

УДК 532.5

**Е.П. Корнаева**, канд. физ.-мат. наук, доцент, ФГБОУ ВО «Орловский государственный университет им. И. С. Тургенева» (Россия, 302026, Орел, ул. Комсомольская, 94)  
(e-mail: lenoks\_box@mail.ru)

**А.В. Корнаев**, канд. техн. наук, доцент, с.н.с., ФГБОУ ВО «Орловский государственный университет им. И. С. Тургенева» (Россия, 302026, Орел, ул. Комсомольская, 94)  
(e-mail: rusakor@inbox.ru)

**Л.А. Савин**, д-р техн. наук, профессор, ФГБОУ ВО «Орловский государственный университет им. И. С. Тургенева» (Россия, 302026, Орел, ул. Комсомольская, 94)  
(e-mail: savin@ostu.ru)

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОГО ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ В КОНФУЗОРНЫХ КАНАЛАХ В УСЛОВИЯХ МНОГОЗОННОЙ ПОДАЧИ СМАЗОЧНОГО МАТЕРИАЛА**

*Одним из существенных условий для создания несущей способности смазочного слоя в тонких каналах с движущимися относительно друг друга образующими поверхностями является наличие геометрического или вязкостного клина. В данной работе авторами предлагается способ создания дополнительной несущей способности за счет так называемого искусственного температурного клина. В работе представлена математическая модель неизотермического течения вязкой жидкости в конфузоре, образованном двумя несоосными цилиндрами, учитывающая многозонный способ подачи смазочного материала неоднородной температуры. В основе разработанной математической модели лежит обобщенное уравнение Рейнольдса и уравнение конвективной теплопроводности, записанные в бицилиндрических координатах, что значительно упрощает задание граничных условий. Справедливость использования уравнения Рейнольдса подтверждается анализом слагаемых уравнения Навье-Стокса в рассматриваемом диапазоне значений геометрических, кинематических и статических факторов. Математическая модель численно реализована с помощью метода конечных разностей, а разработанная программа расчета представляет собой некий практический инструментарий для расчета распределенных и интегральных характеристик рассматриваемых объектов применительно к подшипникам жидкостного трения и гидродинамическим щелевым уплотнениям. В частности, в данной работе показана эффективность создания искусственного температурного клина за счет многозонной подачи смазочного материала неоднородной температуры. На основании вычислительного эксперимента определены температурные условия при подаче смазочного материала, которые позволяют добиться повышения несущей способности в среднем на 20%, при том, что коэффициент трения снижается на 16% для рассматриваемого объекта применительно к подшипникам жидкостного трения лабораторной роторно-опорной установки.*

**Ключевые слова:** гидродинамический эффект; многозонная подача; смазочный материал; температурный клин; несущая способность; коэффициент трения; бицилиндрические координаты; уравнение Рейнольдса; уравнение конвективной теплопроводности.

**DOI:** 10.21869/2223-1560-2018-22-5-109-118

**Ссылка для цитирования:** Корнаева Е.П., Корнаев А.В., Савин Л.А. Моделирование неизотермического течения вязкой жидкости в конфузорных каналах в условиях многозонной подачи смазочного материала // Известия Юго-Западного государственного университета. 2018. Т. 22, № 5(80). С. 109-118.

\*\*\*

### **Введение**

Условиями развития гидродинамической подъемной силы при течении вязкой среды в тонком канале являются: значи-

мый перепад скорости по толщине слоя, который возникает благодаря взаимному движению поверхностей, «прилипанию» среды к трущимся поверхностям, свой-

