Оригинальная статья / Original article

https://doi.org/10.21869/2223-1560-2021-25-2-83-92

CC BY 4.0

О двухчастотных колебаниях электропривода постоянного тока с импульсным управлением

О.О. Яночкина [1] ✉

[1] Юго-Западный государственный университет
ул. 50 лет Октября 94, г. Курск 305040, Российская Федерация

✉ e-mail: yanoolga@gmail.com

Резюме

Цель исследования. *Анализ бифуркаций двухчастотных колебаний электропривода постоянного тока с широтно-импульсным управлением.*

Методы. *Исследования основаны на построении стробоскопического отображения Пуанкаре, расчете седловых периодических орбит и их устойчивых и неустойчивых инвариантных многообразий.*

Результаты. *Выполнено исследование механизмов возникновения двухчастотных колебаний из теряющего устойчивость периодического движения в электроприводе постоянного тока с широтно-импульсным управлением. Изучена нелокальная седло-узловая бифуркация, приводящая к резонансу (синхронизации) на торе, характеризуемом парой независимых частот, когда их отношение становится рациональным числом.*

Заключение. *Проведен бифуркационный анализ системы управления электроприводом постоянного тока, динамика которой описывается негладкими неавтономными дифференциальными уравнениями. Исследования проводились на итерируемом отображении, полученном из указанного векторного поля в аналитическом виде. Показано, что рассматриваемая система демонстрирует двухчастотные колебания, которые возникают через бифуркацию Неймарка-Саккера. В фазовом пространстве дискретной модели колебаниям с двумя независимыми частотами соответствует замкнутая инвариантная кривая. Показано, что если эти частоты соотносятся кратно, то происходит резонанс, когда динамика становится периодической. Но при этом замкнутая кривая остается инвариантной, а предельные точки орбиты образуют пару периодических циклов – устойчивый и седловой, отвечающих рациональному отношению частот. Замкнутая инвариантная кривая образована неустойчивыми многообразиями седлового цикла. Если же отношение частот иррациональное, то динамика квазипериодическая. Орбиты такого движения всюду плотно заполняют замкнутую кривую.*

Ключевые слова: *система управления электроприводом; бифуркация Неймарка-Сакера; замкнутая инвариантная кривая; двухчастотные колебания; дифференциальные уравнения с разрывной правой частью.*

Конфликт интересов: *Автор декларирует отсутствие явных и потенциальных конфликтов интересов, связанных с публикацией настоящей статьи.*

Благодарности: *Работа выполнена под руководством д-ра техн. наук, профессора, профессора кафедры вычислительной техники ФГБОУ ВО «Юго-Западный государственный университет» Ж.Т. Жусубалиева*

© Яночкина О.О., 2021

Для цитирования: Яночкина О.О. О двухчастотных колебаниях электропривода постоянного тока с импульсным управлением // Известия Юго-Западного государственного университета. 2021; 25(2): 83-92. https://doi.org/10.21869/2223-1560-2021-25-2-83-92.

Поступила в редакцию 26.03.2021 *Подписана в печать 06.05.2021* *Опубликована 24.08.2021*

On Two-Frequency Oscillations of a DC Electric Drive with Pulse Control

Olga O. Yanochkina [1] ✉

[1] Southwest State University
50 Let Oktyabrya str. 94, Kursk 305040, Russian Federation

✉ e-mail: yanoolga@gmail.com

Abstract

Purpose of research *is of the paper is to analyze bifurcations of two-frequency oscillations of a DC electric drive with pulse-width control.*

Methods. *The research is based on the construction of a stroboscopic Poincare map, the calculation of saddle periodic orbits and their stable and unstable invariant manifolds.*

Results. *The study of the mechanisms of the occurrence of two-frequency oscillations from a periodic motion that loses stability in a DC electric drive with pulse-width control was carried out. A non-local saddle-node bifurcation leading to resonance (synchronization) on a torus characterized by a pair of independent frequencies when their ratio becomes a rational number, was studied.*

