

УДК 004.896, 621.865

DOI: 10.21869/2223-1560-2019-23-2-53-64

## Комплексирование данных системы управления мобильным роботом с использованием расширенного фильтра Калмана

П.А. Безмен ✉

ФГБОУ ВО «Юго-Западный государственный университет», Россия, 305040, Курск, ул. 50 лет Октября, 94

✉ e-mail: pbezmen@yahoo.com

### Резюме

**Цель исследования.** В статье рассматривается адаптация алгоритма расширенного фильтра Калмана для комплексирования данных датчиков физических величин мобильного робота.

**Методы.** Комплексирование информации – процесс объединения информации (данных) для определения или прогнозирования состояния объекта. Комплексирование обеспечивает повышение робастности управления роботом и точности машинного восприятия информации. Этот процесс схож с многократным проведением эксперимента с целью установить прямым и/или косвенным путями значение некоторой физической величины с требуемой точностью. В системе управления мобильным роботом комплексирование информации датчиков осуществляется одним или несколькими вычислительными устройствами (например, процессорами или микроконтроллерами) [1-5].

**Результаты.** Успехи в цифровой обработке сигналов и обработке изображений основаны на новых алгоритмах, повышении скорости обработки данных вычислительными устройствами и увеличении скорости доступа к данным, находящимся в хранилищах (запоминающих устройствах) и емкости последних. Вычислительными устройствами также выполняется усреднение и фильтрация сигналов отдельных датчиков и дальнейшее их согласование. Задача рационального объединения и обработки информации от различных измерителей может быть решена с помощью алгоритма фильтра Калмана. Алгоритм линейного фильтра Калмана и, в частности, алгоритм расширенного фильтра Калмана в ходе своей работы выполняют большой объем вычислений. В сравнении с линейным фильтром Калмана, при работе расширенного фильтра Калмана значительно возрастают требования к вычислительной мощности бортового вычислителя (вычислительного устройства, ЭВМ) мобильного робота.

**Заключение.** Главный эффект от комплексирования заключается в получении принципиально новой информации, которая не может быть получена от отдельных датчиков. Такой подход разгружает каналы передачи информации от больших (избыточных) потоков данных, идущих непосредственно от датчиков, и позволяет снизить требования к вычислительной мощности вычислительного устройства верхнего уровня структуры системы управления мобильным роботом.

---

**Ключевые слова:** мобильный робот; комплексирование данных; датчик; робототехника.

**Конфликт интересов:** Автор декларирует отсутствие явных и потенциальных конфликтов интересов, связанных с публикацией настоящей статьи.

**Для цитирования:** Безмен П.А. Комплексирование данных системы управления мобильным роботом с использованием расширенного фильтра Калмана // Известия Юго-Западного государственного университета. 2019. Т. 23, № 2. С. 53-64. DOI: 10.21869/2223-1560-2019-23-2-53-64.

UDC 004.896, 621.865

DOI: 10.21869/2223-1560-2019-23-2-53-64

## Integration of Mobile Robot Control System Data Using the Extended Kalman Filter

Petr A. Bezmen ✉

Southwest State University, 94, 50 Let Oktyabrya str., Kursk, 305040, Russian Federation

✉ e-mail: pbezmen@yahoo.com

### Abstract

**Purpose of research.** The article deals with the adaptation of the algorithm of the extended Kalman filter for the integration of data from sensors of physical values of a mobile robot

**Methods.** Integration of data is the process of information (data) fusion for determination or prediction of the state of an object. Integration provides increased robustness of robot control and accuracy of machine perception of information. This process is similar to repeated experiments in order to determine in direct and/or indirect ways the value of a physical quantity with the required accuracy. In the control system of a mobile robot, the integration of sensor data is carried out by one or more computing devices (for example, processors or microcontrollers) [1-5].

**Results.** Advances in digital signal processing and image processing are based on new algorithms, increasing the speed of data processing by computing devices and increasing the speed of access to data stored in storage (storage devices) and the capacity of the latter. Computing devices also perform averaging and filtering of signals of individual sensors and their further matching. The problem of sustainable integration and processing of information from different measuring devices can be solved with the help of the Kalman filter algorithm. The Kalman linear filter algorithm and, in particular, the extended Kalman filter algorithm perform a large amount of computation in the course of their work. In comparison with the linear Kalman filter, the extended Kalman filter significantly increases the requirements for the computing power of the onboard computer (computing device, computer) of a mobile robot.