ству вязкости среды и малому зазору между поверхностями; изменение зазора между трущимися поверхностями во времени или по направлению движения среды. Особое внимание следует уделить второму условию, которое обычно сводится к эффекту клина. Причем это условие не является обязательным и эффект геометрического клина может быть заменен клином вязкостным или плотностным [1]. Исследование подобных альтернативных эффектов берет начало с экспериментов А. Фогга (1946 г.), в результате которых была обнаружена несущая способность в слое между гладкими параллельными поверхностями [1, 2]. У. Коуп обосновал этот эффект математически и получил формулу для температурно-плотностного клина, аналогичную формуле для геометрического клина, связывающую градиент давления и функцию вязкости. У. Коуп согласился с А. Фоггом, что эффект температурно-плотностного клина менее значителен, чем эффект геометрического клина [1, 3]. Позднее этот эффект был объяснен Д. Доусоном в большей мере термическим расширением деталей сопряжения, а Дж. Янг в своих исследованиях показал, что для получения значительной несущей способности необходимы большие градиенты температур и очень тонкие слои жидкости [4]. Тем не менее, исследования в этой области не прекратились [1, 5-6]. На сегодняшний день принято разделять эффект плотностного клина и эффект вязкостного клина. Эффект плотностного клина всегда положительный с точки зрения создания дополнительной несущей способности, но при этом незначительный и им можно пренебречь [1]. Эффект

вязкостного клина может быть как положительным, так и отрицательным, и столь же значимым, как и эффект геометрического клина [1]. Эффект вязкостного клина для ньютоновских жидкостей может быть вызван температурной неоднородностью. В работе [7] авторами приведены результаты решения задачи совершенствования реологических свойств среды по критерию минимума энергопотерь. В данной статье теоретически исследуется проблема создания искусственного температурно-вязкостного клина путем подачи среды неоднородной температуры.

#### Концептуальная и математическая модель

Исследуется течение вязкой несжимаемой жидкости в несоосном канале, образованном двумя цилиндрами длиной  $L$ , внешний цилиндр радиуса  $R$  неподвижен, внутренний радиуса  $r$  вращается с постоянной угловой скоростью  $\omega$ . Осуществляется осевая подача жидкости под давлением  $p_0$  с одного торца,  $p_1$  - давление в жидкости на противоположном торце. Поле скоростей предполагается трехмерным  $\vec{V} = [[v_1 \quad v_2 \quad v_3]]$ .

Основные уравнения, описывающие данный процесс, удобнее представить в бицилиндрической системе координат, т.к. изоповерхностями одной из координат являются цилиндры со смещенными центрами, и область течения между несоосными цилиндрами будет иметь форму прямоугольного параллелепипеда  $\beta_i^- \leq \beta_i \leq \beta_i^+$ , что упрощает, например, задание граничных условий и пределов интегрирования (рис. 1).

