \bowtie$ , А. А. Чуев  $^1$ , А. А. Князев  $^1$ 

#### Резюме

**Цель исследования.** Расширение инструментария использования систем цифрового видеонаблюдения в интересах автономной навигации беспилотных летательных аппаратов в условиях потери сигналов от спутников.

Методы. Разработка математической модели отклонений беспилотного летательного аппарата от заданной траектории основана на теории фотограмметрии в части математического описания взаимной ориентации пары аэрокосмических снимков и параллаксов соответственных точек в зоне их перекрытия.

Результаты. Разработана математическая модель, устанавливающая функциональную связь параметров отклонений беспилотных летательных аппаратов от заданной траектории и изменений продольного и поперечного параллаксов перекрывающихся изображений подстилающей поверхности, обусловленных этими отклонениями. Получены количественные оценки влияния параметров отклонений на величину изменений продольного и поперечного параллаксов соответственных точек перекрывающихся изображений.

Заключение. Полученные функциональные зависимости обеспечивают возможность автономного обнаружения и оценки уровня отклонений беспилотного летательного аппарата от заданной траектории по углам тангажа, крена и рыскания, а также по высоте и направлению полёта. При этом кроме изображений подстилающей поверхности, получаемых и обрабатываемых в процессе полёта на борту беспилотных летательных аппаратов, не требуется использование другой информации, в том числе цифровых карт района их применения.

Ключевые слова: навигация; беспилотный летательный аппарат; фотограмметрическая модель; аэрофотосъёмка.

Конфликт интересов: Авторы декларируют отсутствие явных и потенциальных конфликтов интересов, связанных с публикацией настоящей статьи.

Для цитирования: Андронов В. Г., Чуев А. А., Князев А. А. Модель параметров отклонений маршрута полёта беспилотных летательных аппаратов от заданной траектории // Известия Юго-Западного государственного университета. 2021; 25(4): 145-161. https://doi.org/10.21869/2223-1560-2021-25-4-145-161.

Поступила в редакцию 30.11.2021

Подписана в печать 09.12.2021

Опубликована 20.12.2021

<sup>1</sup> Юго-Западный государственный университет ул. 50 лет Октября, д. 94, г. Курск 305040, Российская Федерация

<sup>©</sup> Андронов В. Г., Чуев А. А., Князев А. А., 2021

# Model of Parameters of the Flight Route Deviation of Unmanned Aerial Vehicles from a Specified Trajectory

## Vladimir G. Andronov <sup>1</sup> ⋈, Andrey A.Chuev <sup>1</sup>, Alexander A. Knyazev <sup>1</sup>

<sup>2</sup> Southwest State University 50 Let Oktyabrya str. 94, Kursk 305040, Russian Federation

⊠ e-mail: vladia58@mail.ru

#### Abstract

**Purpose of research** is to broaden the tools for using digital video surveillance systems for navigation of unmanned aerial vehicles in conditions of loss of signals from satellites.

**Methods.** The development of a mathematical model of deviations of an unmanned aerial vehicle from a specified trajectory is based on the theory of photogrammetry in terms of a mathematical description of the mutual orientation of a pair of aerospace images and parallaxes of the corresponding points in their overlap zone.

**Results.** A mathematical model that determines a functional relationship between the parameters of deviations of unmanned aerial vehicles from a given trajectory and changes in the longitudinal and transverse parallaxes of overlapping images of the underlying surface caused by these deviations, was developed. Quantitative estimates of the influence of deviation parameters on the magnitude of changes in the longitudinal and transverse parallaxes of the corresponding points of overlapping images were obtained.

**Conclusion.** The obtained functional dependencies provide the possibility of autonomous detection and assessment of the level of deviations of an unmanned aerial vehicle from a given trajectory in pitch, roll and yaw angles, as well as in altitude and direction of flight. At the same time, in addition to images of the underlying surface obtained and processed during flight on board unmanned aerial vehicles, the use of other information, including digital maps of the area of their application, is not required.

Keywords: navigation; unmanned aerial vehicle; photogrammetric model; aerial photography.

**Conflict of interest.** The authors declare the absence of obvious and potential conflicts of interest related to the publication of this article.

**For citation:** Andronov V. G., Chuev A. A., Knyazev A. A. Model of Parameters of the Flight Route Deviation of Unmanned Aerial Vehicles from a Specified Trajectory. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta = Proceedings of the Southwest State University*. 2021; 25(4): 145-161 (In Russ.). https://doi.org/ 10.21869/2223-1560-2021-25-4-145-161.

Received 30.11.2021 Accepted 09.12.2021 Published 20.12.2021

Введение

В настоящее время автоматическое управление в беспилотных летательных аппаратах (БЛА) осуществляется по данным от систем инерциальной и\или спутниковой навигации. Типовой состав контура инерциальной навигации современных БЛА включает в себя гироскопы, датчики угловых скоростей,

акселерометры, барометрические высотомеры, магнитометры [1-5]. Они обеспечивают получение и выдачу в систему автоматического управления информации о текущей ориентации БЛА по углам тангажа, крена и рыскания, его координатам, скорости и высоте полёта. Основным недостатком инерциальных систем БЛА, обусловленным накопле-

нием ошибок измерения, является зависимость точности от длительности автономной работы. При этом из-за ограничений по массе полезной нагрузки и габаритам БЛА наиболее высокая скорость накапливания ошибок характерна для микро БЛА самолётного типа весом до пяти килограмм. Поэтому на практике при высоких требованиях к точности навигации БЛА совместно с контуром инерциальной навигации используется приемник GPS, по сигналам которого выполняется планово-периодическая коррекция инерциальных измерений [6-8]. Это обеспечивает существенное повышение точности выработки полного навигационного решения по текущим координатам и углам ориентации БЛА. Вместе с тем известно [7-13], что в процессе полёта БЛА возможны потеря сигналов от спутников и отклонение маршрута полёта БЛА от заданной траектории, что может привести к снижению эффективности его целевого применения.

В этой связи актуальной является задача использования на борту БЛА дополнительных автономных систем, в частности систем цифровой видеонаблюдения подстилающей поверхности [14-19], и исследования их возможностей по повышению точности инерциальных измерений в условиях потере сигналов от спутников.