**Conclusion.** The main effect of integration is to obtain fundamentally new information that cannot be obtained from individual sensors. This approach relieves data channels of large (excessive) data flows coming directly from the sensors, and reduces the requirements for computing power of the computing device of the upper level of the structure of the mobile robot control system.

**Keywords:** mobile robot, data integration, sensor, robotics.

**Conflict of interest.** The Author declare the absence of obvious and potential conflicts of interest related to the publication of this article.

**For citation:** Bezmen P. A. Integration of mobile robot control system data using the extended Kalman filter. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta = Proceedings of the Southwest State University*. 2019, 23(2): 53-64 (In Russ.). DOI: 10.21869/2223-1560-2019-23-2-53-64.

\*\*\*

### Введение

Алгоритм фильтра Калмана (ФК) назван в честь Рудольфа Эмиля Калма-

на, являющегося одним из основных разработчиков теории данного фильтра. Первые работы Р.Э. Калмана, посвященные данному фильтру, появились в

1959-1960 гг. [6]. Фильтр Калмана также называют фильтром Стратоновича-Калмана-Бьюси, т.к. он является частным случаем более общего, нелинейного фильтра, разработанного советским математиком Р.Л. Стратоновичем [7]. В 1960-1961 гг. Р.Э. Калман и Р.С. Бьюси разработали версию фильтра для непрерывного времени [8].

Цифровой ФК представляет собой последовательный рекуррентный алгоритм фильтрации информации дискретных динамических систем, заданных в пространстве состояний. ФК обрабатывает всю информацию, которая может быть предоставлена ему: все доступные измерения, независимо от их точности, для оценки текущего значения интересующих переменных с использованием знаний о динамике системы и измерительных устройств, статистическое описание шумов системы, значения погрешностей измерений, оценки неопределенности состояния системы, любая доступная информация об исходных условиях интересующих переменных. Данный алгоритм объединяет все доступные данные измерений, а также предварительные (предшествующие) знания о системе и измерительных устройствах для получения оценки желаемых переменных таким образом, чтобы ошибка была статистически минимизирована.

**Цель работы** – адаптация алгоритма расширенного фильтра Калмана для комплексирования данных датчиков физических величин мобильного робота.

## Методы решения задачи

### 1. Алгоритм ФК

Различные реализации ФК, в том числе для нелинейных систем, такой как расширенный фильтр Калмана (РФК, англ. *Extended Kalman filter – EKF*) [9], широко используются в навигационных системах летательных аппаратов, надводных и подводных кораблей, космических аппаратов, ракет, наземных транспортных средств, робототехнике. Из-за требований к высокой вычислительной мощности процессоров и микроконтроллеров бортового оборудования, а также наличию установленного в нем большого объема памяти, длительное время данный рекуррентный фильтр имел малую область применения.

Работу алгоритма ФК можно разделить на 4 стадии:

- 1) инициализация;
- 2) прогнозирование;
- 3) наблюдение;
- 4) оценивание.

Стадии алгоритма 2-4 выполняются циклично и составляют каждый цикл работы фильтра; стадии 3 и 4 можно объединить в этап «корректировка» (рис. 1). На стадии инициализации выполняется присвоение элементам используемых в алгоритме массивов данных (векторов и матриц) нуля и задание начальных значений элементам матрицы ковариаций шума процесса и элементам матрицы ковариаций ошибок измерения. Во второй стадии выполняется прогнозирование состояния неко-

торой системы в следующий момент времени. Третья стадия – получение новой информации (например, данных от датчика). В четвертой стадии новая информация корректирует спрогнозированные значения состояния.

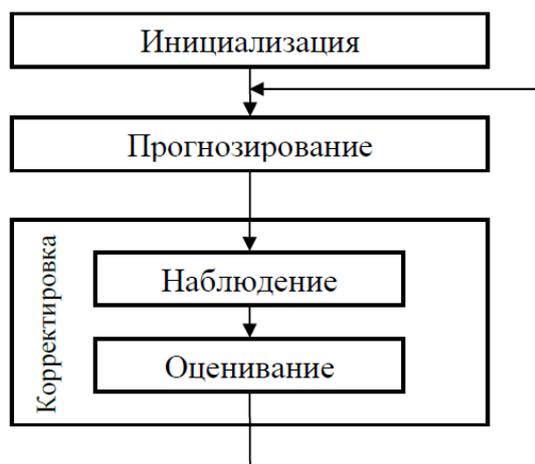


Рис. 1. Стадии работы алгоритма фильтра Калмана

Применение алгоритма ФК в системе управления мобильным роботом позволяет выполнить фильтрацию и комплексирование информации с целью получения скрытых (контекстных) сведений о состоянии системы робота.

