

## Оригинальная статья / Original article

<https://doi.org/10.21869/2223-1560-2020-24-3-35-50>

## Адаптивное управление нелинейным объектом типа конвертоплан в условиях неопределенностей

С.Ф. Яцун<sup>1</sup>, О.В. Емельянова<sup>1</sup> ✉, Андрес Сантьяго Мартинез Леон<sup>1</sup>,  
Луис Мигель Москера Морочо<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Юго-Западный государственный университет  
ул. 50 лет Октября 94, г. Курск 305040, Российская Федерация

✉ e-mail: oks-emelyanova@yandex.ru

### Резюме

**Цель исследования.** В статье рассматривается задача мониторинга водных акваторий с целью контроля за её физико-химическим состоянием с помощью летающей лаборатории (ЛЛ), в состав которой входят летательный аппарат с навесным водозаборным оборудованием и программно-аппаратный комплекс. Особенностью мониторинга открытых водоёмов являются непредсказуемость поведения воздушной и водной среды, периодическое отсутствие визуального контакта оператора с летательным аппаратом, неопределённость характеристик трикоптера. Поэтому целью данной статьи является исследование параметров системы управления (СУ) для обеспечения требований точности позиционирования летательного аппарата в условиях неопределённости внешних параметров.

**Методы.** Для решения поставленных задач использовались методы теоретической механики и механики роботов. При изучении закономерностей движения конвертоплана использовались методы математического моделирования динамических систем. Для планирования и управления движением летательного аппарата применялось адаптивное управление с эталонной моделью.

**Результаты.** Использование адаптивного управления движением ЛЛ позволило обеспечить сходимость к нулю ошибки слежения, т.е. разности между выходными сигналами и эталонной моделью. Предложенная система управления даёт хороший результат при небольших возмущающих воздействиях. Определены параметры регулятора, обеспечивающие качественные показатели САУ в заданных пределах.

**Заключение.** Разработана математическая модель и выполнено математическое моделирование движения конвертоплана в условиях неопределённости внешних воздействий. Рассмотрена задача параметрического управления трикоптером, когда настройке доступны коэффициенты регулятора. Разработанные алгоритмы в системе адаптивного управления позволили обеспечить скорейшее подавление внешних возмущений по сравнению с традиционной системой ПИД регулирования для случая линейного описания объекта управления.

**Ключевые слова:** конвертоплан-трикоптер; адаптивное управление; эталонная модель; алгоритм скоростного градиента.

**Конфликт интересов:** Авторы декларируют отсутствие явных и потенциальных конфликтов интересов, связанных с публикацией настоящей статьи.

**Финансирование.** Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 19-33-90053.

© Яцун С.Ф., Емельянова О.В., Андрес Сантьяго Мартинез Леон, Луис Мигель Москера Морочо, 2020

**Для цитирования:** Адаптивное управление нелинейным объектом типа конвертоплан в условиях неопределенностей / С.Ф. Яцун, О.В. Емельянова, Андрес Сантьяго Мартинез Леон, Луис Мигель Москера Морочо // Известия Юго-Западного государственного университета. 2020; 24(3): 35-50. <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2020-24-3-35-50>.

Поступила в редакцию 11.05.2020

Подписана в печать 02.06.2020

Опубликована 30.06.2020

## Adaptive Control of a Nonlinear Convertiplane under Conditions of Uncertainty

Sergey F. Yatsun<sup>1</sup>, Oksana V. Emelyanova<sup>1</sup> ✉,  
Andres Santiago Martinez Leon<sup>1</sup>, Luis Miguel Mosquera Morocho<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Southwest State University  
50 Let Oktyabrya str. 94, Kursk 305040, Russian Federation

✉ e-mail: oks-emelyanova@yandex.ru

### Abstract

**Purpose of research.** The article deals with the problem of monitoring water areas in order to control their physical and chemical conditions using a flying laboratory (FL) which includes an aircraft with attachable water intake equipment and a software and hardware system. A specific feature of the monitoring of surface waters is the unpredictable behavior of air and water, periodic absence of visual contact with the aircraft, the uncertainty of tricopter characteristics. Therefore, the purpose of this article is to study the parameters of the control system (CS) to meet the requirements for the accuracy of aircraft positioning in conditions of uncertainty of external parameters.

**Methods.** Theoretical mechanics and robot mechanics methods were used to solve the set tasks. Methods for mathematical modeling of dynamic systems were used to study the patterns of convertiplane movement. Adaptive control with a reference model were used to plan and control the movement of the aircraft.

**Results.** The use of adaptive FL motion control made it possible to ensure convergence to zero of the tracking errors i.e., the difference between the output signals and the reference model. The proposed control system gives a good result with small disturbing effects. The parameters of the regulator that ensure the quality indicators of the ACS within the specified limits are determined.

**Conclusion.** A mathematical model was developed and mathematical modeling of the convertiplane movement under conditions of uncertainty of external influences was performed. The problem of parameter control of a convertiplane was considered when the control coefficients were available for setting. The developed algorithms in the adaptive control system made it possible to provide faster suppression of external disturbances in comparison with the traditional PID control system for the case of a linear description of the controlled object.

**Keywords:** convertiplane-tricopter, adaptive control, model reference, velocity gradient algorithm.

**Conflict of interest.** The authors declare the absence of obvious and potential conflicts of interest related to the publication of this article.

**Funding:** The research was carried out with the financial support of the RFBR as a part of the research project № 19-33-90053.

**For citation:** Yatsun S. F., Emelyanova O. V., Andres Santiago Martinez Leon, Luis Miguel Mosquera Morocho Adaptive Control of a Nonlinear Convertiplane under Conditions of Uncertainty // *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta* = *Proceedings of the Southwest State University*. 2020; 24(3): 35-50 (In Russ.). <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2020-24-3-35-50>.

Received 11.05.2020

Accepted 02.06.2020

Published 30.06.2020

## Введение

Управление полетом беспилотных летательных аппаратов различных типов (три-, квадрокоптеров) рассматривалось во многих работах<sup>1</sup> [1-4, 5, 6] как без учета внешних периодических нагрузок, так и с учетом, моделируемые силой сопротивления движению [7-9]. Выявлены зависимости отклонения реальной позиции аппарата от заданной при изменении значений коэффициентов регулятора и времени переходного процесса. Однако задача моделирования и исследования влияния внешних возмущающих нагрузок представляет собой сложную задачу, связанную с возникновением закручивающих ветровых потоков или кратковременных порывов ветра, для которых никакой информации об их значениях нет, кроме возможных пределов их значения. В свою очередь, они способны существенно влиять на точность позиционирования аппарата даже при его небольших абсолютных скоростях.