#### Материалы и методы

Процесс автоматического управления полётом БЛА по заданной траектории можно декомпозировать на три этапа. На первом этапе решается задача непрерывного слежения за параметрами полёта БЛА с целью обнаружения отклонений от заданной траектории и оценки уровня их влияния на эффективность выполнения поставленных целевых задач. Второй этап возникает, если обнаруженные отклонения наблюдаемых параметров превышают априорно задаваемый допустимый уровень. В этом случае решается задача определения их величины и выдача этих данных в автопилот. На третьем этапе выполняется устранение выявленных отклонений и возвращение БЛА на заданную траекторию. В данной работе предметом исследования является первый этап.

#### Вербальная постановка задачи

Будем полагать, что заданная траектория в штатном режиме полёта БЛА представляет собой прямолинейный горизонтальный маршрут, под которым здесь и далее понимается отсутствие программных (координированных) маневров по углам тангажа, крена и рыскания. При этом какое-то время после выхода БЛА на заданную траекторию сигналы от навигационных спутников поступают и используются интегрированной навигационной системой в штатном режиме. Параллельно этому цифровой фотокамерой на матрицах ПЗС, расположенной на борту БЛА перпендикулярно его

<sup>1</sup> ГОСТ 20058-80. Динамика летательных аппаратов в атмосфере. Термины, определения и обозначения (с поправками). М.: Изд-во стандартов, 1981.

продольной оси, производится непрерывная регистрация перекрывающихся изображений подстилающей поверхности. Пусть в какой-то момент времени происходит потеря сигналов от спутников и в этих условиях возникают некоординированные отклонения БЛА от заданной траектории, под которыми здесь и далее понимаются отклонения БЛА по углам тангажа, крена и рыскания, не превышающие пяти градусов.

Необходимо разработать математическую модель, устанавливающую функциональную связь параметров этих отклонений с фотограмметрическими характеристиками перекрывающихся изображений.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

- построение координатного пространства, связанного с БЛА и перекрывающимися изображениями;
- разработка математической модели, устанавливающей функциональную связь параметров отклонений БЛА от заданной траектории с фотограмметри-

ческими характеристиками перекрывающихся изображений;

 исследование влияния параметров отклонений траектории БЛА на величину изменений фотограмметрических характеристик перекрывающихся изображений.

#### Системы координат БЛА и изображений

Введём систему координат (СК) SXYZ, связанную с БЛА (рис.1).

Начало *S* разместим в центре проекции цифровой фотокамеры, который расположен в центре тяжести БЛА. Ось *SX* направим вдоль продольной оси БЛА в сторону полёта *r*, а оси *SY* и *SZ* – соответственно влево и вверх относительно направления полёта. Очевидно, что в штатном режиме горизонтального полёта БЛА (рис.2) его продольная ось будет параллельна местной горизонтали 1 и перпендикулярна местной вертикали 2, плоскость 3 параллельна плоскости местного горизонта, а плоскости 4 и 5 — перпендикулярны к ней соответственно в вертикальном и поперечном направлении.

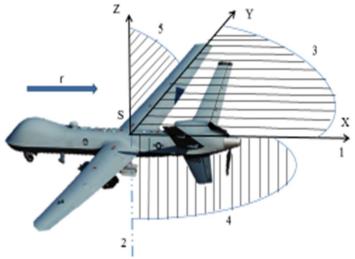


Рис. 1. Система координат SXYZ

Fig. 1. The SXYZ coordinate system

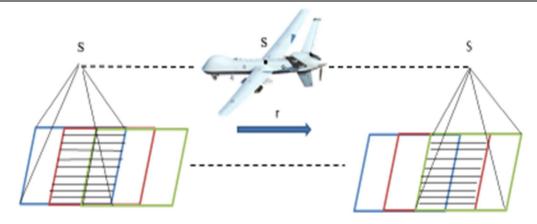


Рис. 2. Режим горизонтального полёта БЛА

Fig. 2. UAV horizontal flight mode

Положим далее, что из центров проекций  $S_1$  и  $S_2$  получены перекрывающиеся изображения  $P_1$  и  $P_2$  (рис.3,а).

При этом изображение  $P_1$  получено в штатном режиме горизонтального полёта БЛА и называется далее горизонтальным, а  $P_2$  – в условиях возникших некоординированных отклонений БЛА углам тангажа ν, крена ω и рыскания τ и называется далее наклонным.

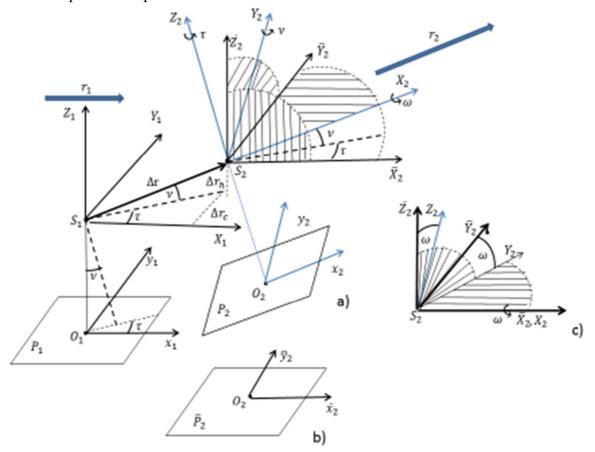


Рис. 3. Системы координат БЛА и перекрывающихся изображений

Fig. 3. UAV coordinate systems and overlapping images

В соответстви с ГОСТ  $\nu$  – угол между продольной осью БЛА и плоскостью местного горизонта;  $\omega$  – угол между поперечной осью БЛА и плоскостью местного горизонта, а  $\tau$  – угол между проекциями его продольной оси на горизонтальную плоскость при заданной и возмущённой траектории полёта БЛА $^1$ .

Параметры  $\Delta r_c = \Delta r_S \ tg \, \tau$  и  $\Delta r_h = \Delta r_S \ (tg \, v/\cos \tau)$  характеризуют отклонения траектории  $r_2$  от  $r_1$  по направлению и высоте полёта БЛА, где  $\Delta r_S$  – расстояние между центрами проекций  $S_1$  и  $S_2$  в плоскости местного горизонта.