Conclusion. *A bifurcation analysis of the control system of a DC electric drive, the dynamics of which is described by non-smooth nonautonomous differential equations, was carried out. The research was conducted on an iterable map obtained from the specified vector field in an analytical form. It is shown that the system under consideration demonstrates two-frequency oscillations that occur through the Neimark-Sacker bifurcation. In the phase space of the discrete model, a closed invariant curve corresponds to oscillations with two independent frequencies. It is shown that if these frequencies are correlated multiply, then a resonance occurs when the dynamics becomes periodic. But at the same time, the closed curve remains invariant, and the limit points of the orbit form a pair of periodic cycles – stable and saddle, corresponding to a rational frequency ratio. A closed invariant curve is formed by unstable manifolds of a saddle cycle. If the frequency ratio is irrational, then the dynamics is quasi-periodic. The orbits of such motion fill the closed curve everywhere densely.*

Keywords: *electric drive control system; Neimark-Sacker bifurcation; closed invariant curve; two-frequency oscillations; differential equations with discontinuous right-hand side.*

Conflict of interest. *The author declare the absence of obvious and potential conflicts of interest related to the publication of this article.*

Acknowledgements: *The work was carried out under the guidance of Doctor of Sciences (Engineering), Professor of the Department of Computer Engineering of the Southwest State University Zhusubaliev Zh. T.*

For citation: Yanochkina O. O. On Two-Frequency Oscillations of a DC Electric Drive with Pulse Control. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta = Proceedings of the Southwest State University*. 2021; 25(2): 83-92 (In Russ.). https://doi.org/ 10.21869/2223-1560-2021-25-2-83-92.

Received 26.03.2021 *Accepted 06.05.2021* *Published 24.08.2021*

***

Введение

Двухчастотные колебания – широко распространенное явление в природе и технике [1–9]. В классическом случае такие режимы возникают через бифуркацию Андронова-Хопфа (в векторных полях) или Неймарка-Саккера (в итерируемых отображениях) [1–9]. В фазовом пространстве динамической системы двухчастотным колебаниям соответствует двумерный тор. Динамика на торе зависит от числа вращения, которое представляет отношение двух независимых частот. Если оно иррациональное число, то динамика квазипериодическая. В этом случае любая траектория динамической системы со временем всюду плотно заполняет поверхность тора, а в поперечном его сечении точки пересечения орбиты образуют замкнутую инвариантную кривую [1–15].

Если же число вращения рациональное число, то динамика периодическая, происходит захват частоты, когда при вариации параметров колебания с двумя независимыми частотами переходят в периодическое движение с общим периодом [1–15].

В представленной работе исследуются механизмы рождения двухчастотных колебаний и резонансных явлений в электроприводе постоянного тока с импульсным управлением.

Материалы и методы

На рис. 1 представлена схема замещения электропривода постоянного тока с широтно-импульсным регулированием угловой частоты вращения ротора [16].

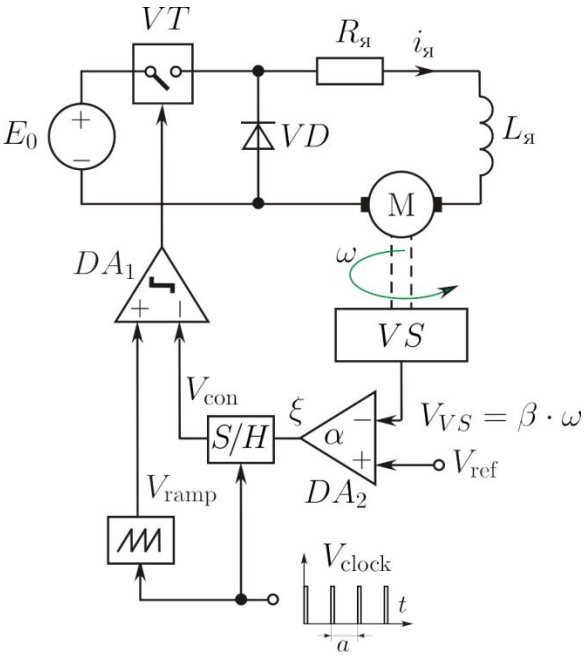

Рис. 1. Схема замещения системы управления

Fig. 1. Control system equivalent circuit

Здесь VT – импульсный ключ; VD – диод, замыкающий ток якоря при выключении VT; E_0 – напряжение питания; M – двигатель постоянного тока с независимым возбуждением, например, с постоянными магнитами; VS – датчик угловой частоты вращения ротора ω. Регулятор состоит из усилителя сигнала ошибки DA_2 и источника опорного напряжения V_{ref}. Величина V_{ref} пропорциональна величине сигнала задания частоты вращения ротора. Компаратор DA_1, устройство выборки-хранения S/H, генератор тактовых импульсов V_{clock} и формирователь пилообразного напряжения $V_{ramp}(t)$ образуют модулятор,

реализующий широтно-им-пульсную модуляцию первого рода [17].