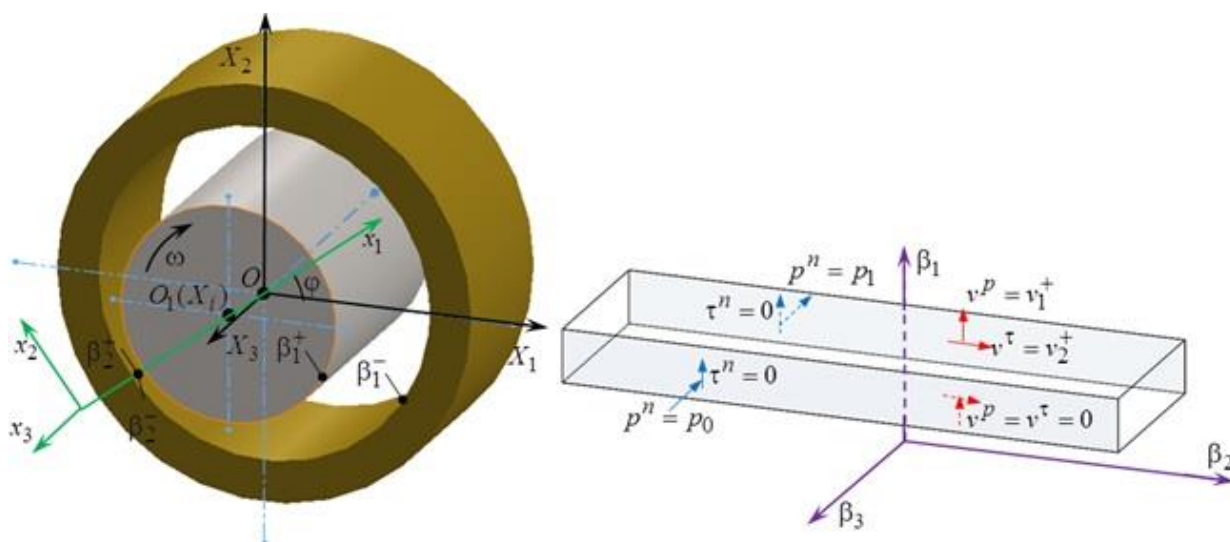


Рис.1. Расчетная область в декартовых и бицилиндрических координатах

Уравнения неразрывности и Навье-Стокса с учетом допущений Рейнольдса [8], обоснованных для данной постановки задачи в работе [9], примут вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial(\rho v_1 H)}{\partial \beta_1} + \frac{\partial(\rho v_2 H)}{\partial \beta_2} + \frac{\partial(\rho v_3 H^2)}{\partial \beta_3} = 0, \\ \frac{\partial p}{\partial \beta_1} = 0; \\ \frac{\partial p}{\partial \beta_2} = \frac{1}{H^2} \frac{\partial}{\partial \beta_1} \left[ \mu H^2 \frac{\partial}{\partial \beta_1} \left( \frac{v_2}{H} \right) \right]; \\ \frac{\partial p}{\partial \beta_3} = \frac{1}{H^2} \frac{\partial}{\partial \beta_1} \left[ \mu \frac{\partial v_3}{\partial \beta_1} \right], \end{cases} \quad (1)$$

где  $\beta_i$  – радиальная, окружная и осевая бицилиндрические координаты соответственно,  $H = H(\beta_1, \beta_2)$  – функция коэффициента Ламе [10].

Интегрирование первого уравнения (1) по координате  $\beta_1$  в интервале  $\beta_1^- \leq \beta_1 \leq \beta_1^+$  с учетом кинематических граничных условий и выражений для скоростей, полученных с учетом второго уравнения интегрированием третьего и четвертого уравнения (1), приводит к обобщенному уравнению Рейнольдса в бицилиндрических координатах:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \beta_2} \left[ \rho \frac{\partial p}{\partial \beta_2} \left( F_1 - \frac{f_1^+}{f_2^+} F_2 \right) \right] + \\ & + \frac{\partial}{\partial \beta_3} \left[ \rho \frac{\partial p}{\partial \beta_3} \left( F_3 - \frac{f_3^+}{f_4^+} F_4 \right) \right] = \\ & = - \frac{\partial}{\partial \beta_2} \left( \rho \frac{v_2^+}{f_2^+ H^+} F_2 \right) - \rho v_1^+ H^+ - \frac{\partial \rho}{\partial t} f_0^+, \quad (2) \end{aligned}$$

$$\text{где } F_i(\beta_2, \beta_3) = \int_{\beta_1^-}^{\beta_1^+} H^2 f_i d\beta_1 \quad (i=1, \dots, 4).$$

Подробный вывод обобщенного уравнения (2) представлен авторами в работе [11]. Далее для теоретического обоснования возможности создания температурного клина необходимо дополнить модель уравнением конвективной теплопроводности.