Введём СК БЛА  $S_1X_1Y_1Z_1$  и  $S_2X_2Y_2Z_2$ , а также СК изображений  $O_1x_1y_1$ ,  $O_2x_2y_2$ , начала которых  $O_1$  и  $O_2$  расположим в геометрических центрах изображений  $P_1$  и  $P_2$ , а оси направим параллельно соответствующих осей СК БЛА. Будем также считать, что горизонтальное изображение  $\overline{P}_2$  (рис.3,б) получено путём трансформирования изображения  $P_2$  в горизонтальную проекцию. При этом оси СК  $O_2\overline{x}_2\overline{y}_2$  параллельны осям СК  $O_1x_1y_1$  и  $S_2\overline{X}_2\overline{Y}_2\overline{Z}_2$ .

Определим взаимную ориентацию СК  $S_1X_1Y_1Z_1$  и  $S_2X_2Y_2Z_2$  путём совмещения осей СК  $S_2X_2Y_2Z_2$  и  $S_2\overline{X}_2\overline{Y}_2\overline{Z}_2$ . При этом отметим следующее  $^1$ .

Угол v считается положительным, если продольная ось БЛА находится выше горизонтальной плоскости, а по-

ложительное направление оси S<sub>2</sub>Z<sub>2</sub> смещено назад относительно местной вертикали по направлению полёта. Тогда совмещение осей  $S_2Z_2$  и  $S_2\overline{Z}_2$  производится путём вращения вокруг оси Y2 на угол ν против часовой стрелки. Угол ω (см. рис. 3,с) считается положительным, если положительное направление оси S<sub>2</sub>Y<sub>2</sub> находится ниже плоскости местного горизонта. При этом ось  $S_2Y_2$  совмещается с осью  $S_2\overline{Y}_2$  поворотом вокруг оси Х2 на угол ω против часовой стрелки. Угол т считается положительным, если положительное направление оси S2X2 находится справа по направлению полёта БЛА. В этом случае оси  $S_2X_2$  и  $S_2\overline{X}_2$  совмещаются путём поворота вокруг оси  $Z_2$  на угол  $\tau$  против часовой стрелки. Поскольку на рис. 3,а направление оси S<sub>2</sub>X<sub>2</sub> показано слева от направления полёта БЛА, поворот вокруг оси  $Z_2$  производится на угол - $\tau$ . При этом вращения вокруг осей на углы -τ, ω и ν выполняются в последовательности  $S_2Z_2 \rightarrow S_2X_2 \rightarrow S_2Y_2$ , а перемножение полученных матриц поворотов - в обратном порядке.

Тогда матрица направляющих косинусов

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}, \tag{1}$$

описывающая взаимную ориентацию осей СК  $S_2X_2Y_2Z_2$  и  $S_2\overline{X}_2\overline{Y}_2\overline{Z}_2$ , и соответственно осей  $S_1X_1Y_1Z_1$  и  $S_2X_2Y_2Z_2$ , будет иметь следующий вид:

$$A = A_{\nu} A_{\omega} A_{\tau}, \qquad (2)$$

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> ГОСТ 20058-80. Динамика летательных аппаратов в атмосфере. Термины, определения и обозначения (с поправками). М.: Издательство стандартов, 1981.

где

$$\begin{split} A_{\nu} &= \begin{vmatrix} \cos \nu & 0 & \sin \nu \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \nu & 0 & \cos \nu \end{vmatrix}; \\ A_{\omega} &= \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \omega & \sin \omega \\ 0 & -\sin \omega & \cos \omega \end{vmatrix}; \\ A_{\tau} &= \begin{vmatrix} \cos \tau & -\sin \tau & 0 \\ \sin \tau & \cos \tau & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}; \end{split}$$

 $a_{11} = \cos \nu \cos \tau - \sin \nu \sin \omega \sin \tau$ ;

 $a_{12} = -\cos \nu \sin \tau - \sin \nu \sin \omega \cos \tau$ ;

 $a_{13} = \sin \nu \cos \omega$ ;

 $a_{21} = \cos \omega \sin \tau$ ;

 $a_{22} = \cos \omega \cos \tau$ ;

 $a_{23}=\sin \omega$ ;

 $a_{31} = -\sin v \cos \tau - \cos v \sin \omega \sin \tau$ ;

 $a_{32}$ =sinv sin  $\tau$  - cos  $\nu$  sin  $\omega$  cos  $\tau$ ;

 $a_{33} = \cos \nu \cos \omega$ .

При этом переход от СК  $X_2,Y_2,Z_2$  к  $\overline{X}_2,\overline{Y}_2,\overline{Z}_2$  будет описываться следующими выражениями [12]:

$$\begin{pmatrix} \overline{X}_2 \\ \overline{Y}_2 \\ \overline{Z}_2 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{pmatrix}.$$
 (3)

$$\begin{split} \overline{X}_2 &= a_{11} X_2 + a_{12} Y_2 + a_{13} Z_2. \\ \overline{Y}_2 &= a_{21} X_2 + a_{22} Y_2 + a_{23} Z_2. \\ \overline{Z}_2 &= a_{31} X_2 + a_{32} Y_2 + a_{33} Z_2. \end{split} \tag{4}$$

Поскольку оси СК  $S_2X_2Y_2Z_2$  и  $O_2x_2y_2$  параллельны,  $X_2\!\!=\!\!x_2;\!Y_2\!\!=\!\!y_2$   $Z_2\!\!=\!\!-\!f,$ где f — фокусное расстояние цифровой фотокамеры. Подставив эти выражения в (4), получим:

$$\begin{split} \overline{X}_2 &= a_{11} x_2 + a_{12} y_2 - a_{13} f; \\ \overline{Y}_2 &= a_{21} x_2 + a_{22} y_2 - a_{23} f; \\ \overline{Z}_2 &= a_{31} x_2 + a_{32} y_2 - a_{33} f. \end{split} \tag{5}$$