Поэтому целью данной статьи является исследование параметров системы управления (СУ) для обеспечения требований точности позиционирования летательного аппарата в условиях неопределенностей внешних параметров.

## Материалы и методы

### 1. Постановка задачи мониторинга водоёмов

Рассмотрим задачу мониторинга водных акваторий с целью контроля за её физико-химическим состоянием. Данные мониторинга дадут возможность оперативно выявлять и точно определять координаты опасных зон, а также отслеживать и прогнозировать дальнейшее состояние вод. Наиболее перспективным и востребованным для решения подобного рода задач является использование малоразмерных высокоманевренных беспилотных летательных аппаратов, которые представляют собой летающую лабораторию (ЛЛ), в состав которой входят летательный аппарат с навесным водозаборным оборудованием и программно-аппаратный комплекс, позволяющий управлять аппаратом в ручном, полуавтоматическом или автоматическом режиме, а также вести прием, хранение и отображение полученной с борта летательного аппарата телеметрической информации.

В соответствии с ГОСТ Р.31861-2012<sup>2</sup> отбор проб сериями для проведения исследований, отражающих качество (состав и свойства) исследуемой воды, возможен как на различных глубинах, так и на определенной глубине в

---

<sup>1</sup> Chollom T. D. Investigation of Linear Quadratic Control and Guidance System Design for a Small UAV : дис. University of Leicester, 2019.

---

<sup>2</sup> ГОСТ Р. 31861-2012. Вода. Общие требования к отбору проб. М.: Стандартинформ, 2013.

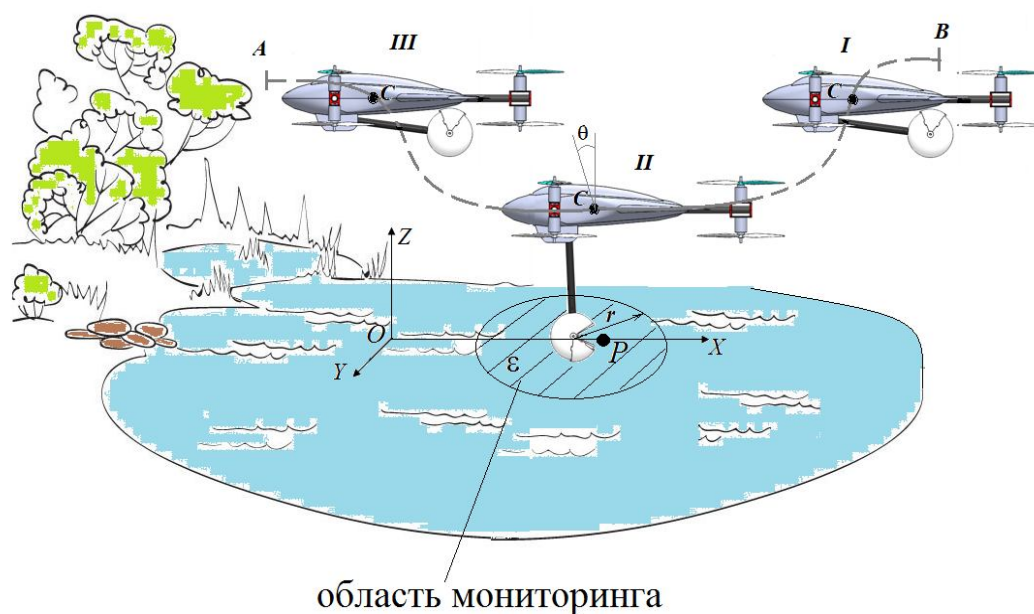
конкретном или различных местах (пробы профиля площади).

В качестве летательного аппарата рассмотрим трикоптерную схему мультикоптера – с тремя парами отклоняемых винтов, расположенных на каждой из осей пропеллера, вращающихся в противоположные стороны.

Отличие данной модели состоит в том, что устойчивость летательного аппарата (ЛА) достигается за счет использования специальной формы крыла, а быстродействие горизонтального перемещения – за счет синхронного отклонения векторов тяги передних поворотов винтов. Такие аппараты получили

название конвертопланов, в которых сочетаются признаки вертолетной схемы – вертикальный подъём (спуск) и самолетной схемы – полёт в горизонтальной плоскости при наличии крыла и за счёт изменения вектора тяги [10-12, 4, 8, 9, 5, 13, 14].

Процесс мониторинга водоёма приведен на рис. 1 и представляет собой совокупность действий, состоящих из движения ЛЛ по заданной траектории  $AB$  к заданной точке пространства (положение I), отбор пробы в определенной точке с координатами  $P(X_P, Y_P)$  (положение II) и возврат на базу (положение III).



**Рис.1.** Процесс мониторинга водных акваторий

**Fig.1.** Water areas monitoring process

Возможно применение двух стратегий полёта ЛЛ к месту отбора пробы: монотонное движение по гладкой траектории с захватом порции жидкости, необходимой для исследования, «на лету» и

движение с остановкой и зависанием над заданной областью мониторинга.

В первом случае система управления летательного аппарата должна обеспечить попадание в заданную окрестность  $\varepsilon$

точки  $P$  пространства, радиуса  $r$ , определяемую при отсутствии отказов и с учётом ветровых неопределённостей, а также сил сопротивления водозаборного устройства (ВЗУ) при движении в жидкости. В этих условиях обеспечить точность позиционирования достаточно сложно, так как эта область должна находиться в заданных пределах:  $\bar{r}_P - \bar{r} < \bar{r}_P^* < \bar{r}_P + \bar{r}$ , где  $\bar{r}_P, \bar{r}_P^*$  – планируемый и реальный радиус-векторы точки пространства  $P$ .