Уравнение конвективной теплопроводности в бицилиндрических координатах может быть представлено в виде:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{v_m}{H_m} \frac{\partial \theta}{\partial \beta_m} = \\ & = \frac{a_\theta \epsilon'_{ijk}}{H_i H_j H_k} \frac{\partial}{\partial \beta_i} \left( \frac{H_j H_k}{H_i} \frac{\partial \theta}{\partial \beta_j} \right) + \frac{2\mu \xi_{rs} \xi_{rs}}{\rho C_p}, \end{aligned}$$

где  $\epsilon'_{ijk}$  – модифицированный символ Леви-Чивиты, равный единице при чет-

ной перестановке индексов и нулю во всех остальных случаях;

$\xi_{rs}$  – компоненты тензора скоростей деформации.

Согласно тем же допущениям Рейнольдса уравнение конвективной теплопроводности примет вид:

$$\frac{v_1}{H} \frac{\partial \theta}{\partial \beta_1} + \frac{v_2}{H} \frac{\partial \theta}{\partial \beta_2} + v_3 \frac{\partial \theta}{\partial \beta_3} = - \\ = \frac{a_0}{H^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \beta_1^2} + \frac{1}{H^2} \frac{b_1 \theta + b_2}{\rho C_p} \left( \left( \frac{\partial v_2}{\partial \beta_1} \right)^2 + \left( \frac{\partial v_3}{\partial \beta_1} \right)^2 \right). \quad (3)$$

В уравнении (3) функция вязкости от температуры представлена в виде линейной, что на практике вполне допустимо для интервалов температур 10-20 градусов Цельсия.

Граничные условия для функции давления и температуры задаются в соответствии с допущениями концептуальной модели:

$$\begin{aligned} p(0, \beta_3) &= p(2\pi r, \beta_3), \\ \frac{\partial p(0, \beta_3)}{\partial \beta_2} &= \frac{\partial p(2\pi r, \beta_3)}{\partial \beta_2}, \quad p(\beta_2, 0) = p_0, \\ p(\beta_2, L) &= p_1, \\ \theta(\beta_1, 0, \beta_3) &= \theta(\beta_1, 2\pi r, \beta_3), \\ \theta(0, \beta_2, \beta_3) &= T_0, \\ \theta(h(\beta_2), \beta_2, \beta_3) &= T_1, \\ \theta(\beta_1, \beta_2, 0) &= \theta_0 \cos(\beta_2 + \varphi_0) + T_0. \end{aligned} \quad (4)$$

Неоднородная температура подачи смазочного материала представлена последним граничным условием в формуле (5). Слагаемое  $\theta_0 \cos(\beta_2 + \varphi_0)$  определяет области (зоны) температурной неоднородности смазочного материала по тангенциальной координате. Параметры  $\theta_0$  и  $\varphi_0$  отвечают за неоднородность температуры смазочного материала на подаче. При  $\theta_0 = 0$  получается тривиальный (ба-

зовый) случай осевой подачи смазочного материала с постоянной температурой. Параметр  $\varphi_0$  определяет угол смещения области (зоны) с максимальной температурой подаваемого смазочного материала по тангенциальной координате.

Таким образом, математическая модель неизотермического течения вязкой жидкости в конфузорном кольцевом канале с учетом осевой многозонной подачи смазочного материала имеет вид (2)-(5).

### Дискретная математическая модель и алгоритм численного расчета

Обобщенное уравнение Рейнольдса и уравнения конвективной теплопроводности в математической модели (2)-(5), представляют собой дифференциальные уравнения второго порядка в частных производных, решение которых определяется численно. Расчетная область покрывается сеткой размером  $n_1 \times n_2 \times n_3$ , узловым точкам которой ставятся в соответствие индексы  $i, j, k$ . Непрерывные функции давления  $p(\beta_2, \beta_3)$  и температуры  $\theta(\beta_1, \beta_2, \beta_3)$  заменяются дискретными:  $p^{j,k}$ ,  $\theta^{i,j,k}$ . Производные первого и второго порядка неизвестных функций аппроксимируются соответствующими конечными разностями.