Математическая модель электропривода согласно рис.1 представляется системой дифференциальных уравнений вида [16]

$$\frac{d\mathrm{X}}{dt} = G(t,\mathrm{X}),\ \ x = (x_1, x_2)^T,$$

$$G = (g_1, g_2)^T, \qquad (1)$$

$$g_1 = -\frac{R_я}{L_я}x_1 - \frac{C_\omega}{L_я}x_2 + \frac{E_0}{L_я}\mathrm{K_F},$$

$$g_2 = \frac{C_\omega}{J}x_1 - \frac{M_c}{J},$$

где $\mathrm{K_F} = \frac{1}{2}\left[1 - sign\left(\xi_k - V_{ramp}(t)\right)\right]$,

$\xi_k = \xi(t)|_{t=a\lfloor t/a\rfloor}$, $\xi(t) = \alpha\cdot\left(V_{ref} - \beta x_2(t)\right)$;

$$V_{ramp}(t) = \frac{V_0}{\alpha}\left(t/a - \lfloor t/a\rfloor\right).$$

Здесь x_1 – ток якоря $i_я$; x_2 – угловая частота вращения ротора ω; $L_я$ и $R_я$ – соответственно, суммарная индуктивность и сопротивление якорной цепи двигателя; C_ω – постоянная двигателя; J – момент инерции, приведённый к валу; M_c – статический момент; ξ и $\mathrm{K_F}$ – соответственно, сигналы на входе и на выходе модулятора; $\lfloor t/a\rfloor$ – функция, выделяющая целую часть аргумента t/a; $V_{vs} = \beta x_2$ – выходной сигнал датчика VS, где β – чувствительность датчика; V_0 – опорный сигнал модулятора; α – коэффициент усиления корректирующего звена DA_2; a – период следования импульсов тактового генератора.

Параметры:

$R_я = 0{,}53$ Ом, $L_я = 0{,}53\cdot10^{-3}$ Гн;

$C_\omega = 0{,}362$ В·с, $J = 0{,}001884$ кг·м^2;

$M_c = 10$ Н·м; $V_{ref} = 3$ В; $V_0 = 10$ В;

$\beta = 0{,}0318$ В/с; $E_0 = 35{,}0$ В; $0 < \alpha < 120$.

Собственные значения λ_1 и λ_2 матрицы коэффициентов уравнений (1) действительны и отрицательны:

$$\lambda_1 = -\frac{R_я}{2\cdot L_я} + \sqrt{\frac{R_я^2}{4L_я^2} + \frac{C_\omega^2}{J\cdot L_я}};$$

$$\lambda_2 = -\frac{R_я}{2\cdot L_я} - \sqrt{\frac{R_я^2}{4L_я^2} + \frac{C_\omega^2}{J\cdot L_я}}.$$

От переменных x_1, x_2 перейдем к безразмерным переменным x, y с помощью замены [11 – 13, 16,17]:

$$x_1 = \frac{E_0}{L_я(\lambda_1 - \lambda_2)}\left(\frac{\lambda_2 + R_я/L_я}{\lambda_1}x - \frac{\lambda_1 + R_я/L_я}{\lambda_2}y\right),$$

$$x_2 = \frac{E_0\cdot C_\omega}{J\cdot L_я\cdot(\lambda_2 - \lambda_1)}\left(\frac{x}{\lambda_1} - \frac{y}{\lambda_2}\right). \qquad (2)$$