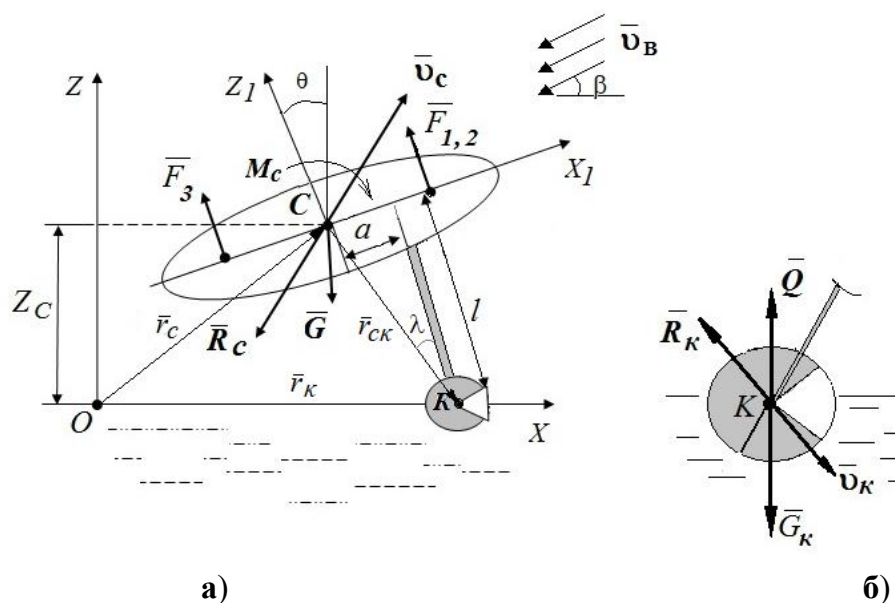
Второй случай является предпочтительнее, так как повышается точность позиционирования ЛЛ, а система управления должна обеспечивать поддержа-

ние необходимой высоты центра масс  $Z_C$  летательного аппарата над поверхностью воды с учетом действия ветровых факторов.

Таким образом, будем рассматривать задачу зависания ЛЛ над областью мониторинга с последующим отбором проб жидкости в условиях непредсказуемости поведения воздушной и водной среды.

## 2. Описание беспилотного летательного аппарата

Рассмотрим плоское движение ЛА трикоптерного типа в системе координат  $XOZ$  (рис.2) [10-12].



**Рис.2.** Схема сил взаимодействия ВЗУ летательного аппарата с водной поверхностью:

**а** – общий вид; **б** – схема сил, возникающих при контакте ВЗУ с поверхностью раздела;  $\bar{G}, \bar{G}_K$  – вес ЛА и навесного оборудования;  $\bar{R}_C$  – главный вектор силы сопротивления движению корпуса в воздушной среде;  $\bar{Q}$  – Архимедова сила;  $\bar{R}_K$  – силы сопротивления водной среды

**Fig. 2.** Diagram of the forces of interaction of the aircraft water intake device (WID) with the water surface: **a** – general view; **b** – forces occurring when the WID contacts the surface;  $\bar{G}, \bar{G}_K$  are the mass of the aircraft and attached equipment;  $\bar{R}_C$  is the main vector of the resistance force to the movement of the body in the air;  $\bar{Q}$  is the buoyancy force;  $\bar{R}_K$  – water resistance forces

Движение трикоптера будем рассматривать относительно неподвижной декартовой системы координат  $OXZ$ , в постановке задачи движения твердого тела с центром масс корпуса в точке  $C$ , причем свободная поверхность водоёма совпадает с осью  $OX$ . В общем случае ориентацию корпуса в пространстве задают самолетные углы рысканья  $\psi$ , тангажа  $\theta$  и крена  $\varphi$ . Однако, с точки зрения устойчивости, представляет интерес исследование тангажа аппарата относительно его поперечной оси  $CZ_I$ .

Будем обозначать символами (0) и (1) векторы, определённые в системах координат  $OXZ$  и  $CX_I Z_I$ , соответственно.

Положение центра масс конвертоплана с помощью радиус вектора, связывающего точки  $O$  и  $C$  систем координат:

$$\vec{r}_C^{(0)} = \begin{bmatrix} X_C \\ Z_C \end{bmatrix}.$$

Положение центра масс  $K$  водозаборной ёмкости:

$$\vec{r}_K^{(0)} = \vec{r}_C^{(0)} + \vec{r}_{CK}^{(0)}, \quad (1)$$

а вектор её скорости:

$$\vec{v}_K^{(0)} = \vec{v}_C^{(0)} + \vec{v}_{CK}^{(0)}, \quad (2)$$

где  $T_\theta$  – матрица перехода из  $(1)$  в  $(0)$  систему координат, модуль скорости

$$v_{CK}^{(1)} = \dot{\theta} \sqrt{l^2 + a^2},$$

$$\vec{r}_{CK}^{(0)} = T_\theta \cdot \vec{r}_{CK}^{(1)} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ l \end{bmatrix}.$$

В общем случае вектор сил, действующих на трикоптер  $\vec{B}$ , представим в виде вектора-строки:

$$\vec{B} = [\vec{F}_i^{(1)} \ \vec{R}_C^{(0)} \ \vec{G}_i^{(0)} \ \vec{R}_K^{(0)} \ \vec{Q}^{(0)}]^T. \quad (3)$$

С учетом параллельности векторов сил тяги винтов оси  $CZ_I$ , в неподвижной системе координат вектор  $\vec{F}_i^{(0)}$  определим как

$$\vec{F}_i^{(0)} = T_\theta \sum \vec{F}_i^{(1)}. \quad (4)$$

Силы, возникающие в результате взаимодействия ВЗУ с окружающей средой, имеют сложный характер распределения в пространстве. Будем полагать, что на ЛА действуют: сила веса  $G_K$  погруженного тела вместе с штангой, главный вектор силы сопротивления водной среды при контакте с ВЗУ, приложенной в точке  $K$  их касания –  $\vec{R}_K$ , а так же Архимедова сила  $\vec{Q}$ , проходящая через центр тяжести погруженного объёма тела.

Вектор сил сопротивления определим как:

$$\vec{\Phi} = (\vec{R}_C^{(0)}, \vec{R}_K^{(0)}). \quad (5)$$

Вектор силы сопротивления движению корпуса в воздушной среде:

$$\begin{aligned} \vec{R}_C^{(0)} &= [R_{Cx}^{(0)} \ R_{Cz}^{(0)}]^T; \\ \vec{R}_C^{(0)} &= -(\mu \vec{v} + \vec{v}^T k \vec{v}), \end{aligned} \quad (6)$$

где  $\mu, k$  – матрицы эмпирических коэффициентов сопротивления, зависящие от геометрических характеристик крыла, формы его профиля, угла атаки несущих винтов;  $\vec{v}$  – относительная скорость центра масс трикоптера, которая является разностью векторов скоростей центра масс  $\vec{v}_C$  системы координат  $OXZ$  и вектора скорости воздушного потока  $\vec{v}_B$ :

$$\bar{v} = \bar{v}_C - \bar{v}_B. \quad (7)$$

Закон изменения воздушного потока является случайной функцией времени, которую представим как

$$v_B(t) = v_0 + v_B \sin \Omega t, \quad (8)$$

где  $v_B$ ,  $\Omega$  - случайные параметры амплитуды и частоты ветровой нагрузки.

$$\bar{R}_K^{(0)} = \begin{bmatrix} 0, & Z_C^{(0)} > (l^2 + a^2) \cos(\theta + \lambda) \\ v_K^T \mu \bar{v}_K, & (l^2 + a^2) \cos(\theta + \lambda) - R \leq Z_C^{(0)} \leq (l^2 + a^2) \cos(\theta + \lambda) \end{bmatrix}, \quad (9)$$

где  $\mu$  - матрица эмпирических коэффициентов сопротивления, зависящая от свойств жидкости;  $R$  - радиус ёмкости ВЗУ.