Формулы обратного перехода от СК  $\overline{X}_2, \overline{Y}_2, \overline{Z}_2$  к  $X_2 Y_2, Z_2$  имеют следующий вид:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{X}_2 \\ \mathbf{Y}_2 \\ \mathbf{Z}_2 \end{pmatrix} = \mathbf{A}^{\mathrm{T}} \begin{pmatrix} \overline{\mathbf{X}}_2 \\ \overline{\mathbf{Y}}_2 \\ \overline{\mathbf{Z}}_2 \end{pmatrix}. \tag{6}$$

$$X_{2}=a_{11}\overline{X}_{2}+a_{21}\overline{Y}_{2}-a_{31}f;$$

$$Y_{2}=a_{12}\overline{X}_{2}+a_{22}\overline{Y}_{2}-a_{32}f;$$

$$Z_{2}=a_{13}\overline{X}_{2}+a_{23}\overline{Y}_{2}-a_{33}f.$$
(7)

$$X_2 = a_{11}\bar{x}_2 + a_{21}\bar{y}_2 - a_{31}f;$$
  
 $Y_2 = a_{12}\bar{x}_2 + a_{22}\bar{y}_2 - a_{32}f;$  (8)

$$Z_2 = a_{13}\bar{x}_2 + a_{23}\bar{y}_2 - a_{33}f$$
.

И, наконец, взаимосвязь плоских координат точек изображений  $P_2$  и  $\overline{P}_2$  в СК  $O_2 x_2 y_2$  и  $O_2 \bar{x}_2 \bar{y}_2$  с учётом выражений (1) - (2) будет определяться известными соотношениями [6-8]:

$$\begin{cases} \overline{x}_{2} = -f \frac{a_{11} \overline{X}_{2} + a_{21} \overline{Y}_{2} - a_{31} f}{a_{31} x_{2} + a_{32} y_{2} - a_{33} f}; \\ \overline{y}_{2} = -f \frac{a_{12} \overline{X}_{2} + a_{22} \overline{Y}_{2} - a_{32} f}{a_{31} x_{2} + a_{32} y_{2} - a_{33} f}. \end{cases}$$
(9)

$$\begin{cases} x_{2} = -f \frac{a_{11} \overline{x}_{2} + a_{21} \overline{y}_{2} - a_{31} f}{a_{13} \overline{x}_{2} + a_{23} \overline{y}_{2} - a_{33} f}; \\ y_{2} = -f \frac{a_{12} \overline{x}_{2} + a_{22} \overline{y}_{2} - a_{32} f}{a_{13} \overline{x}_{2} + a_{23} \overline{y}_{2} - a_{33} f}. \end{cases}$$
(10)

Полученные функциональные зависимости (1) - (10) создают математическую основу для организации фотограмметрической обработки перекрывающихся изображений в интересах автономной навигации и ориентации БЛА.

## Модель параметров отклонений траектории БЛА

В качестве характеристик перекрывающихся изображений, позволяющих оценить возникновение и уровень некоординированных отклонений маршрута полёта БЛА от заданной траектории, будем использовать значения их продольных и поперечных параллаксов. Тогда, учитывая определения параллаксов перекрывающихся изображений [14, 18, 19] и принятые в формулах (1) – (10) обозначения, запишем:

$$p_1 = p_{III} = x_1 - \bar{x}_2; q_1 = q_{III} = y_1 - \bar{y}_2.$$
 (11)

$$p_2 = p_{\text{HIII}} = x_1 - x_2; q_2 = q_{\text{HIII}} = y_1 - y_2.$$
 (12)

В выражениях (11) — (12)  $p_1,q_1$  — продольные и поперечные параллаксы точек на перекрывающихся изображениях  $P_1$ ,  $\overline{P}_2$ , полученных в штатном режиме горизонтального полёта БЛА;  $p_2,q_2$  — продольные и поперечные параллаксы точек на перекрывающихся изображениях  $P_1$ ,  $P_2$ , последнее из которых получено в нештатном режиме.

Найдём разницы параллаксов  $\Delta p = p_2 - p_1$  и  $\Delta q = q_2 - q_1$ . С учётом выражения (10) имеем:

$$\Delta p = \overline{x}_2 + f \frac{a_{11}\overline{x}_2 + a_{21}\overline{y}_2 - a_{31}f}{a_{13}\overline{x}_2 + a_{23}\overline{y}_2 - a_{33}f}.$$
 (13)

$$\Delta q = \overline{y}_2 + f \frac{a_{12}\overline{x}_2 + a_{22}\overline{y}_2 - a_{32}f}{a_{13}\overline{x}_2 + a_{23}\overline{y}_2 - a_{33}f}.$$
 (14)

Преобразуем формулы  $\Delta r_c = \Delta r_S \operatorname{tg} \tau$ ,  $\Delta r_h = \Delta r_S (\operatorname{tg} v/\cos \tau)$  и выражения (3) на основе известных разложений тригонометрических функций sinx, cosx в ряд Тейлора [18]:

$$\sin x = x; \cos x = 1 - \frac{1}{2}x^2;$$

tg x=x.

$$\Delta r_c = \Delta r_S \tau.$$
 (15)

$$\Delta r_h = \Delta r_S(v/(1-\frac{1}{2}\tau^2)).$$
 (16)

Отбросив слагаемые, содержащие в выражении (3) произведения и степени

углов больше второго порядка (например,  $\tau^2 \nu$ ,  $\nu \omega \tau$ ), имеем:

$$a_{11}=1-\frac{1}{2}(v^{2}+\tau^{2}).$$

$$a_{12}=-(\tau+v).$$

$$a_{13}=v.$$

$$a_{21}=\tau.$$

$$a_{22}=1-\frac{1}{2}(\omega^{2}+\tau^{2})$$

$$a_{23}=\omega.$$

$$a_{31}=-(v+\omega\tau).$$

$$a_{32}=v\tau-\omega.$$

$$a_{33}=1-\frac{1}{2}(v^{2}+\omega^{2}).$$
(17)

После несложных преобразований получим:

$$\Delta p = \overline{x}_2 - P(1-\gamma)^{-1}. \tag{18}$$

$$\Delta q = \overline{y}_2 - Q(1 - \gamma)^{-1}, \tag{19}$$

где 
$$P=\overline{x}_2-\frac{1}{2}\overline{x}_2(v^2+\tau^2)+\overline{y}_2\tau+f(v+\omega\tau);$$
 
$$Q=\overline{y}_2-\frac{1}{2}\overline{y}_2(\omega^2+\tau^2)-\overline{x}_2(v+\tau)-f(v\tau-\omega);$$
 
$$\gamma=\frac{\overline{x}_2}{f}v+\frac{\overline{y}_2}{f}\omega+\frac{1}{2}(v^2+\omega^2).$$