Подставив (2) в (1) и разрешив (1) относительно производных, получим:

$$\dot{x} = \lambda_1\left(x - \mathrm{K_F} + \Omega_1\right);$$

$$\dot{y} = \lambda_2\left(y - \mathrm{K_F} + \Omega_2\right), \qquad (3)$$

$$\mathrm{K_F} = \begin{cases} 1, & \xi_k > 0, \\ 0, & \xi_k \le 0, \end{cases}$$

$$\xi_k = \varphi_k - \eta(t),\ \varphi_k = vy_k - x_k + q,$$

$$\eta(t) = \frac{P}{\alpha}\left(t/a - \lfloor t/a\rfloor\right),$$

$$x_k = x(ka),\ y_k = y(ka),\ k = 0,1,2,\ldots,$$

где $P = \frac{V_0\cdot C_\omega(\lambda_2 - \lambda_1)}{\beta\lambda_2 E_0}$, $q = \frac{V_{ref}}{V_0}P$,

$$v = \lambda_1/\lambda_2,\ \Omega_1 = \frac{M_c\cdot C_\omega}{E_0\cdot J\cdot\left(\lambda_2 + R_я/L_я\right)},$$

$$\Omega_2 = \frac{M_c\cdot C_\omega}{E_0\cdot J\cdot\left(\lambda_1 + R_я/L_я\right)}.$$

Динамическая система (3) была сведена к кусочно-гладкому отображению [17,18]:

$$F:(x,y)\to F(x,y), \qquad (4)$$

$$F(x,y)=\begin{cases} F_L(x,y), & \vartheta y-x+q>\dfrac{P}{\alpha}, \\ F_M(x,y), & 0<\vartheta y-x+q<\dfrac{P}{\alpha}, \\ F_R(x,y), & \vartheta y-x+q<0. \end{cases} \qquad (5)$$

Здесь

$$F_L(x,y)=\begin{pmatrix} e^{a\lambda_1}(x-1+\Omega_1)+1-\Omega_1 \\ e^{a\lambda_2}(y-1+\Omega_2)+1-\Omega_2 \end{pmatrix};$$

$$F_R(x,y)=\begin{pmatrix} e^{a\lambda_1}(x+\Omega_1)-\Omega_1 \\ e^{a\lambda_2}(y+\Omega_2)-\Omega_2 \end{pmatrix};$$

$$F_M(x,y)=\begin{pmatrix} e^{a\lambda_1}(x-1+\Omega_1)+e^{a\lambda_1(1-z)}-\Omega_1 \\ e^{a\lambda_2}(y-1+\Omega_2)+e^{a\lambda_2(1-z)}-\Omega_2 \end{pmatrix},$$

$$z=\frac{\alpha}{P}\cdot\varphi,\ \varphi=\vartheta y-x+q\ .$$

Результаты и их обсуждение

На рис.2(а) представлены результаты бифуркационного анализа, выполненного при вариации параметра α в диапазоне $34.84<\alpha<36.5$.

При $\alpha<\alpha_{NS}$ существует устойчивая гиперболическая неподвижная точка: комплексно-сопряженная пара мультипликаторов находится внутри единичного круга. Такая неподвижная точка называется устойчивым фокусом.

В точке $\alpha=\alpha_{NS}$ мультипликаторы выходят на границу единичного круга. В этом случае говорят, что неподвижная точка становится негиперболической. Негиперболическая неподвижная точка с комплексно-сопряженной парой мультипликаторов, лежащих на границе единичного круга, является асимптотически устойчивой [7].

При дальнейшем увеличении коэффициента усиления α абсолютное значение мультипликаторов становится больше единицы. В результате этого неподвижная точка становится неустойчивым фокусом [7, 8, 11-13, 17]. На бифуркационной диаграмме сплошная линия отвечает устойчивому, а пунктирная – неустойчивому фокусу.

Потеря устойчивости, когда $\alpha>\alpha_{NS}$, приводит к мягкому рождению двухчастотных квазипериодических колебаний. Таким колебаниям в фазовом пространстве отображения, как мы отмечали ранее, отвечает замкнутая инвариантная кривая (рис. 2(б)).

При дальнейшем изменении параметра происходит резонанс через седло-узловую бифуркацию [6–9]. На рис. 2(в) изображена резонансная замкнутая кривая с числом вращения 2:23. Для лучшей иллюстрации явления фазовый портрет приведен в переменных x_1 и x_2 согласно (2). На замкнутой кривой лежит пара периодических орбит: устойчивая и седловая. Инвариантная кривая является замыканием неустойчивых многообразий $W_u^{\pm}$ седловой периодической орбиты на точки устойчивого цикла [6-9, 12, 13, 15, 16, 18, 19].

Расчет устойчивых многообразий седлового цикла выполнен с помощью алгоритма, представленного в [20,21].