Для описания работы ФК введем следующие обозначения.

Текущее общее состояние некоторой системы представим в виде множества значений состояний (например, перемещения, скорости, ускорения) и опишем их в виде вектора  $x$  размерностью  $n$ :

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix}.$$

Вектор  $x$  является результатом работы алгоритма ФК.

Измерения (наблюдения) обозначим в виде вектора  $z$  размерностью  $m$ :

$$z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \dots \\ z_m \end{bmatrix}.$$

Элементы  $z_1 \dots z_m$  вектора  $z$  являются входными данными (например, данными датчиков физических величин) ФК. При условии, что размерность вектора  $x$  меньше размерности вектора  $z$  ( $n < m$ ), ФК выполняет комплексирование (объединение) информации.

Модель системы для дискретного времени подразумевает, что состояние системы  $x$  в момент времени  $k$  ( $t_k$ ) определяется уравнением состояния:

$$x(k) = F(k)x(k-1) + B(k)u(k-1) + w(k-1), \quad (1)$$

где  $F(k)$  – матрица эволюции (процесса изменения состояния) системы от момента времени  $k-1$  до момента времени  $k$  (применяется к предыдущему состоянию системы, т.е. к  $x(k-1)$ ) – размерность матрицы  $n \times n$ ;

$x(k-1)$  – предыдущее состояние системы;

$B(k)$  – матрица управления (применения управляющего воздействия) (применяется к вектору управляющих воздействий в предыдущий момент времени, т.е. к  $u(k-1)$ ) – размерность матрицы  $n \times e$ ;

$u(k-1)$  – вектор управляющих воздействий размерностью  $e$  в предыдущий момент времени;

$w(k-1)$  – вектор шума процесса (случайного процесса) размерностью  $n$ , описывающий случайный характер эволюции системы в предыдущий момент времени, имеет многомерное нормальное распределение  $N$  и характеризуется нулевым математическим ожиданием (средним значением случайной величины) и ковариационной матрицей  $Q(k)$  – матрицей ковариаций шума процесса размерностью  $n \times n$ :  $w(k) \sim N(0, Q(k))$ .

Произведение матрицы управления  $B$  на вектор управляющих воздействий  $u$  в (1) может отсутствовать, если в ФК не учитываются управляющие воздействия на систему.

В момент времени  $k$  выполняется наблюдение системы с целью сформировать вектор  $z(k)$ . Данный вектор выразим в виде уравнения наблюдений:

$$z(k) = H(k)x(k) + v(k), \quad (2)$$

где  $H(k)$  – матрица наблюдений системы (применяется к состоянию  $x(k)$  системы для отображения пространства состояний в пространство наблюдений) – размерность матрицы  $m \times n$ ;

$x(k)$  – состояние системы в момент времени  $k$ ;

$v(k)$  – вектор ошибок измерения (наблюдаемого «белого» гауссовского шума) размерностью  $m$ , характеризующегося нулевым математическим ожиданием (средним значением случайной величины) и ковариационной матрицей  $R(k)$  – матрицей ковариаций ошибок измерения размерностью  $m \times m$ :  $v(k) \sim N(0, R(k))$ .

Предполагается, что вектор шума процесса  $w$  и вектор ошибок измерения  $v$  независимы друг от друга.

Вектор  $\hat{x}(k | k-1)$  априорной (прогнозируемой) оценки состояния системы выразим следующим образом:

$$\hat{x}(k | k-1) = F(k)\hat{x}(k-1 | k-1) + B(k)u(k), \quad (3)$$

где  $\hat{x}(k-1 | k-1)$  – вектор оценки состояния системы в момент времени  $(k-1)$  с учетом наблюдений по момент времени  $(k-1)$  включительно.

Ковариационную матрицу  $P(k | k-1)$  априорной (прогнозируемой) ошибки (ошибки оценки) состояния системы выразим как

$$P(k | k-1) = F(k)P(k-1 | k-1)F^T(k) + Q(k), \quad (4)$$

где  $P(k-1 | k-1)$  – матрица ковариаций ошибки (ошибки оценки) состояния системы в момент времени  $(k-1)$  – размерность матрицы  $n \times n$ ;

$Q(k)$  – матрица ковариаций шума процесса.