На основе известного разложения [14] в ряд  $(1-\gamma)^{-1}=1+\gamma+\gamma^2+...$  и отбросив слагаемые, содержащие произведения углов и/или координат больше второго порядка (например,  $\tau^2 \nu$ ,  $\nu \omega \tau$ ,  $\bar{x}_2 \bar{y}_2^{-2}$ ), окончательно имеем:

$$\Delta p = -\frac{1}{2} \bar{x}_{2} (\omega^{2} - \tau^{2}) - \frac{\bar{x}_{2} \bar{y}_{2}}{f} (v\tau + \omega) - f(\omega \tau + v) - \frac{\bar{x}_{2}^{2}}{f} v - \bar{y}_{2} \tau.$$

$$\Delta q = \frac{1}{2} \bar{y}_{2} (v^{2} - \tau^{2}) + \bar{x}_{2} (v + \tau) - \frac{\bar{x}_{2} \bar{y}_{2}}{f} v - \frac{\bar{y}_{2}^{2}}{f} \omega + f(v\tau - \omega).$$
(21)

### Результаты и их обсуждение

Полученные выражения (15) – (16) и (20) – (21) описывают математическую модель параметров линейных и угловых отклонений маршрута БЛА от заданной траектории горизонтального полёта. При этом методическая погрешность модели не превышает 0,9%, что не критично для решения поставленных задач. Параметры  $\Delta p, \Delta q$  представляют собой разницу параллаксов соответственных точек между смежными перекрывающимися снимками, полученными в различных режимах полё-БЛА. В штатном режиме полёта БЛА все смежные перекрывающиеся снимки по условиям задачи являются горизонтальными, а в нештатном – один снимок является горизонтальным, а второй – наклонным, т.е. полученным при некоординированных отклонениях БЛА по углам тангажа, крена и рыскания. Нетрудно убедиться, что при  $\nu = \omega = \tau = 0$ разница параллаксов  $\Delta p = \Delta q = 0$ . При этом из выражений (11) – (12) вытекает, что для всех точек смежных горизонтальных снимков выполняются следующие условия:

$$\begin{cases} x_{i+1} - x_{i} = p_{II} = const; \\ y_{i+1} = y_{i}; q_{III} = 0, \end{cases}$$
 (22)

где  $p_{\text{III}}$ ,  $q_{\text{III}}$  – значения параллаксов изображений, полученных в штатном режиме горизонтального полёта БЛА.

Отсюда следует, что если в процессе полёта БЛА в штатном режиме возникает разница параллаксов точек на смежных изображениях, то это свидетельствует о наличии некоординированных отклонений БЛА. Для оценки уровня изменений параллаксов были проведены исследования чувствительности модели к величине угловых отклонений БЛА. Исследования проводились на основе экспериментальных данных (табл.1), сформированных для двух точек 1 и 2 макетных перекрывающихся горизонтальных снимков  $P_1$ и  $\bar{P}_2$  (рис.4). При этом за основу были взяты характеристики цифровой фотокамеры Nicon P700 [15, 16].

Полученные по формулам (20) – (21) оценки суммарного влияния угловых отклонений БЛА на величину изменений  $\Delta p$ ,  $\Delta q$  параллаксов точек перекрывающихся изображений представлены в табл. 2.

Для определения степени влияния каждого из углов ν,ω,τ на величину изменений  $\Delta p_{\nu}, \Delta p_{\tau}, \Delta p_{\omega}, \Delta q_{\nu}, \Delta q_{\tau} \Delta q_{\omega}$  продольного и поперечного параллаксов в формулах (20) – (21) полагалось, что  $\tau = \omega = 0; v = \omega = 0; v = \tau = 0.$  Полученные результаты приведены в табл. 3.

Значения отклонений траектории БЛА по высоте  $\Delta r_h$  и направлению полёта  $\Delta r_c$ , полученные по формулам (15) – (16), представлены в табл. 4.

Анализ полученных результатов исследования позволяет отметить следующее. При прямолинейном горизонтальном полёте БЛА по заданной траектории продольные параллаксы точек перекрывающихся снимков видеопотока не изменяются, а поперечные - равны нулю.

#### Таблица 1. Макетные данные

Table 1. Layout data

Матрица ПЗС /	Параме	Координаты	
CCD matrix	съёмки / the surveys	снимков / images	точек 1 и 2 / Coordinates of points 1 and 2
Длина: 8 мм; Ширина: 6 мм; Число пикселей: 3648 на 2736; Размер пикселя: 2,2·10 <sup>-6</sup> м	Фокусное расстояние фотокамеры: $f=2,4$ мм; Высота съёмки: $H=285$ м; Расстояние $S_1S_2$ : $\Delta r_S=95$ м	-4 мм $\le$ х <sub>1</sub> , $\bar{x}_2\le$ 4 мм; -3 мм $\le$ у <sub>1</sub> , $\bar{y}_2\le$ 3 мм; Коэффициент перекрытия: 50%; Продольный параллакс: р <sub>1</sub> =х <sub>1</sub> - $\bar{x}_2$ =4 мм; Поперечный параллакс: q <sub>1</sub> =у <sub>1</sub> - $\bar{y}_2$ =0	$x_1^{(1)} = 2_{MM}$ $y_1^{(1)} = 1,5_{MM}$ $\bar{x}_2^{(1)} = -2_{MM}$ $\bar{y}_2^{(1)} = 1,5_{MM}$ $x_1^{(2)} = 2_{MM}$ $y_1^{(2)} = -1,5_{MM}$ $\bar{x}_2^{(2)} = -2_{MM}$ $\bar{y}_2^{(2)} = -1,5_{MM}$