В качестве модели водной среды примем несжимаемую вязкую жидкость, для которой вязкость  $\mu_{жс} = const$  и плотность  $\rho = const$ , скорость относительного изменения элементарного объема жидкости в точке поля скоростей  $div V = 0$  [15, 16].

Архимедова сила  $\bar{Q}$ , равная весу в объёме погруженного в неё жидкости, можно принять равной весу  $\bar{G}_K$ , так как, как было упомянуто выше, крышка водозаборной ёмкости находится в открытом состоянии и жидкость поступает вовнутрь практически одновременно, как только свободная поверхность водоёма сравняется с открытым окном ВЗУ.

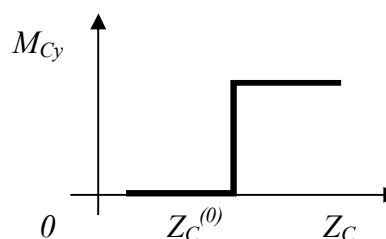
$$\bar{Q} = \rho g V \bar{k}, \quad (10)$$

где  $V$  - объём проб жидкости;  $\bar{k}$  - единичный вектор.

При контакте ВЗУ с поверхностью водоёма, а так же в результате смещения его центра масс  $K$  относительно центра масс трикоптера  $C$  возникает

Взаимодействие тела со свободной поверхностью водоёма описывается вектором силы сопротивления водной среды  $R_K$  и зависит от скорости сближения трикоптера с водной средой: Так как ВЗУ с трикоптером движутся плоскопараллельно, то считаем  $\bar{v}_K = \bar{v}_C + \bar{v}_{CK}$ , где  $\bar{v}_{CK} = \dot{\theta} \times C\bar{K}$ . Таким образом:

момент  $M_{Cy}$ , зависящий от внешних сил и сил сопротивления, который имеет сложный кусочно-линейный характер (рис.3).



**Рис. 3.** График зависимости внешнего момента  $M_{Cy}$  от вертикальной координаты центра масс трикоптера:  $Z_C^{(0)}$  - вертикальная координата в инерциальной системе отчета

**Fig. 3.** Graph of the external moment  $M_{Cy}$  dependence on the vertical coordinate of the tricopter mass center:  $Z_C^{(0)}$  is the vertical coordinate in the inertial system

### 3. Математическое моделирование движения трикоптера

Движение трикоптера в плоскости  $Oxz$  можно описать тремя независимыми дифференциальными уравнениями первого порядка, методика построения которых подробно изложена в [10, 11, 12, 4, 7, 8, 17]. В общем виде их можно представить следующим образом:

$$D\dot{\bar{q}} + F(\bar{q}) = M, \quad (11)$$

$$\text{где } D = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & I_{OY1} \end{bmatrix} - \text{матрица инер-$$

ции системы;  $m$  – масса аппарата;  $I_{OY1}$  – момент инерции системы, относительно оси вращения  $CY_1$ ;  $\bar{q} = [\bar{v}_C \ \omega]^T \in \mathbb{R}^3$  – вектор обобщенных координат, задаваемый положение трикоптера;  $\bar{v}_C$  – абсолютная скорость центра масс  $C$  тела в неподвижной системе отчета;  $\bar{\omega} = \dot{\theta}$  – угловая скорость вращения аппарата относительно центра масс  $C$ :

$$\bar{q} = \begin{bmatrix} v_{Cx} \\ v_{Cz} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}, \dot{\bar{q}} = \begin{bmatrix} \dot{v}_{Cx} \\ \dot{v}_{Cz} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix}; F(\bar{q}) = \begin{bmatrix} F_x \\ F_z \\ M_{CY1} \end{bmatrix}, -$$

вектор сил и моментов, действующих на систему внешних сил;  $M = [\bar{\Phi}, \bar{M}(\bar{\Phi})]^T$  – вектор сил и моментов внешних возмущений.

Таким образом, уравнение (1) примет вид:

$$\begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & I_{OY1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{v}_{Cx} \\ \dot{v}_{Cz} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_x \\ F_z \\ M_{CY1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_x \\ \Phi_z \\ M_{CY1}(\Phi) \end{bmatrix} \quad (12)$$

Эту систему дифференциальных уравнений необходимо дополнить уравнениями, связывающими угловую скорость роторов пропеллеров и управляющих напряжений, поступающих на электродвигатели [10, 7, 9]:

$$\dot{\omega} = \frac{-\frac{c_E c_M}{R} \eta \omega i - d \omega_i^2 + \frac{c_M}{R} \eta U_i}{(J_p + \eta J_M)}, \quad (13)$$

где  $J_p, J_M$  – момент инерции ротора вокруг оси винта и оси мотора соответ-

ственно;  $d$  – аэродинамическая постоянная;  $c_E, c_{Mi}$  – коэффициенты пропорциональности, называемый постоянной ЭДС и момента электродвигателя;  $J_i$  – приведенный осевой момент инерции;  $U_i$  – управляющее напряжение ( $i=1, 2, 3$ );  $\eta$  – КПД электропривода.

#### 4. Адаптивное управление с эталонной моделью

Особенностью мониторинга открытых водоёмов являются непредсказуемость поведения воздушной и водной среды, периодическое отсутствие визуального контакта оператора с летательным аппаратом, неопределенность характеристик трикоптера, т.е. неполнота априорной и текущей информации об их параметрах, которые существенно затрудняют анализ и проектирование системы управления, одной из главных задач которой является подавление влияния таких воздействий на трикоптер, поскольку это отрицательно сказывается на статической и динамической устойчивости БПЛА. Поэтому управление необходимо рассматривать с учетом того, что ряд параметров являются неопределенными.

Для изучения таких систем применяются стохастические подходы, основанные на методах наименьших квадратов и калмановской фильтрации [16, 17]. Однако на практике знание законов статистических распределений неопределенных величин зачастую является трудновыполнимым условием, тогда как проще задаваться только верхними и нижними границами их распределений.



Для планирования и управления движением летательного аппарата применим адаптивное управление с эталонной моделью. Здесь, используется текущая информация о внешних воздействиях, условиях работы системы и выходных величинах для изменения структуры, параметры регулятора необходимых для обеспечения оптимального или заданного функционирования управляемой системы при изменяющихся условиях ее работы. Эталонная модель выступает как заданное динамическое звено, реализующее требования к системе по окончании процесса адаптации [18, 19].