После преобразования производных произведения и замены производных их разностными аналогами, уравнение Рейнольдса (2) преобразуется в систему линейных алгебраических уравнений вида:

$$c_0^{j,k} p^{j,k} + c_1^{j,k} p^{j+1,k} + c_2^{j,k} p^{j-1,k} + \\ + c_3^{j,k} p^{j,k-1} + c_4^{j,k} p^{j,k+1} = f^{j,k}, \quad (6)$$

$$\text{где } c_1^{j,k} = \frac{a_2^{j,k}}{\Delta \beta_2^2 \tilde{\Delta \beta_2^2}} + \frac{1}{2 \Delta \beta_2^2 \tilde{\Delta \beta_2^2}} \left( \frac{\partial a_2}{\partial \tilde{\Delta \beta_2}} \right)^{j,k},$$

$$\begin{aligned}
 c_2^{j,k} &= \frac{a_2^{j,k}}{\Delta\beta_2^2 \Delta\tilde{\beta}_2^2} - \frac{1}{2\Delta\beta_2^2 \Delta\tilde{\beta}_2} \left( \frac{\partial a_2}{\Delta\tilde{\beta}_2} \right)^{j,k}, \\
 c_3^{j,k} &= \frac{a_1^{j,k}}{\Delta\beta_3^2 \Delta\tilde{\beta}_3^2} - \frac{1}{2\Delta\beta_3^2 \Delta\tilde{\beta}_3} \left( \frac{\partial a_1}{\Delta\tilde{\beta}_3} \right)^{j,k}, \\
 c_4^{j,k} &= \frac{a_1^{j,k}}{\Delta\beta_3^2 \Delta\tilde{\beta}_3^2} + \frac{1}{2\Delta\beta_3^2 \Delta\tilde{\beta}_3} \left( \frac{\partial a_1}{\Delta\tilde{\beta}_3} \right)^{j,k}, \\
 c_0^{j,k} &= -\sum_{m=1}^4 c_m^{j,k}, \\
 f^{j,k} &= -\left[ \frac{\partial}{\partial\beta_2} \left( \frac{v_2^+}{f_2^+ H^+} F_2 \right) + v_1^+ H \right]^{j,k}, \\
 a_1^{j,k} &= \left( F_3 - \frac{f_3^+}{f_4^+} F_4 \right)^{j,k}, \quad a_2^{j,k} = \left( F_1 - \frac{f_1^+}{f_2^+} F_2 \right)^{j,k}.
 \end{aligned}$$

В решении задачи используются граничные условия для функции давления вида

$$p^{1,k} = p^{n_2,k}, \quad p^{j,1} = p_0, \quad p^{j,n_3} = p_1.$$

Уравнение (3) в разностной форме примет вид:

$$\begin{aligned}
 d_0^{i,j,k} \theta_{i,j,k} + d_1^{i,j,k} \theta_{i+1,j,k} + \\
 + d_2^{i,j,k} \theta_{i,j+1,k} + d_3^{i,j,k} \theta_{i,j,k+1} + d_4^{i,j,k} \theta_{i-1,j,k} = g_{i,j,k}, \quad (7)
 \end{aligned}$$

$$\text{где } d_1^{i,j,k} = \frac{1}{\Delta\beta_1 H^{i,j}} \left( v_1^{i,j,k} - \frac{a}{\Delta\beta_1 H^{i,j}} \right),$$

$$d_2^{i,j,k} = \frac{v_2^{i,j,k}}{\Delta\beta_2 H^{i,j}}, \quad d_3^{i,j,k} = \frac{v_3^{i,j,k}}{\Delta\beta_3},$$

$$d_4^{i,j,k} = -\frac{a}{(\Delta\beta_1 H^{i,j})^2},$$

$$d_0^{i,j,k} = -\sum_{m=1}^4 d_m^{i,j,k} - \frac{b_1 H_{i,j,k}^2}{\rho C_p},$$

$$g_{i,j,k} = \frac{b_2 H_{i,j,k}^2}{\rho C_p}.$$

Матрицы коэффициентов систем линейных алгебраических уравнений (6)-(7) обладают свойством диагонального преобладания [12], что обеспечивает сходимость решения СЛАУ в случае примене-

ния итерационных методов, и что видно из выражения для  $c_0^{j,k}$  и  $d_0^{i,j,k}$ .