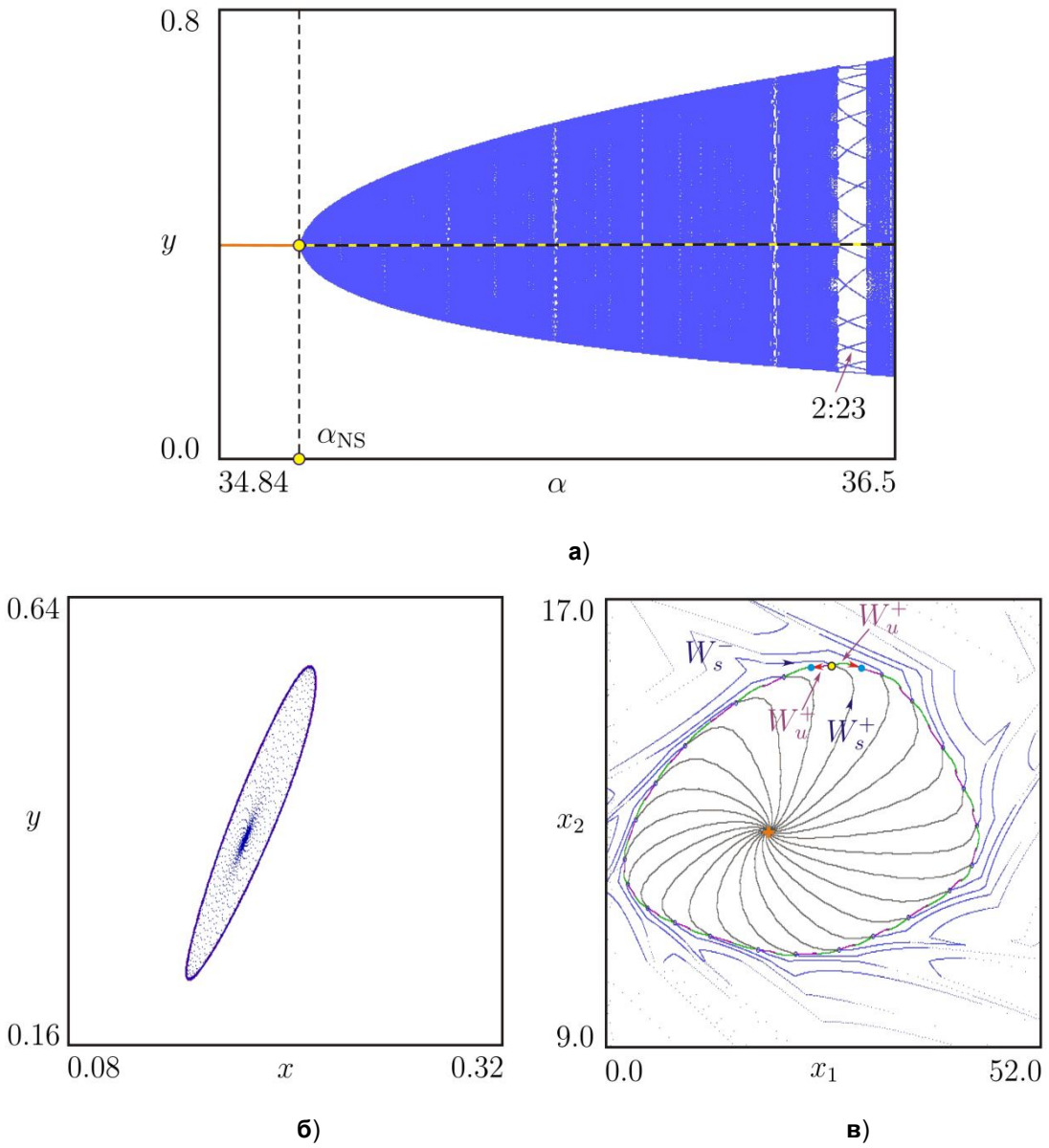

Рис. 2. (**а**) Бифуркационная диаграмма для 34,84 < α < 36,5. Здесь α_{NS} – точка бифуркации Неймарка-Саккера. (**б**) Фазовый портрет, изображающий замкнутую инвариантную кривую с иррациональным числом вращения при α = 35,5. (**в**) Фазовый портрет для резонансной замкнутой кривой с числом вращения 2:23 при α = 36,39