### Результаты и их обсуждение

Будем рассматривать задачу параметрического управления трикоптером, когда настройке доступны коэффициенты регулятора.

Преобразуем дифференциальное уравнение движения трикоптера (11), к виду:

$$\dot{\bar{q}} = D^{-1}M\bar{q} + D^{-1}F(\bar{q}), \quad (14)$$

$$\text{где } D^{-1} = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 0 \\ 0 & 0,5 & 0 \\ 0 & 0 & 1/I_{OY1} \end{bmatrix} - \text{обратная}$$

матрица;  $M = [(\Phi_X, \Phi_Y) \quad M_{CY_1}(\Phi)]^T$  – внешнее возмущающее воздействие;

$$\bar{F}(\bar{q}) = \begin{bmatrix} (F_1 + F_2 + F_3) \sin \theta \\ (F_1 + F_2 + F_3) \cos \theta \\ (F_1 + F_2)l_1 + F_3l_2 \end{bmatrix} - \text{вектор}$$

управляющих воздействий;  $l_1, l_2$  – геометрические размеры.

Проведем линеаризацию уравнения (14). При малых значениях параметра  $\theta$

вектора  $\bar{q}$  в окрестностях рабочей точки  $\theta=0$  применим приближенные формулы:  $\sin(\theta) \approx \theta$ ;  $\cos(\theta) \approx 1$ .

Уравнение (14) примет вид:

$$\dot{\bar{q}} = A\bar{q} + B\bar{u}, \quad (15)$$

где  $A, B$  – матрицы параметров объекта вида  $A(\bar{q}) = [a_{ij}(\bar{q})](i, j = 1, \bar{n})$ ,  $n=3$ ;

$$B(\bar{q}) = [b_{ij}(\bar{q})](i = 1, \bar{n}; j = 1, \bar{m})$$
,  $m=3$ ;

$\bar{u}$  – вектор управления,  $\bar{u} \in R^m$ ;  $m \leq n$ .

Матрицы параметров объекта и вектора управления примут вид:

$$A = D^{-1} \begin{bmatrix} \mu_X \\ \mu_Z \\ \mu_\theta \end{bmatrix}; \quad B = D^{-1} \begin{bmatrix} \theta & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$\bar{u} = \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^3 F_i \\ \sum_{k=1}^3 F_i \\ M \end{bmatrix}, \quad (16)$$

Цель управления – обеспечить стремление вектора  $\bar{q}$  к вектору состояния эталонной модели  $\bar{q}_m(t)$ , являющемуся решением уравнения:

$$\dot{\bar{q}}_m = A_m \bar{q}_m + B_m \bar{r}(t), \quad (17)$$

где  $A_m, B_m$  – матрицы, причем  $A_m$  – гурвицева.

Эталонная модель представляет собой передаточную функцию апериодического звена 1-го порядка:

$$W = \frac{k}{T_p + 1}, \quad (18)$$

где  $k$  – коэффициент усиления звена;  $T_p$  – постоянная времени, характеризующая инерционность звена.

Определим целевую функцию, которая подлежит минимизации, в виде [18, 19]:

$$\bar{Q}_t = \frac{1}{2} \bar{e}^T H \bar{e}, \quad (19)$$

где  $e = \bar{e}(t) = \bar{q}(t) - \bar{q}_m(t)$  – вектор ошибки;  $H = H^T > 0$  – положительно определенная матрица  $3 \times 3$ .

Дифференцируем (19) с учетом (15), (16) вычислим скорость изменения целевой функции:

$$\dot{\bar{Q}}_t = \bar{e}^T H [A\bar{q} + B\bar{u} - A_m \bar{q}_m - B_m r(t)]. \quad (20)$$

Выберем закон управления в виде:

$$\bar{u} = k_r \bar{r}(t) + k_q \bar{q}, \quad (21)$$

где  $k_r, k_q$  – настраиваемые параметры;

$$\bar{r}(t) = \begin{bmatrix} \dot{X}^* \\ \dot{Z}^* \\ \dot{\theta}^* \end{bmatrix} - \text{вектор задающих воз-}$$

действий.

Для построения алгоритма скоростного градиента, используем симметричную положительную матрицу  $\Gamma = \Gamma^T > 0$  ( $\Gamma = \text{diag}\{\gamma_1, \dots, \gamma_m\}$ ,  $\gamma_i > 0$ ), в которой положим  $\Gamma = \gamma I_N$  ( $I_N$  – единичная матрица),  $\gamma_i > 0$  – коэффициент скорости адаптации [17].

Закон адаптации настраиваемых параметров имеет вид:

$$\frac{dk_r}{dt} = -\gamma B^T H e r^T, \quad \frac{dk_q}{dt} = -\gamma B^T H e q^T. \quad (22)$$

Определение коэффициента  $\gamma$  имеет значение, так как от него зависит качество адаптации.

Структурная схема системы управления представлена на рис.4. Результаты применения адаптивной системы управления с эталонной моделью и САУ с традиционным PID регулятором для управления движением ЛЛ при наличии внешнего периодического возмущения, представлены на рис.5.