Вектор  $\hat{x}(k | k)$  апостериорной (обновленной) оценки состояния системы выразим следующим образом:

$$\begin{aligned} \hat{x}(k | k) &= [\mathbf{1} - G(k)H(k)]\hat{x}(k | k-1) + \\ &+ G(k)z(k) = \hat{x}(k | k-1) + G(k) \times \\ &\times [z(k) - H(k) \cdot \hat{x}(k | k-1)], \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\mathbf{1}$  – единичная матрица размерно-

$$\text{стью } n \times n: \mathbf{1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix},$$

$G(k)$  – матрица коэффициентов усиления, оптимальных по Калману – размерность матрицы  $n \times m$ ;

$H(k)$  – матрица наблюдений системы.

Ковариационную матрицу  $P(k | k)$  апостериорной (обновленной) ошибки (ошибки оценки) состояния системы выразим как

$$P(k | k) = P(k | k - 1) - G(k)S(k)G^T(k), \quad (6)$$

где  $S(k)$  – матрица ковариаций отклонений (инноваций) размерностью  $m \times m$ :

$$S(k) = H(k)P(k | k - 1)H^T(k) + R(k). \quad (7)$$

Матрицу  $G(k)$  коэффициентов усиления можно представить в виде:

$$G(k) = P(k | k - 1)H^T(k)S^{-1}(k), \quad (8)$$

тогда, выполнив подстановку (8) в (6), получим:

$$P(k | k) = P(k | k - 1) - [P(k | k - 1)H^T(k)S^{-1}(k)]S(k)G^T(k). \quad (9)$$

Т.к. матрица  $S(k)$  ковариаций отклонений является невырожденной квадратной, то

$$S^{-1}(k)S(k) = S(k)S^{-1}(k) = \mathbf{1}, \quad (10)$$

где  $\mathbf{1}$  – единичная матрица размерностью  $m \times m$ .

Отсюда имеем:

$$P(k | k) = P(k | k - 1) - P(k | k - 1)H^T(k)G^T(k). \quad (11)$$

Т.к. ковариационная матрица  $P$  ошибки оценки состояния системы является квадратной симметричной, то

$$\begin{aligned} [P(k | k)]^T &= P(k | k), \\ [P(k | k - 1)]^T &= P(k | k - 1), \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} [P(k | k - 1) - P(k | k - 1)H^T(k)G^T(k)]^T &= \\ = P(k | k - 1) - G(k)H(k)P(k | k - 1). \end{aligned} \quad (13)$$

Транспонируя левую и правую части выражения (11), имеем:

$$P(k | k) = [\mathbf{1} - G(k)H(k)]P(k | k - 1), \quad (14)$$

где  $\mathbf{1}$  – единичная матрица размерностью  $n \times n$ .

Выражение (14) справедливо для оптимального усиления Калмана (8).

Стадия «прогнозирование» работы ФК описывается выражениями (3) и (4), этап «корректировка» – выражениями (5) и (6) (рис. 1).

Вектор некоторого отклонения (инновации)  $\tilde{y}(k)$ , полученного на шаге  $k$  наблюдения системы от наблюдения системы, ожидаемого при произведенном прогнозировании, определим как

$$\tilde{y}(k) = z(k) - H(k)\hat{x}(k | k - 1), \quad (15)$$

где  $\tilde{y}(k)$  – вектор отклонения (инновации) размерностью  $m$ .

Таким образом, вектор апостериорной (обновленной) оценки состояния системы можно выразить как

$$\begin{aligned} \hat{x}(k | k) &= \hat{x}(k | k - 1) + \\ &+ G(k)[z(k) - H(k) \cdot \hat{x}(k | k - 1)] = \\ &= \hat{x}(k | k - 1) + G(k) \cdot \tilde{y}(k). \end{aligned}$$

Отсюда матрицу  $S(k)$  ковариаций отклонений (инноваций) можно выразить как

$$S(k) = \text{cov}(\tilde{y}(k)). \quad (16)$$

Матрицу  $P$  ковариаций ошибки (ошибки оценки) состояния системы выразим следующим образом:

– для априорной (прогнозируемой) ошибки –

$$P(k | k - 1) = \text{cov}(x(k) - \hat{x}(k | k - 1)), \quad (17)$$

для апостериорной (обновленной) ошибки –

$$P(k | k) = \text{cov}(x(k) - \hat{x}(k | k)). \quad (18)$$

## 2. Алгоритм РФК

РФК является субоптимальным алгоритмом фильтрации, применяемым при работе с нелинейными системами [9]. Отличие данного фильтра от линейного фильтра Калмана состоит в возможности принятия нелинейной модели (например, модели движения цели, модели измерений) системы. Алгоритм РФК предполагает линеаризацию нелинейных функций в уравнениях состояния и наблюдений с последующим применением линейного фильтра Калмана.