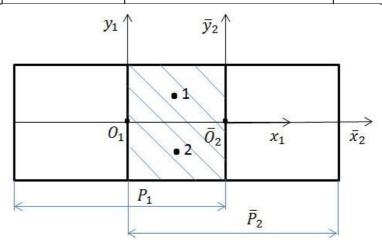


Рис. 4. Макетные снимки

Fig. 4. Layout shots

**Таблица 2.** Оценки влияния угловых отклонений БЛА на изменения параллаксов точек перекрывающихся изображений

Table 2. Estimates of the effect of UAV angular deviations on changes in parallax points of overlapping images

Изменения парал-	Уровень отклонений по углам / Level of angle deviations			
лаксов, точка 1/точка	ν=τ=ω, град / ν=τ=ω,deg.			
2, MM / Parallaxe				
changes, point 1/point	1	3	5	
2, mm				
$\Delta p_1/\Delta p_2$	-0,45/-0,41	-1,4/-1,26	-2,41/-2,17	
$\Delta q_1/\Delta q_2$	-0,48/-0,48	-1,4/-1,41	-2,26/-2,28	

Таблица 3. Степень влияния угловых отклонений БЛА на изменения параллаксов точек перекрывающихся изображений

Table 3. The degree of influence of UAV angular deviations on changes in point parallaxes overlapping images

Изм.	Уровень отклонений по углам / Level of angle deviations								
парал-	$\tau = \omega = 0$		$\nu = \omega = 0$		ν=τ=0				
лаксов,	ν, град		τ, град		ω, град				
MM /									
Parallex	1	3	5	1	3	5	1		3 5
changes,									
mm									
	Точка 1								
Δp <sub>ν</sub>	-0,422	-1,265	-2,109						
$\Delta p_{ au}$				-0,026	-0,081	-0,139			
$\Delta p_{\omega}$							0,003	0,009	0,019
$\Delta q_{\nu}$	-0,033	-0,096	-0,158						
$\Delta q_{ au}$				-0,035	-0,107	-0,180			
$\Delta q_{\omega}$							-0,42	-1,262	-2,103
	Точка 2								
$\Delta p_{\nu}$	-0,422	-1,265	-2,1089						
$\Delta p_{ au}$				0,026	0,076	0,123			
$\Delta p_{\omega}$							-0,002	-0,004	-0,003
$\Delta q_{\nu}$	-0,037	-0,113	-0,191						
$\Delta q_{ au}$				-0,035	-0,103	-0,169			
$\Delta q_{\omega}$							-0,42	-1,262	-2,103

Таблица 4. Отклонения БЛА по высоте и направлению полёта

Table 4. UAV deviations in altitude and direction of flight

Отклонения тра-	Значения отклонений по углам / Values of angle deviations				
ектории БЛА по	$\nu$ = $\tau$ = $\omega$ , град / $\nu$ = $\tau$ = $\omega$ , град				
высоте и направ-					
лению полёта, м /					
UAV route height	1	3	5		
and direction of					
flight deviations, m					
$\Delta r_{ m h}$	1.7	5,0	8,3		
$\Delta r_{\rm c}$	1,7	5,0	8,3		

Возникновение разницы в значениях продольных параллаксов смежных пар снимков и отличия от нуля их поперечных параллаксов может использоваться в качестве критерия возникновения некоординированных отклонений маршрута полёта БЛА от заданной траектории по высоте и направлению полёта.

Если принять величину параллаксов  $p_{\rm m}$ , $q_{\rm m}$  в штатном режиме съёмки за 100%, то при возникновении некоорди-

нированных отклонений по углам тангажа, крена и рыскания степень изменений параллаксов  $\Delta p = p_{\text{нш}}/p_{\text{ш}}$  и  $\Delta q = q_{\text{нш}}/q_{\text{нш}}$  линейно возрастает и при пяти градусах составляет более 50% (рис. 5). При этом по сравнению с другими углами определяющий вклад (порядка 90%) в уровень изменения продольного параллакса вносят отклонения по углу тангажа, а поперечного — по углу крена (рис. 6).

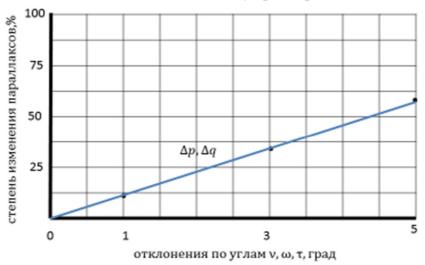
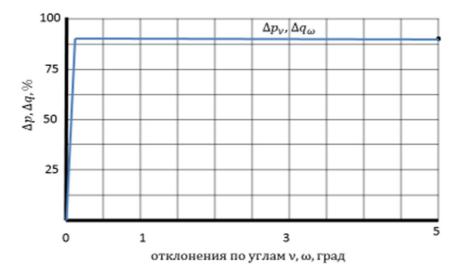


Рис. 5. Изменения параллаксов при угловых отклонениях БЛА

Fig. 5. Measurements of parallaxes at UAV angular deviations



**Рис. 6.** Удельный вклад в уровень изменений параллаксов углов  $v,\omega$ 

Fig. 6. Specific contribution of deviations at pitch and roll angles  $v,\omega$ 

Отметим также, что рассматриваемые угловые отклонения в один, три и пять градусов приводят к изменениям траектории по высоте и направлению полёта БЛА соответственно на 1,7, 5,0 и 8,3 м.

#### Выводы

При прямолинейном горизонтальном полёте беспилотных летательных аппаратов по заданной траектории продольные параллаксы точек перекрывающихся снимков видеопотока не изменяются, а поперечные – равны нулю. Возникновение разницы в значениях продольных параллаксов смежных пар снимков и отличия от нуля их поперечных параллаксов может использоваться в качестве критерия для автоматического обнаружения некоординированных отклонений маршрута полёта от заданной траектории по высоте и направлению полёта.

Разработанная математическая модель устанавливает функциональную связь параметров отклонений беспилотных летательных аппаратов от заданной траектории и изменений продольного и поперечного параллаксов перекрывающихся изображений подстилающей поверхности, обусловленных этими отклонениями, что позволяет её использовать в задачах автоматического обнаружения и оценки величины отклонений от заданной траектории.

Уровень изменений как продольного, так и поперечного параллакса при возникновении некоординированных отклонений по углам тангажа, крена и рыскания имеет один порядок, линейно возрастает с их увеличением и при пяти градусах составляет более 50% от значений параллаксов в штатном горизонтальном полёте беспилотных летательных аппаратов.