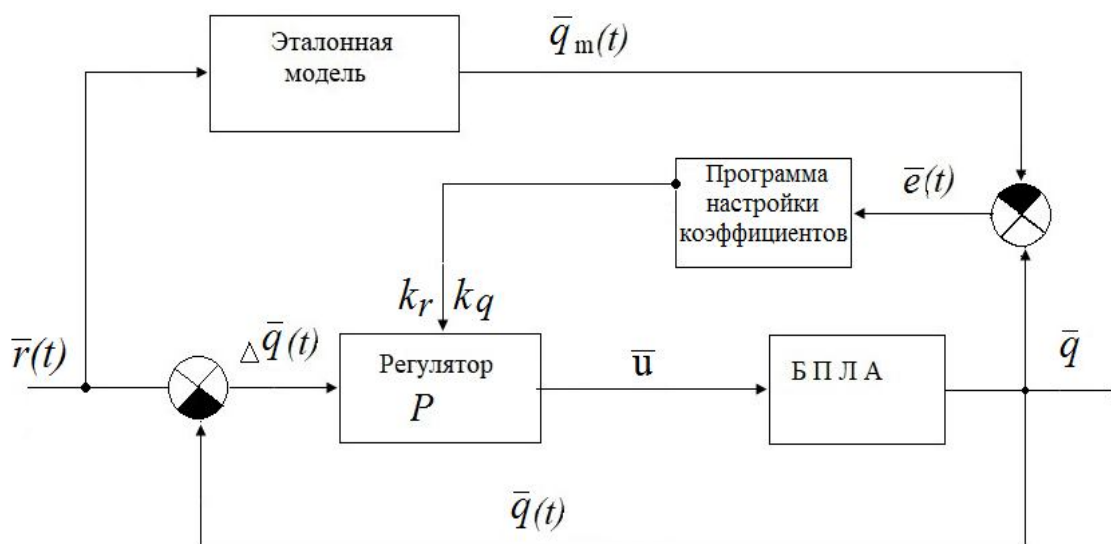
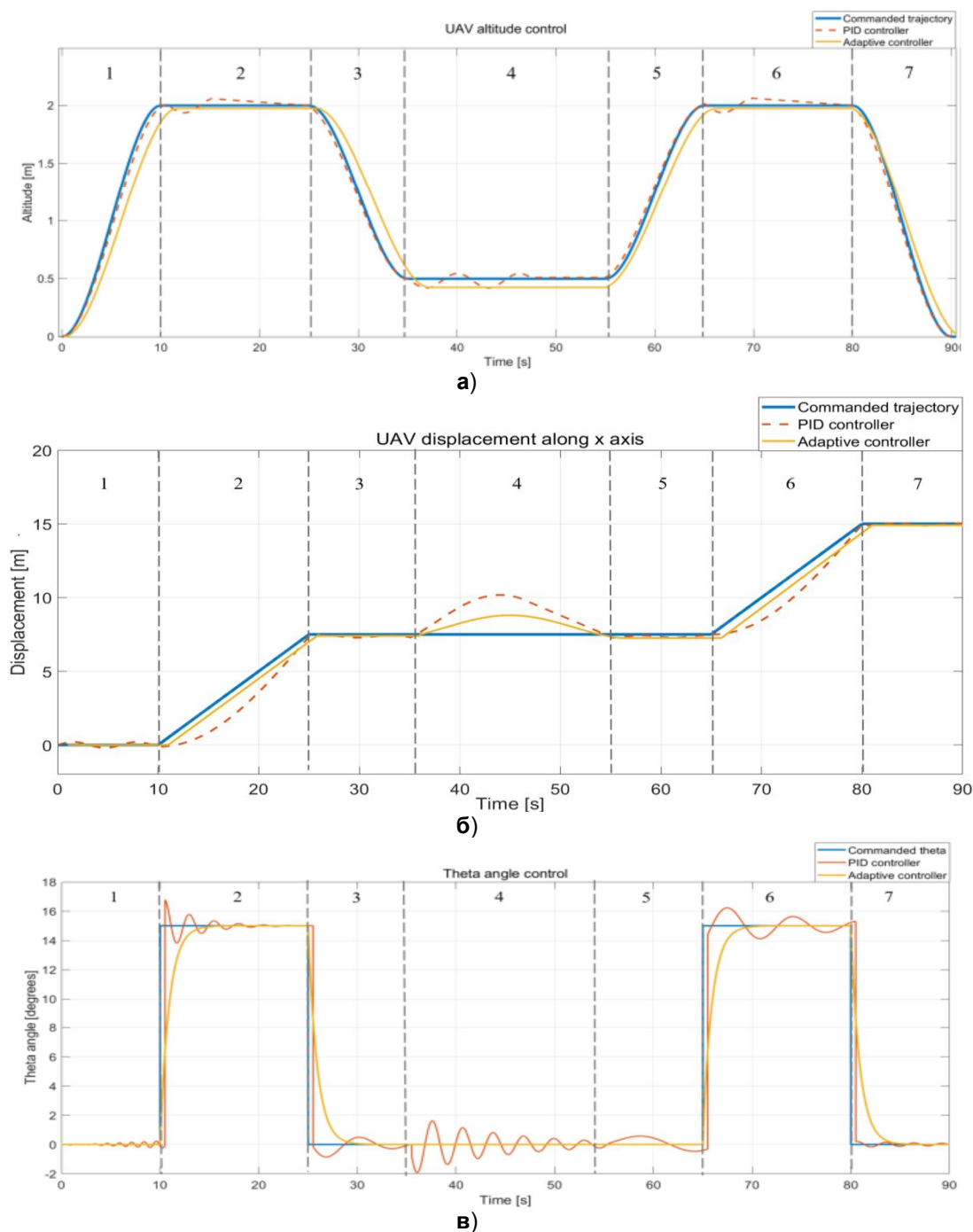


Рис. 4. Структурная схема системы адаптивного управления

Fig. 4. Block diagram of the adaptive control system



**Рис.5.** Графики отклонения центра масс ЛП от заданного при действии горизонтального возмущения для различных стратегиях управления: **а, б** – движение вдоль осей OZ и OX соответственно; **в** – изменение угла тангажа  $\theta$ ; **1** – отрыв аппарата от земли; **2** – перемещение вдоль оси OX от точки А до заданной точки отбора проб воды (см. рис.1); **3** – снижение; **4** – отбор проб воды, возникновение встречного ветра (направление - вдоль оси OX); **5** – набор высоты; **6** – перемещение вдоль горизонтальной оси от точки отбора проб воды до точки В (см. рис.1); **7** – посадка

**Fig.5.** Graphs of the setoff of the center of gravity of the FL from the given one under the action of horizontal disturbance for various control strategies: **а, б** – movement along the OZ and OX axes, respectively; **в** - pitch deflection  $\theta$ ; **1** – lift off; **2** – movement along OX axis from point A to a given point of water sampling (see Fig. 1); **3** – descent; **4** – water sampling, the occurrence of a headwind (direction - along the OX axis); **5** – climb; **6** – horizontal movement along axis from the point of water sampling to point B (see Fig. 1); **7** – landing

## Выводы

В статье рассмотрено движение летательного аппарата – конвертоплана трикоптерного вида, которое описывается нелинейной и нестационарной моделью. Модели нестационарности связаны с неполнотой априорной и текущей информации о параметрах поведения внешней среды, а так же самого аппарата, которые затрудняют анализ и проектирование системы управления.

На основе ранее разработанных алгоритмов численного решения нелинейных дифференциальных уравнений, описывающих движение трикоптера, предложено, использовать адаптивное управление движением ЛЛ с эталонной моде-

лью. Такой адаптор позволяет обеспечить сходимость к нулю ошибки слежения, т.е. разности между выходными сигналами и эталонной моделью.

Исследованы алгоритмы адаптивного управления, определены параметры регулятора, обеспечивающие качественные показатели САУ в заданных пределах по сравнению с традиционным PID регулятором. Предложенная система управления даёт хороший результат при небольших возмущающих воздействиях.

Полученные результаты позволяют строить и анализировать широкий класс адаптивных систем с эталонной моделью в нестационарных условиях.