Fig. 2. (**а**) Bifurcation diagram for 34,84 < α < 36,5. Here α_{NS} – is the Neimark-Sacker bifurcation point. (**б**) Phase portrait shows a closed invariant curve with an irrational rotation number at α = 35,5. (**в**) Phase portrait for a resonance closed curve with a rotation number 2:23 at α = 36,39

Выводы

В представленной работе выполнен анализ механизмов возникновения двухчастотных квазипериодических колебаний через бифуркацию Неймарка-Саккера в электроприводе постоянного тока с импульсным управлением. Изучена нелокальная седло-узловая бифуркация, приводящая к резонансу на замкнутой кривой, характеризуемой двумя независимыми частотами, когда их отношение стано-

вится рациональным числом. При этом замкнутая кривая остается инвариантной, но предельные точки орбиты образуют пару циклов – устойчивый и седловой.

Список литературы

1. Alligood K.T., Sauer T.D., Yorke J. A. Chaos: An Introduction to Dynamical Systems. New York: Springer, 2000. https://doi.org/10.1007/b97589

2. Parker T. S., Chua L.O. Practical Numerical Algorithms for Chaotic Systems. Berlin: Springer-Verlag, 1989. https://doi.org/10.1007/978-1-4612-3486-9

3. Strogatz S. H. Nonlinear Dynamics and Chaos: With Applications to Physics, Biology, Chemistry, and Engineering. 2nd ed. Boulder: Westview Press, 2015. https://doi.org/10.1063/PT.3.2751

4. Palis J., De Melo W. Geometric Theory of Dynamical Systems. New York, Berlin: Springer-Verlag, 1982. https://doi.org/10.1007/978-1-4612-5703-5

5. Argyris J., Faust G., Haase M., Friederich R. An Exploration of Dynamical Systems and Chaos. New York: Springer, 2015. https://doi.org/10.1007/978-3-662-46042-9.

6. Pikovsky A., Rosenblum M., Kurths J. Synchronization: A Universal Concept in Nonlinear Science. New York: Cambridge University Press, 2001. https://doi.org/10.1017/CBO9780511755743

7. Kuznetsov Yu. Elements of Applied Bifurcation Theory. New York: Springer, 2004. https://doi.org/10.1007/978-1-4757-3978-7

8. Aronson D. G., Chory M. A., Hall G. R., McGehee R.P. Bifurcations from an invariant circle for two-parameter families of maps of the plane: A computer-assisted study // Comm. Math. Physics. 1982. Vol. 83. № 3. P. 303–354. https://doi.org/10.1007/BF01213607.

9. Agliari A., Bischi G.-I., Dieci R., Gardini L. Global bifurcations of closed invariant curves in two-dimensional maps: A computer assisted study // Int. J. Bifurcation Chaos. 2005. Vol. 15. № 4. P. 1285–1328, https://doi.org/10.1142/S0218127405012685

10. Sushko I., Gardini L. Center Bifurcation for a Two-Dimensional border-Collision Normal Form // Int. J. Bifurcation Chaos. 2008. Vol. 18. № 4. P. 1029–1050. https://doi.org/10.1142/S0218127408020823

11. Zhusubaliyev Zh. T., Mosekilde E. Torus birth bifurcation in a DC/DC converter // IEEE Trans. Circ. & Sys. I. 2006. Vol. 53. № 8. P. 1839–1850. https://doi.org/10.1109/TCSI.2006.879060

12. Zhusubaliyev Zh. T., Mosekilde E. Equilibrium-torus bifurcation in nonsmooth systems // Physica D. 2008. Vol. 237. № 7. P. 930 – 936. https://doi.org/10.1016/ j.physd.2007.11.019

13. Zhusubaliyev Zh. T., Mosekilde E. Direct transition from a stable equilibrium to quasiperiodicity in non-smooth systems // Physics Letters A. 2008. Vol. 372. №13. P. 2237–2246. https://doi.org/10.1016/j.physleta.2007.08.077

14. Zhusubaliyev Zh. T., Soukhoterin E., Mosekilde E. Quasiperiodicity and torus breakdown in a power electronic DC/DC converter // Mathematics and Computers in Simulation. 2007. Vol. 73. № 6. P. 364–377. https://doi.org/10.1016/j.matcom.2006.06.021

15. Zhusubaliyev Zh. T., Mosekilde E., Yanochkina O.O., Torus bifurcations in multilevel converter systems // Int. J. Bifurcation Chaos. 2011. Vol. 21. № 8. P. 2343-2356. https://doi.org/10.1142/S0218127411029835

16. Яночкина О.О., Болдырева Е.О. Устойчивость колебаний импульсной системы управления электроприводом // Известия Юго-Западного государственного университета. 2020; 24(3): 152-165. https://doi.org/10.21869/2223-1560-2020-24-3-152-165.