Для РФК уравнение состояния (1) и уравнение наблюдений (2) принимают вид выражений (19) и (20) соответственно:

$$x(k) = \mathbf{f}(x(k-1), u(k-1), (k-1)) + w(k), \quad (19)$$

$$z(k) = \mathbf{h}(x(k), k) + v(k). \quad (20)$$

В уравнении состояния (19) и уравнении наблюдений (20) функции  $\mathbf{f}(\bullet)$  и  $\mathbf{h}(\bullet)$  – некоторые нелинейные векторные функции, дифференцируемые по вектору состояния  $x$ , такие, что:

$$J_{f_x}(k) = \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial x} \right|_{\hat{x}(k-1|k-1), u(k-1)}, \quad (21)$$

$$J_{h_x}(k) = \left. \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial x} \right|_{\hat{x}(k|k-1)}, \quad (22)$$

где  $J_{f_x}(k)$  – квадратная матрица Якоби  $n \times n$  ( $n$  – размерность вектора состояния  $x$ ) для уравнения состояния в момент времени  $(k-1)$  (в предыдущем состоянии системы);

$J_{h_x}(k)$  – прямоугольная матрица Якоби  $m \times n$  ( $m$  – размерность вектора наблюдений  $z$ ,  $n$  – размерность вектора состояния  $x$ ) для уравнения наблюдений в момент времени  $k$  (в спрогнозированном состоянии системы).

Нелинейная функция процесса (изменения состояния)  $\mathbf{f}(\bullet)$  используется для прогнозирования состояния (оценки состояния) системы исходя из предыдущего её состояния (оценки состояния).

Нелинейная функция наблюдений  $\mathbf{h}(\bullet)$  применяется для прогнозирования наблюдений из спрогнозированного состояния (оценки состояния) системы.

Для получения частных производных первого порядка векторных функций  $\mathbf{f}(\bullet)$  и  $\mathbf{h}(\bullet)$  размерностями  $n$  и  $m$  соответственно (с целью линеаризации нелинейных векторных функций  $\mathbf{f}(\bullet)$  и  $\mathbf{h}(\bullet)$  и формирования матриц Якоби  $J_{f_x}(k)$  и  $J_{h_x}(k)$  (21)-(22)) необходимо, чтобы элементы этих функций являлись функциями таких аргументов, что:

$$\mathbf{f}(\bullet) = \begin{bmatrix} f_1(x_1, \dots) \\ f_2(\dots, x_2, \dots) \\ \dots \\ f_n(\dots, x_n) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{h}(\bullet) = \begin{bmatrix} h_1(x_1, \dots) \\ h_2(\dots, x_2, \dots) \\ \dots \\ h_m(\dots, x_n) \end{bmatrix},$$

где  $x_1, \dots, x_n$  – элементы вектора  $x$  состояния системы,

$f_1(\bullet), \dots, f_n(\bullet)$  и  $h_1(\bullet), \dots, h_m(\bullet)$  – некоторые нелинейные функции одного или нескольких аргументов.

Для алгоритма РФК стадия «прогнозирование» описывается выражениями (23) и (24):

$$\hat{x}(k|k-1) = \mathbf{f}(\hat{x}(k-1|k-1), u(k-1), (k-1)), \quad (23)$$

$$P(k|k-1) = J_{f_x}(k)P(k-1|k-1)J_{f_x}^T(k) + Q(k-1), \quad (24)$$

где  $J_{f_x}(k)$  и  $J_{f_x}^T(k)$  – исходная и транспонированная квадратные матрицы Якоби векторной функции  $\mathbf{f}(\bullet)$  соответственно.