## Список литературы

1. Elbanna A. E. A. et al. Improved Design and Implementation of Automatic Flight Control System (AFCS) for a Fixed Wing Small UAV // Radioengineering. 2018. Vol. 27. № 3.
2. Sahwee Z. et al. Wind tunnel evaluation for control transition from elevator to stabilator of small UAV // J. Eng. Sci. Technol. 2017. Vol. 12. №. 6. P. 1617-1626.
3. Яцун С.Ф., Емельянова О.В, Казарян К.Г. Алгоритм управления беспилотным летательным аппаратом типа конвертоплан // Беспилотные транспортные средства с элементами искусственного интеллекта (БТС-ИИ-2016): труды третьего Всероссийского научно-практического семинара. Иннополис: Изд-во «Перо», 2016. С. 147-157.
4. Control fligth of a UAV type tricopter with fuzzy logic controller / S. Jatsun, O. Emelyanova, Andres S. M. Leon, S. Stykanyova // 2017 Dynamics of Systems, Mechanisms and Machines (Dynamics). IEEE, 2017. С. 1-5.
5. Jatsun S., Emelyanova O., Leon A. S. M. Design of an Experimental Test Bench for a UAV Type Convertiplane // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. IOP Publishing, 2020. Vol. 714. №. 1. P. 012009.

6. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ № 2016615163 Российская Федерация. Управление полетом трикоптера-2016 / Яцун С.Ф., Емельянова О.В., Савин А.И. заявл. 25.03.2016; зарегистрировано 17.05.2016.

7. Яцун С.Ф., Емельянова О.В., Ефимов С.В. Механизмы конвертопланов / под ред. В.А. Глазунова // Новые механизмы в современной робототехнике. М.: Техносфера, 2018. С. 247-267.

8. Исследование колебаний конвертоплана в вертикальной продольной плоскости / С.Ф. Яцун, Б.В. Лушников, О.В. Емельянова, С.П. Стуканева // Известия Юго-Западного государственного университета. 2019; 23(4): 42-56. <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2019-23-4-42-56>.

9. Modeling and control architecture of autonomous mobile aerial platform environmental monitoring. 4 International conference on information systems and computer science-2019 / S.F. Jatsun, S.V. Efimov, O.V. Emilyanova, A. S. Martinez Leon, P.J. Cruz Davalos // *Held io Quito-Ecuador*. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/9052260>.

10. Яцун С.Ф., Емельянова О. В., Савин А. И. Математическое моделирование конвертоплана с центрально расположенным управляемым приводом // Известия Юго-Западного государственного университета. Серия: Техника и технологии. 2015. №4(17). С. 31-37.

11. Emelyanova O.V., Kazaryan G.K., Martinez Leon A.S., Jatsun S.F. The synthesis of electric drives characteristics of the UAV of “convertiplane – tricopter” type/ MATEC Web Conf. Vol. 99, 2017 2016 Workshop on Contemporary Materials and Technologies in the Aviation Industry (CMTAI2016). <https://doi.org/10.1051/matecconf/20179902002>

12. Синтез параметров электроприводов БПЛА типа «конвертоплан–трикоптер / О.В. Емельянова, Г.К. Казарян, А.С. Мартинез Леон, С.Ф. Яцун, С.П. Стуканева // IV Международная школа-конференция молодых ученых «Нелинейная динамика машин» – School-NDM 2017: сборник трудов. М.:ИМАШ РАН, 2017. С.239-249.

13. Jatsun S. [et al.] Investigation of Oscillations of a Quadcopter Convertiplane in Transient Mode in the Vertical Longitudinal Plane // *Proceedings of 14th International Conference on Electromechanics and Robotics “Zavalishin's Readings”*. Springer, Singapore, 2020. P. 345-358.

14. Пат. на полезную модель № 187784 U1 Российская Федерация, МПК В64С 27/08. Двигатель воздушный с изменяемым вектором тяги / Яцун С.Ф., Мищенко В.Я., Мартинез Л.А.С., Емельянова О.В. № 2018147097 от 28.12.2018.

15. Сафаров Д. И., Емельянова О. В., Локтионова О. Г. Моделирование процесса движения частицы загрязнений в потоке жидкости // Известия Юго-Западного государственного университета. 2012. №. 4-2. С. 225-227.

16. Локтионова О. Г., Сафаров Д. И., Емельянова О. В. Исследование движения частицы в потоке жидкости при очистке сточных вод // Известия Юго-Западного государственного университета. Серия: Техника и технологии. 2012. №. 2-1. С. 163-172.
17. Мартинез Леон А. С., Лушников Б. В., Яцун С. Ф. Реализация динамической модели квадрокоптера в среде SimMechanics / MATLAB с помощью функции CAD-транслятора Solid-Works // Cloud of Science. 2020. Т. 7. №. 2. С. 347-357.
18. Бураков М. В. Модификация адаптивной системы с эталонной моделью // Перспективные информационные технологии-2016: сборник трудов конференции. Самара, 2016. С. 205-208.
19. Томчина О. П. и др. Адаптивное управление нестационарными нелинейными объектами на основе алгоритмов скоростного градиента // Информационно-управляющие системы. 2019. № 3. С. 37-44.

## References

1. Elbanna A. E. A. et al. Improved Design and Implementation of Automatic Flight Control System (AFCS) for a Fixed Wing Small UAV. *Radioengineering*, 2018, vol. 27, no. 3.
2. Sahwee Z. et al. Wind tunnel evaluation for control transition from elevator to stabilator of small UAV. *J. Eng. Sci. Technol*, 2017, vol. 12, no. 6, pp. 1617-1626.
3. Yacun S.F., Emel'yanova O.V., Kazaryan G.K. [Convertiplane unmanned aerial vehicle control algorithm] *Bespilotnye transportnye sredstva s elementami iskusstvennogo intellekta (BTS-II-2016). Trudy tret'ego Vserossiyskogo nauchno-prakticheskogo seminara*. [Unmanned vehicles with elements of artificial intelligence (BTS-AI-2016). Proceedings of the third all-Russian scientific and practical seminar]. Innopolis, 2016, pp. 147-157 (In Russ).
4. Jatsun S., Emelyanova O., Andres S. M. Leon, Stykanyova S. Control flight of a UAV type tricopter with fuzzy logic controller. 2017 Dynamics of Systems, Mechanisms and Machines (Dynamics), 2017, pp. 1-5. IEEE.
5. Jatsun S., Emelyanova O., Leon A. S. M. Design of an Experimental Test Bench for a UAV Type Convertiplane. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. IOP Publishing, 2020, vol. 714, no. 1, 012009 p.
6. Yatsun S.F., Emelyanova O.V., Savin A.I. *Upravlenie poletom trikoptera-2016* [Flight control trikoptera-2016]. Computer Program Registration Certificate № 2016615163 RF, 17.05.2016.
7. Yacun S.F., Emel'yanova O.V., Efimov S.V. [Mechanisms of convertiplane] *Novye mekhanizmy v sovremennoj robototekhnike* [New mechanisms in modern robotics]. Moscow, Tekhnosfera Publ., 2018, pp. 247-267 (In Russ.).