Определяющий вклад в уровень изменений продольного и поперечного параллаксов, составляющий порядка 90%, вносят отклонения беспилотных летательных аппаратов по углам тангажа и крена.

#### Список литературы

- 1. Распопов В.Я., Шведов А.П. Решение задачи ориентации для беспилотных летательных аппаратов // Гироскопия и навигация. 2011. № 2. С. 26-27.
- 2. Andronov V.G., Emelyanov S.G. Autonomous navigation and attitude control of spacecrafts on near-earth circular orbits // Journal of applied engineering science. 2018. Vol.16, № 1. P. 107-110.
- 3. Kikutis R., Stankūnas J., Rudinskas D. Autonomous unmanned aerial vehicle flight accuracy evaluation for three different path-tracking algorithms // Transport. 2019. № 34(6). P. 652-661.
- 4. Kinematics and plane decomposition algorithm for non linear path planning navigation and tracking of unmanned aerial vehicles / L. Arulmurugan, S. Raghavendra Prabhu,

- M. Ilangkumaran, V. Suresh, R. Saravanakumar, R., M. Raghunath // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2020. № 995(1). P. 012019. URL: https:// iopscience.iop.org/article/10.1088/1757-899X/995/1/012019/pdf (дата обращения: 20.11.2021).
- 5. Review of multi-modal image matching assisted inertial navigation positioning technology for unmanned aerial vehicle / S. Luo, H. Liu, M. Hu, J. Dong // Guofang Keji Daxue Xuebao/Journal of National University of Defense Technology. 2020. Vol. 42. № 6. P. 1-10.
- 6. Салычев О.С. Автопилот БПЛА с Инерциальной Интегрированной Системой основа безопасной эксплуатации беспилотных комплексов. URL: http://www.teknol.ru/trash/uav autopilot salychev 2602182965.pdf (дата обращения: 24.11.2021).
- 7. Зинченко О.Н. Беспилотный летательный аппарат: применение в целях аэрофотосъемки для картографирования. М.: Ракурс, 2011. 12 с.
- 8. Определение навигационных параметров беспилотного летательного аппарата на базе фотоизображения и инерциальных измерений / Д.А. Антонов, М.В. Жарков, И.М. Кузнецов, Е.М. Лунев, А.Н. Пронькин // Труды МАИ. 2016. Вып. № 91. С. 1-26.
- 9. Андронов В.Г., Емельянов С.Г. Автономное определение элементов внешнего ориентирования космических снимков // Известия Юго-Западного государственного университета. Серия: Управление, вычислительная техника, информатика. Медицинское приборостроение. 2016. № 2(19). С. 77-87.
- 10. Андронов В.Г., Емельянов С.Г. Метод автономной навигации космических аппаратов // Известия Юго-Западного государственного университета. 2016. № 2(65). С. 65-73.
- 11. Андронов В.Г., Емельянов С.Г. Астронавигация космических аппаратов на круговых околоземных орбитах // Известия Юго-Западного государственного университета. 2016. № 3(66). С. 34-44.
- 12. Андронов В.Г. Технология априорной оценки качества космической оптикоэлектронной съёмки // Известия Юго-Западного государственного университета. 2014.  $\mathbb{N}$  3(54). С. 8-12.
- 13. Андронов В.Г. Априорная оценка качества космической оптико-электронной съёмки // Известия Юго-Западного государственного университета. Серия: Управление, вычислительная техника, информатика. Медицинское приборостроение. 2014. № 1. С. 36-40.
  - 14. Назаров А.С. Фотограмметрия. Минск: Тетра Системс, 2006. 368 с.
- 15. Раков Д.Н., Никитин В.Н. Выбор цифрового неметрического фотоаппарата для беспилотного аэрофотосъёмочного комплекса // Интерэкспо Гео-Сибирь. 2012. № 7. С. 27-36.
- 16. Костюк А.С. Особенности аэрофотосъёмки со сверхлёгких беспилотных летательных аппаратов // Омский научный вестник, 2011. № 1 (104). С. 236-240.

- 17. Гермак О.В. Определение элементов взаимного ориентирования снимков // Науковедение: интернет-журнал, 2012. № 4. С. 1-5.
- 18. Ардентов А. А., Бесчастный И. Ю., Маштаков А. П. [и др.] Алгоритмы вычисления положения и ориентации БПЛА // Программные системы: теория и приложения. 2012. T. 3. № 3(12). C. 23-38.
- 19. Hosseini K., Ebadi H., Farnood Ahmadi F. Determining the location of UAVs automatically using aerial or remotely sensed high-resolution images for intelligent navigation of UAVs at the time of disconnection with GPS // Journal of the Indian Society of Remote Sensing. 2020. № 48(12). P. 1675-1689. https://doi.org/10.1007/s12524-020-01187-4

#### References

- 1. Raspopov V.Ya., Shvedov A.P. Reshenie zadachi orientatsii dlya bespilotnykh letatel'nykh apparatov [Solving the orientation problem for unmanned aerial vehicles]. Giros*kopiya i navigatsiya = Gyroscopy and Navigation*, 2011, no. 2, pp. 26-27.
- 2. Andronov V.G., Emelyanov S.G. Autonomous navigation and attitude control of spacecrafts on near-earth circular orbits. Journal of applied engineering science. 2018, vol.16, no. 1, pp. 107-110.
- 3. Kikutis R., Stankūnas J., Rudinskas D. Autonomous unmanned aerial vehicle flight accuracy evaluation for three different path-tracking algorithms. Transport, 2019, no. 34(6), pp. 652-661.
- 4. Arulmurugan L., Raghavendra Prabhu S., Ilangkumaran M., Suresh V., Saravanakumar R., R., Raghunath M. Kinematics and plane decomposition algorithm for non linear path planning navigation and tracking of unmanned aerial vehicles. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 2020, no. 995(1), pp. 012019. URL: https://iopscience.iop.org/article/10.1088/ 1757-899X/995/1/012019/pdf (accessed: 20.11.2021).
- 5. Luo S., Liu H., Hu M., Dong J. Review of multi-modal image matching assisted inertial navigation positioning technology for unmanned aerial vehicle. Guofang Keji Daxue *Xuebao/Journal of National University of Defense Technology*, 2020, vol. 42, no. 6, pp. 1-10.
- 6. Salychev O.S. Avtopilot BPLA s Inertsial'noi Integrirovannoi Sistemoi osnova bezopasnoi ekspluatatsii bespilotnykh kompleksov [UAV autopilot with an Inertial Integrated System is the basis for the safe operation of unmanned complexes]. Available at: http://www.teknol.ru/trash/ uav\_autopilot\_salychev\_2602182965.pdf (accessed: 24.11.2021).
- 7. Zinchenko O.N. Bespilotnyi letatel'nyi apparat: primenenie v tselyakh aerofotos"emki dlya kartografirovaniya [Unmanned aerial vehicle: application for aerial photography for mapping]. Moscow, 2011, 12 p.
- 8. Antonov D.A., Zharkov M.V., Kuznetsov I.M., Lunev E.M., Pronkin A.N. Opredelenie navigatsionnykh parametrov bespilotnogo letatel'nogo apparata na baze fotoizobrazheniya