17. Хаотическая динамика импульсных систем / Ж. Т. Жусубалиев, В. Г. Рубанов, В. С. Титов, О. О. Яночкина. Белгород: Изд-во БГТУ, 2018.

18. Яночкина О.О., Чернецкая И.Е., Жусубалиев Ж.Т. Мультистабильность и квазипериодичность в системе управления барабанным окомкователем // Системы управления и информационные технологии. 2009. № 3 (37). С. 58-63.

19. Электропривод с многозонным импульсным управлением для окомкователя сыпучих материалов / Ж.Т. Жусубалиев, В.С. Титов, И.Е. Чернецкая, О.О. Яночкина // Электротехнические комплексы и системы управления. 2010. № 2. С. 45-50.

20. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ 2017661000 Российская Федерация. Программа расчета инвариантных многообразий седловых циклов двумерных обратимых кусочно-гладких отображений / Ж.Т. Жусубалиев, В.Г. Рубанов, Ю.А. Гольцов, О.О. Яночкина; заявитель и правообладатель Белгородский технологический университет им. В.Г. Шухова. №2017617817; заявл. 03.08.2017; опубл. 02.10.2017. 1 с.

21. Жусубалиев Ж.Т., Рубанов В.Г., Гольцов Ю.А. К расчету инвариантных многообразий кусочно-гладких отображений // Известия Юго-Западного государственного университета. 2020; 24(3): 166-182. https://doi.org/10.21869/2223-1560-2020-24-3-166-182.

References

1. Alligood K.T., Sauer T.D., Yorke J. A. *Chaos: An Introduction to Dynamical Systems*. New York, Springer, 2000. https://doi.org/10.1007/b97589

2. Parker T. S., Chua L.O. *Practical Numerical Algorithms for Chaotic Systems.* Berlin, Springer-Verlag, 1989. https://doi.org/10.1007/978-1-4612-3486-9

3. Strogatz S. H. *Nonlinear Dynamics and Chaos: With Applications to Physics, Biology, Chemistry, and Engineering.* 2nd ed. Boulder, Westview Press, 2015. https://doi.org/10.1063/PT.3.2751

4. Palis J., De Melo W. *Geometric Theory of Dynamical Systems.* New York, Berlin, Springer-Verlag, 1982. https://doi.org/10.1007/978-1-4612-5703-5

5. Argyris J., Faust G., Haase M., Friederich R. *An Exploration of Dynamical Systems and Chaos.* New York, Springer, 2015. https://doi.org/10.1007/978-3-662-46042-9.

6. Pikovsky A., Rosenblum M., Kurths J. *Synchronization: A Universal Concept in Nonlinear Science*. New York, Cambridge University Press, 2001. https://doi.org/10.1017/CBO9780511755743

7. Kuznetsov Yu. *Elements of Applied Bifurcation Theory.* New York, Springer, 2004. https://doi.org/10.1007/978-1-4757-3978-7

8. Aronson D. G., Chory M. A., Hall G. R., McGehee R.P. Bifurcations from an invariant circle for two-parameter families of maps of the plane: A computer-assisted study. *Comm. Math. Physics,* 1982, vol. 83, no. 3, pp. 303–354. https://doi.org/10.1007/BF01213607.

9. Agliari A., Bischi G.-I., Dieci R., Gardini L. Global bifurcations of closed invariant curves in two-dimensional maps: A computer assisted study. *Int. J. Bifurcation Chaos,* 2005, vol. 15, no.4, pp. 1285–1328. https://doi.org/10.1142/S0218127405012685

10. Sushko I., Gardini L. Center Bifurcation for a Two-Dimensional border-Collision Normal Form. *Int. J. Bifurcation Chaos,* 2008, vol. 18, no. 4, pp. 1029–1050. https://doi.org/10.1142/S0218127408020823