8. Jatsun S. F., Lushnikov B. V., Emelyanova O. V., Stukaneva S. P. Study of Tiltrotor Oscillations in a Vertical Longitudinal Plane. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta = Proceedings of the Southwest State University*. 2019, 23(4): 42-56 (In Russ.). <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2019-23-4-42-56>.

9. Jatsun S.F., Efimov S. V., Emilyanova O.V., Martinez Leon A. S. Modeling and control architecture of autonomous mobile aerial platform environmental monitoring. 4 International conference on information systems and computer science-inciscos, 2019 held in Quito-Ecuador. Available at: <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/9052260>

10. Yacun S.F., Emel'yanova O.V., Savin S.I. Matematicheskoe modelirovanie konvertoplana s central'no raspolozhennym upravlyaemym privodom [Mathematical modeling of a tiltrotor with a centrally located controlled drive]. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Tekhnika i tekhnologii = Proceedings of the Southwest State University. Series: Engineering and Technologies*, 2015, no.4(17), pp. 31-37 (In Russ.)

11. Emelyanova O.V., Kazaryan G.K., Martinez Leon A.S., Jatsun S.F. The synthesis of electric drives characteristics of the UAV of "convertiplane – tricopter" type/ MATEC Web Conf. Volume 99, 2017 2016 Workshop on Contemporary Materials and Technologies in the Aviation Industry (CMTAI2016). <https://doi.org/10.1051/matecconf/20179902002>

12. Emel'yanova O.V., Kazaryan G.K., Martinez Leon A.S., Yacun S.F., Stukaneva S.P. [Synthesis of parameters of electric drives of UAV type" tiltrotor–tricopter] *IV Mezhdunarodnaya shkola-konferenciya molodyh uchenykh "Nelinejnaya dinamika mashin"* [IV international school-conference of young scientists "Nonlinear dynamics of machines"]. Moscow, 2017, pp. 239-249 (In Russ.).

13. Jatsun S. [et al.] Investigation of Oscillations of a Quadcopter Convertiplane in Transient Mode in the Vertical Longitudinal Plane. *Proceedings of 14th International Conference on Electromechanics and Robotics "Zavalishin's Readings"*. Springer, Singapore, 2020, pp. 345-358.

14. Yatsun S.F., Mishchenko V.Y., Martinez A., Emelyanova O.V. *Dvizhitel' vozdukhnyy s izmenyaemym vektorom tyagi* [Air propulsor with variable thrust vector]. Patent for useful model RF. № 187784, 28.12.2018.

15. Safarov D. I., Emel'yanova O. V., Loktionova O. G. Modelirovanie processa dvizheniya chasticy zagryaznenij v potoke zhidkosti [Modeling of the process of movement of a particle of contamination in a liquid flow]. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta = Proceedings of the Southwest State University*, 2012, no. 4-2, pp. 225-227 (In Russ.).

16. Loktionova O. G., Safarov D. I., Emel'yanova O. V. Issledovanie dvizheniya chasticy v potoke zhidkosti pri ochistke stochnyh vod [Investigation of particle movement in the liquid flow during wastewater treatment]. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Tekhnika i tekhnologii = Proceedings of the Southwest State University. Series: Engineering and Technologies*, 2012, no. 2-1, pp. 163-172 (In Russ.).

17. Martinez Leon A. S., Lushnikov B. V., Yacun S. F. Realizaciya dinamicheskoy modeli kvadrokoptera v srede SimMechanics MATLAB s pomoshch'yu funkcii CAD-translyatora Solid-Works [Implementation of a dynamic model of a quadrocopter in the SimMechanics/ MATLAB environment using the Solid-Works CAD translator function]. *Cloud of Science*, 2020, vol. 7, no. 2. pp. 347-357 (In Russ).
18. Burakov M. V. [Modification of an adaptive system with a reference model]. *Perspektivnye informacionnye tekhnologii. Sbornik*. [Promising Information Technology-2016. Collection]. Samara, 2016, pp. 205-208 (In Russ)
19. Tomchina O. P. i dr. Adaptivnoe upravlenie nestacionarnymi nelinejnymi ob"ektami na osnove algoritmov skorostnogo gradienta [Adaptive control of non-stationary nonlinear objects based on velocity gradient algorithms]. *Informacionno-upravlyayushchie sistemy=Management Information Systems*, 2019, no. 3, pp. 37-44 (In Russ).

---

### Информация об авторах / Information about the Authors

**Яцун Сергей Фёдорович**, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой механики, мехатроники и робототехники, ФГБОУ ВО «Юго-Западный государственный университет», г. Курск, Российская Федерация, e-mail: teormeh@inbox.ru

**Sergey F. Yatsun**, Dr. of Sci. (Engineering), Professor, Head of Mechanics, Mechatronics and Robotics Department, Southwest State University, Kursk, Russian Federation, e-mail: teormeh@inbox.ru

**Емельянова Оксана Викторовна** кандидат технических наук, доцент, ФГБОУ ВО «Юго-Западный государственный университет», г. Курск, Российская Федерация, e-mail: oks-emelyanova@yandex.ru

**Oksana V. Emelyanova**, Cand. of Sci. (Engineering), Associate Professor, Mechanics, Mechatronics and Robotics Department, Southwest State University, Kursk, Russian Federation, e-mail: oks-emelyanova@yandex.ru

**Луис Мигель Москера Морочо**, аспирант, ФГБОУ ВО «Юго-Западный государственный университет», г. Курск, Российская Федерация, e-mail: teormeh@inbox.ru

**Luis Miguel Mosquera Morocho**, Post-Graduate Student, Department of Mechanics, Mechatronics and Robotics, Southwest State University, Kursk, Russian Federation, e-mail: teormeh@inbox.ru

**Андрес Сантьяго Мартинез Леон**, аспирант, ФГБОУ ВО «Юго-Западный государственный университет», г. Курск, Российская Федерация, e-mail: asml1992@yandex.ru

**Andres Santiago Martinez Leon**, Post-Graduate Student, Department of Mechanics, Mechatronics and Robotics, Southwest State University, Kursk, Russian Federation, e-mail: asml1992@yandex.ru