Этап «корректировка» РФК описывается выражениями (25) и (26):

$$\hat{x}(k|k) = \hat{x}(k|k-1) + G(k)[z(k) - \mathbf{h}(\hat{x}(k|k-1))], \quad (25)$$

$$P(k|k) = [1 - G(k) \cdot J_{h_x}(k)]P(k|k-1), \quad (26)$$

где  $1$  – единичная матрица размерностью  $n \times n$ ;

$J_{h_x}(k)$  – прямоугольная матрица Якоби векторной функции  $\mathbf{h}(\bullet)$ .

Матрицу  $G(k)$  коэффициентов усиления и матрицу  $S(k)$  ковариаций отклонений можно представить в виде

$$G(k) = P(k|k-1)J_{h_x}^T(k)S^{-1}(k), \quad (27)$$

$$S(k) = J_{h_x}(k)P(k|k-1)J_{h_x}^T(k) + R(k), \quad (28)$$

где  $J_{h_x}(k)$  и  $J_{h_x}^T(k)$  – исходная и транспонированная прямоугольные матрицы Якоби векторной функции  $\mathbf{h}(\bullet)$  соответственно.

## Результаты и их обсуждение

Комплексирование данных расширенным фильтром Калмана осуществляется с помощью определенных функций-элементов  $h_1(\bullet), \dots, h_m(\bullet)$  векторной функции  $\mathbf{h}(\bullet)$  при условии, что размер-

ность вектора  $x = \hat{x}(k|k)$  (результата цикла работы фильтра) меньше размерности вектора  $z$ , например, при  $n = 1, n < m, n = const, m = const$ :

$$\mathbf{h}(\bullet) = \begin{bmatrix} h_1(x_1) \\ h_2(x_1) \\ \dots \\ h_m(x_1) \end{bmatrix},$$

т.е. только первый элемент вектора  $x$  будет являться аргументом функций  $h_1(\bullet), \dots, h_m(\bullet)$ . Исходя из данной векторной функции  $\mathbf{h}(\bullet)$  формируется матрица  $J_{h_x}(k)$ . Значения элементов векторной функции  $\mathbf{h}(\bullet)$  и матрицы  $J_{h_x}(k)$  вычисляются в начале каждого цикла работы фильтра (см. рис. 1).

Значения элементов матрицы  $G(k)$  коэффициентов усиления могут быть использованы как весовые коэффициенты (весы) определенных элементов вектора  $z$  с целью придания некоторым элементам данного вектора большего или меньшего веса в значении результата процесса комплексирования по сравнению с другими элементами вектора  $z$ . При этом вычисление значений элементов матрицы  $G(k)$  согласно выражениям (27) и (28) не выполняется в ходе работы РФК, а вместо этого осуществляется присвоение элементам матрицы  $G(k)$  конкретных значений веса в диапазоне  $0,0 \dots 1,0$  (с учетом того, что сумма весов всех элементов вектора  $z$ , соответствующих конкретному элементу  $f$  вектора  $\hat{x}$ , равна  $1,0$ ). Таким образом, результат процесса комплексирования можно выразить как

$$\hat{x}(k|k)_f = \hat{x}(k|k-1)_f + G(k)_{f,q} [z(k)_q - \mathbf{h}(\hat{x}(k|k-1)_f)_q], \quad (29)$$

или, если записать результат процесса комплексирования как результат объединения данных наблюдений  $z(k)$ , то данный результат является средним арифметическим взвешенным значением,

$$K = \sum_{q=a}^b (G(k)_{f,q} \cdot z(k)_q), \quad (30)$$

где  $K$  – результат процесса комплексирования;

$\hat{x}(k|k)_f$  и  $\hat{x}(k|k-1)_f$  – некоторые элементы векторов  $\hat{x}(k|k)$  и  $\hat{x}(k|k-1)$  соответственно, содержащие результат комплексирования;

$f$  – индекс элементов векторов  $\hat{x}(k|k)$  и  $\hat{x}(k|k-1)$  и матрицы  $G(k)$  (индекс строки),  $f \in [0, n)$ ;

$q$  – индекс элементов вектора  $z(k)$ , матрицы  $G(k)$  (индекс столбца), векторной функции  $\mathbf{h}(\bullet)$ ,  $q \in [a, b]$ ,  $0 \leq a < b < m$ ,  $n < m$ ,  $n = const$ ,  $m = const$ ,  $a = const$ ,  $b = const$ .