11. Zhusubaliyev Zh. T., Mosekilde E. Torus birth bifurcation in a DC/DC converter. *IEEE Trans. Circ. & Sys. I,* 2006, vol. 53, no. 8, pp. 1839–1850. https://doi.org/10.1109/TCSI.2006.879060

12. Zhusubaliyev Zh. T., Mosekilde E. Equilibrium-torus bifurcation in nonsmooth systems. *Physica D,* 2008, vol. 237, no. 7, pp. 930 – 936. https://doi.org/10.1016/j.physd.2007.11.019

13. Zhusubaliyev Zh. T., Mosekilde E. Direct transition from a stable equilibrium to quasiperiodicity in non-smooth systems. *Physics Letters A,* 2008, vol. 372, no. 13, pp. 2237–2246. https://doi.org/10.1016/j.physleta.2007.08.077

14. Zhusubaliyev Zh. T., Soukhoterin E., Mosekilde E. Quasiperiodicity and torus breakdown in a power electronic DC/DC converter. *Mathematics and Computers in Simulation,* 2007, vol. 73, no. 6, pp. 364–377. https://doi.org/10.1016/j.matcom.2006.06.021

15. Zhusubaliyev Zh. T., Mosekilde E., Yanochkina O.O. Torus bifurcations in multilevel converter systems. *Int. J. Bifurcation Chaos,* 2011, vol. 21, no. 8, pp. 2343-2356. https://doi.org/10.1142/S0218127411029835

16. Yanochkina O. O., Boldyreva E. O. Ustoichivost' kolebanii impul'snoi sistemy upravleniya elektroprivodom [Vibration Stability of the Impulse System of the Electric Drive Control]. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta = Proceedings of the Southwest State University*. 2020; 24(3): 152-165 (In Russ.). https://doi.org/10.21869/2223-1560-2020-24-3-152-165.

17. Zhusubaliyev Zh. T., Rubanov V. G., Titov V. S., Yanochkina O. O. *Xaoticheskaya dinamika impul'snykh sistem* [*Chaotic dynamics of impulse systems*]. Belgorod, BGTU Publ., 2018 (In Russ.).

18. Yanochkina O.O., Chernetskaya I.E., Zhusubaliyev Zh.T. Mul'tistabil'nost' i kvaziperiodichnost' v sisteme upravleniya barabannym okomkovatelem. [Multistability and quasiperiodicity in the pelletizing drum control system]. *Sistemy upravleniya i informacionnye tekhnologii,* 2009, no. 3 (37), pp. 58-63 (In Russ.).

19. Zhusubaliyev Z.T., Titov V.S., Chernetskaya I.E., Yanochkina O.O. Elektroprivod s mnogozonnym impul'snym upravleniem dlya okomkovatelya sypuchikh materialov [Electric drive with a multilevel pulse modulated control for pelletizing free-flowing materials]. *Elektrotekhnicheskie kompleksy i sistemy upravleniya = Elektrotechnical Systems and Complexes,* 2010, no. 2, pp. 45-50 (In Russ.).

20. Zhusubaliev Zh. T., Rubanov V. G., Goltsov Yu. A., Yanochkina O. O. *Programma rascheta invariantnykh mnogoobrazii sedlovykh tsiklov dvu-mernykh obratimykh kusochno-gladkikh otobrazhenii* [Program for calculating invariant varieties of saddle cycles of two-dimensional invertible piecewise smooth maps]. Certificate of registration of the computer program 2017661000 Russian Federation. No. 2017617817 (In Russ.).

21. Zhusubaliyev Zh.T., Rubanov V.G., Gol'tsov Yu.A. K raschetu invariantnykh mnogoobrazii kusochno-gladkikh otobrazhenii [Calculation of Invariant Manifolds of Piecewise-Smooth Maps]. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta = Proceedings of the Southwest State University.* 2020; 24(3): 166-182. https://doi.org/10.21869/2223-1560-2020-24-3-166-182 (In Russ.).

Информация об авторе / Information about the Author

Яночкина Ольга Олеговна, кандидат технических наук, доцент кафедры вычислительной техники,
Юго-Западный государственный университет,
г. Курск, Российская Федерация,
e-mail: yanoolga@gmail.com

Olga O. Yanochkina, Cand. of Sci. (Engineering), Associate Professor, Department of Computer Science, Southwest State University,
Kursk, Russian Federation,
e-mail: yanoolga@gmail.com