- i inertsial'nykh izmerenii [Determination of navigation parameters of an unmanned aerial vehicle based on photographic images and inertial measurements].  $Trudy\ MAI = Proceedings\ of\ MAI$ , 2016, is. No 91, pp. 1-26.
- 9. Andronov V.G., Yemelyanov S.G. Avtonomnoe opredelenie elementov vneshnego orientirovaniya kosmicheskikh snimkov [Autonomous determination of elements of external orientation of satellite images]. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta*. Seriya: Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika, informatika. Meditsinskoe priborostroenie = Proceedings of the Southwest State University. Series: Control, Computing Engineering, Information Science. Medical Instruments Engineering, 2016, no. 2(19), pp. 77-87.
- 10. Andronov V.G., Emelyanov S.G. Metod avtonomnoi navigatsii kosmicheskikh apparatov [Method of autonomous navigation of spacecraft]. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudar-stvennogo universiteta = Proceedings of the Southwest State University*, 2016, no. 2(65), pp. 65-73.
- 11. Andronov V.G., Emelyanov S.G. Astronavigatsiya kosmicheskikh apparatov na krugovykh okolozemnykh orbitakh [Astronavigation of spacecraft in circular near-Earth orbits]. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta = Proceedings of the Southwest State University*, 2016, no. 3(66), pp. 34-44.
- 12. Andronov V.G. Tekhnologiya apriornoi otsenki kachestva kosmicheskoi optikoelektronnoi s"emki [Technology of a priori assessment of the quality of space opticalelectronic survey]. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta = Proceedings* of the Southwest State University, no. 3(54), 2014, pp. 8-12.
- 13. Andronov V.G. Apriornaya otsenka kachestva kosmicheskoi optiko-elektronnoi s"emki [A priori assessment of the quality of space optical-electronic survey]. *Izvestiya Yu-go-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika, informatika. Meditsinskoe priborostroenie = Proceedings of the Southwest State University. Series: Control, Computing Engineering, Information Science. Medical Instruments Engineering,* no. 1, 2014, pp. 36-40.
- 14. Nazarov A.S. *Fotogrammetriya* [Photogrammetry]. Minsk, TetraSystems Publ., 2006. 368 p.
- 15. Rakov D.N., Nikitin V.N. Vybor tsifrovogo nemetricheskogo fotoapparata dlya bespilotnogo aerofotos"emochnogo kompleksa [The choice of a digital non-metric camera for an unmanned aerial photography complex]. *Interexpo Geo-Siberia*, 2012, no. 7, pp. 27-36.
- 16. Kostyuk A.S. Osobennosti aerofotos"emki so sverkhlegkikh bespilotnykh letatel'nykh apparatov [Features of aerial photography from ultralight unmanned aerial vehicles]. *Omskii nauchnyi vestnik = Omsk Scientific Bulletin*, 2011, no. 1 (104), pp. 236-240.
- 17. Germak O.V. Opredelenie elementov vzaimnogo orientirovaniya snimkov [Determination of elements of mutual orientation of images]. *Naukovedenie* = *Science Studies*, 2012, no. 4, pp. 1-5.

- 18. Ardentov A. A., Beschastny I. Y., Mashtakov A. P. [etc.] Algoritmy vychisleniya polozheniya i orientatsii BPLA [Algorithms for calculating the position and orientation of the UAV]. Programmye sistemy: teoriya i prilozheniya = Software systems: theory and applications, 2012, vol. 3, no. 3(12), pp. 23-38.
- 19. Hosseini K., Ebadi H., Farnood Ahmadi F. Determining the location of UAVs automatically using aerial or remotely sensed high-resolution images for intelligent navigation of UAVs at the time of disconnection with GPS. Journal of the Indian Society of Remote Sensing. 2020, no. 48(12), pp. 1675-1689. https://doi.org/10.1007/s12524-020-01187-4

### Информация об авторах / Information about the Authors

Андронов Владимир Германович, доктор технических наук, заведующий кафедрой Космического приборостроения и систем связи, Юго-Западный государственный университет, г. Курск, Российская Федерация, e-mail: vladia58@mail.ru

Чуев Андрей Алексеевич, аспирант кафедры Космического приборостроения и систем связи, Юго-Западный государственный университет, г. Курск, Российская Федерация, e-mail: kpiss-swsu@yandex.ru

Князев Александр Александрович, студент кафедры Космического приборостроения и систем связи, Юго-Западный государственный университет, г. Курск, Российская Федерация, e-mail: 163497.12@mail.ru

Vladimir G. Andronov, Dr. of Sci. (Engineering), Head of the Department of Space Instrumentation and Communication Systems, Southwest State University, Kursk, Russian Federation, e-mail: vladia58@mail.ru

Andrey A. Chuev, Post-Graduate Student Space Instrumentation and Communication Systems Department, Southwest State University, Kursk, Russian Federation, e-mail: kpiss-swsu@yandex.ru

Alexander A. Knyazev, Student, Space Instrumentation and Communication Systems Department, Southwest State University, Kursk, Russian Federation, e-mail: 163497.12@mail.ru