Каждый цикл работы РФК состоит из последовательного выполнения операций:

1) формирование функции  $\mathbf{h}(\bullet)$  и матрицы  $J_{\mathbf{h},x}(k)$ ;

2) формирование функции  $\mathbf{f}(\bullet)$  и матрицы  $J_{\mathbf{f},x}(k)$ ;

3) вычисление матрицы  $P(k|k-1)$  согласно выражению (24);

4) вычисление (формирование) матрицы  $G(k)$ ;

5) формирование вектора  $z(k)$ ;

6) вычисление вектора  $\hat{x}(k|k)$  согласно выражению (25);

7) вычисление матрицы  $P(k|k)$  согласно выражению (26).

## Выводы

Алгоритм линейного фильтра Калмана и, в частности, алгоритм РФК в ходе своей работы выполняют большой объем вычислений. В сравнении с линейным фильтром Калмана, при работе РФК значительно возрастают требования к вычислительной мощности бортового вычислителя (вычислительного устройства, ЭВМ) мобильного робота. Значения элементов векторов и матриц, перечисленных в таблице, должны вычисляться на каждом цикле (итерации) работы фильтра – например, в РФК элементы матриц Якоби не являются константами. Увеличение размерностей векторов и матриц влечет за собой возрастание вычислительных затрат работы фильтра. В алгоритме РФК наибольших вычислительных затрат требуют операции умножения и обращения матриц. Вычислительная (временная) асимптотическая сложность одной итерации алгоритма РФК в худшем случае достигает  $O(n^3)$ , где  $n$  – объем обрабатываемых алгоритмом данных [10]. В РФК используется линеаризованная модель реальной нелинейной системы. Для минимизации ошибок работы данного фильтра требуется задание корректных начальных значений элементам векторов и матриц на стадии инициализации.

## Размерности векторов и матриц алгоритма ФК

Вектор	Размерность	Матрица	Размерность (строки × столбцы)
$x(\hat{x})$	$n$	$F$	$n \times n$
$z$	$m$	$H$	$m \times n$
$\tilde{y}$	$m$	$B$	$n \times e$
$u$	$e$	$Q$	$n \times n$
$w$	$n$	$R$	$m \times m$
$v$	$m$	$P$	$n \times n$
$f(\bullet)$	$n$	$G$	$n \times m$
$h(\bullet)$	$m$	$S$	$m \times m$
Примечание: $n, m, e \in \mathbf{N}$		$J_{f_x}$	$n \times n$
		$J_{f_x}^T$	$n \times n$
		$J_{h_x}$	$m \times n$
		$J_{h_x}^T$	$n \times m$

Особенность фильтров Калмана – предположение, что в системе присутствует влияние гауссовского «белого» шума (характеризующегося нулевым математическим ожиданием) на её состояние, в то время как часто шум имеет более сложную структуру.

Необходимые условия для успешного комплексирования данных:

– адекватные наблюдаемым физическим величинам данные датчиков роботов;

– достаточная частота сбора (обновления) данных датчиков;

– соразмерные (однотипные) данные датчиков;

– достаточная разрешающая способность датчиков;

– высокая надежность датчиков;

– достаточный диапазон (рабочая зона) действия датчиков;

– наличие только постоянной помехи и/или случайных помех, вероятность которых подчиняется закону распределения Гаусса (нормальному закону распределения).

## Список литературы

1. Безмен П.А. Архитектура системы управления мобильным роботом // Естественные и технические науки. 2018. №6. С. 100-103.
2. Безмен П.А. Комплексирование данных системы управления мобильным роботом // Естественные и технические науки. 2018. №8. С. 154-157.
3. Безмен П.А. Устройства цифровой обработки сигналов в системах управления мобильными роботами // Актуальные проблемы современной науки. 2018. №4. С. 232-237.

4. Афра Б., Кападийя, А. DSP или FPGA? Как выбрать нужное устройство // *Электроника: наука, технология, бизнес*. 2008. № 8. С.54-57.
5. Ермолов И.Л. Расширение функциональных возможностей мобильных технологических роботов путем повышения уровня их автономности с использованием иерархической комплексной обработки бортовых данных: дис. ... д-ра техн. наук. М., 2012. 350 с.
6. Kalman R.E. A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems // *Transactions of the ASME (American Society of Mechanical Engineers). Journal of Basic Engineering*. 1960. Vol. 82 (1). P. 35-45.
7. Стратонович Р.Л. К теории оптимальной нелинейной фильтрации случайных функций // *Теория вероятностей и ее применения*. 1959. Т. 4, № 2. С. 239-242.
8. Kalman R.E., Busy, R.S. New Results in Linear Filtering and Prediction Theory // *Transactions of the ASME (American Society of Mechanical Engineers). Journal of Basic Engineering*. 1961. Vol. 83 (1). P. 95-108.
9. Bar-Shalom Y., Li, X.R., Kirubarajan T. Estimation with Applications to Tracking and Navigation: Theory Algorithms and Software // John Wiley & Sons, 2001. P. 584.
10. Анализ вычислительной сложности рекуррентных алгоритмов обработки данных в оптической когерентной томографии / М.А. Волынский, И.П. Гуров, П.А. Ермолаев, П.С. Скаков // *Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики*. 2014. №6. С.35-40.

Поступила в редакцию 11.02.2019

Подписана в печать 06.03.2019

## Reference

1. Bezmen P.A. Arkhitektura sistemy upravleniya mobil'nym robotom [The architecture of a mobile robot control system]. *Estestvennye i tekhnicheskie nauki = Natural and Technical Sciences*, 2018, no. 6, pp. 100-103 (In Russ.).
2. Bezmen P.A. Kompleksirovanie dannykh sistemy upravleniya mobil'nym robotom [Data fusion of a mobile robot control system]. *Estestvennye i tekhnicheskie nauki = Natural and Technical Sciences*, 2018, no.8, pp. 154-157 (In Russ.).
3. Bezmen P.A. Ustroistva tsifrovoi obrabotki signalov v sistemakh upravleniya mobil'nymi robotami [Digital signal processing devices in mobile robot control systems]. *Aktual'nye problemy sovremennoi nauki = Actual problems of modern science*. 2018, no.4, pp. 232-237 (In Russ.).
4. Afra B., Kapadiya A. DSP ili FPGA? Kak vybrat' nuzhnoe ustroistvo [DSP or FPGA? How to choose the right device]. *Elektronika: nauka, tekhnologiya, biznes = Electronics: science, technology, business*, 2008, no. 8, pp. 54-57 (In Russ.).

5. Ermolov I.L. Rasshirenie funktsional'nykh vozmozhnostei mobil'nykh tekhnologicheskikh robotov putem povysheniya urovnya ikh avtonomnosti s ispol'zovaniem ierarkhicheskoi kompleksnoi obrabotki bortovykh dannykh [Expansion of functionality of mobile technological robots by increasing their level of autonomy with the use of hierarchical complex processing of onboard data]. Diss. doctor of technical sciences. Moscow, 2012, 350 p. (In Russ.)
6. Kalman R.E. A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems. *Transactions of the ASME (American Society of Mechanical Engineers), Journal of Basic Engineering*, 1960, vol. 82 (1), pp. 35-45.
7. Stratonovich R.L. K teorii optimal'noi nelineinoi fil'tratsii sluchainykh funktsii = [On the theory of optimal nonlinear filtering of random functions]. *Teoriya veroyatnostei i ee primeneniya = Probability theory and its applications*, 1959, vol. 4, no. 2, pp. 239-242 (In Russ.).
8. Kalman R.E., Busy, R.S. New Results in Linear Filtering and Prediction Theory. *Transactions of the ASME (American Society of Mechanical Engineers), Journal of Basic Engineering*, 1961, vol. 83 (1), pp. 95-108.
9. Bar-Shalom Y., Li, X.R., Kirubarajan T. Estimation with Applications to Tracking and Navigation: Theory Algorithms and Software. John Wiley & Sons, 2001, pp. 584.
10. Volynskiy M.A., Gurov I.P., Yermolaev P.A., Skakov P.S. Analiz vychislitel'noi slozhnosti rekurrentnykh algoritmov obrabotki dannykh v opticheskoi kogerentnoi tomografii [Analysis of the computational complexity of recurrent data processing algorithms in optical coherent tomography]. *Nauchno-tekhnicheskii vestnik informatsionnykh tekhnologii, mekhaniki i optiki = Scientific and Technical Bulletin of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2014, no. 6, pp. 35-40 (In Russ.).

Received 11.02.2019

Accepted 06.03.2019

---

### Информация об авторах / Information about the Authors

**Пётр Анатольевич Безмен**, кандидат технических наук, доцент, ФГБОУ ВО «Юго-Западный государственный университет», г. Курск, Российская Федерация, e-mail: pbezmen@yahoo.com

**Petr A. Bezmen**, Candidate of Engineering Sciences, Associate Professor, Southwest State University, Kursk, Russian Federation, e-mail: pbezmen@yahoo.com