Соответствующие граничные условия для примут вид:

$$\theta_{1,j,k} = T_0, \quad \theta_{n_1,j,k} = T_1, \quad \theta_{i,1,k} = \theta_{i,n_2+1,k},$$

$$\theta_{i,j,1} = \theta_0 \cos(\beta_2 + \varphi_0) + T_0.$$

Значение компонент скоростей в коэффициентах и их производных в коэффициентах  $c_m^{i,j,k}$  и в правой части уравнения (10) рассчитываются на основе дискретного поля давления, полученного численным решением разностного уравнения (7).

В решении неізотермической задачи выполняется последовательное решение дискретных аналогов обобщенного уравнения Рейнольдса (6) и конвективной теплопроводности (7) в итерационной процедуре вплоть до выполнения условия близости полей вязкостей на двух соседних итерациях:

$$\frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{m_1} \sum_{j=1}^{m_2} \sum_{k=1}^{m_3} (\mu_{n-1}^{i,j,k} - \mu_n^{i,j,k})^2}}{n_1 n_2 n_3} \leq \delta, \quad (8)$$

где  $\mu_{n-1}^{i,j,k} - \mu_n^{i,j,k}$  – дискретные трехмерные поля вязкостей на предыдущей и текущей итерациях соответственно;  $\delta$  – наперед заданное значение отклонения.

На основе дискретной математической модели (6), (7) решения обобщенного уравнения Рейнольдса и конвективной теплопроводности была разработана программа расчета основных характеристик течения среды в зазоре между вращающимися несоосными цилиндрами. Использовался язык программирования GNU Octave [13], совместимый с более известным языком программирования MATLAB [14]. Среда программирования MATLAB и GNU Octave содержат ряд встроенных функций, в том числе сим-

вольного решения алгебраических уравнений, решения систем линейных алгебраических уравнений и многие другие. В настоящее время обе среды программирования развивают направление объектно-ориентированного программирования, что позволяет упростить написание сложных программ и увеличить быстродействие их выполнения [15].

Основным назначением разработанной программы является расчет полей давлений, полей температур, касательных напряжений на поверхности вращающегося цилиндра, а также интегральных характеристик: результирующей гидродинамической силы, силы трения, расхода и других.

#### Вычислительный эксперимент и обсуждение результатов

Численный расчет проводился для ПЖТ, установленных на лабораторной роторно-опорной установке ПНИЛ «Моделирование гидромеханических систем». Характерные рабочие параметры приведены в таблице 1. Варьируемым фактором являлся параметр  $\varphi_0$ , отвечающий за неоднородность температуры смазочного материала при подаче ф.(5).

Для исходных данных (табл. 1), при постоянной температуре подачи  $T_0$  несущая способность смазочного слоя со-

ставляла  $R_0 = 10.25H$ , а коэффициент трения  $f_{p0} = 0.015$ . Рабочей жидкостью является вода. Координаты центра шипа определены как  $(-eh_0; 0)$ .

В таблице 2 приведены результаты расчета несущей способности и коэффициента трения при различном значении параметра  $\varphi_0$ , т.е. при различной подаче смазки неоднородной температуры ф.(5), значение остальных факторов зафиксировано (табл. 1).

На рисунке 2 графически представлены результаты вычислительного эксперимента в виде полей скоростей, температур и вязкостей в радиальном сечении канала. Данные поля представлены для оптимального случая по критерию максимума несущей способности. Максимальное значение несущей способности смазочного слоя при прочих равных условиях достигается при значении параметра  $\varphi_0 = 3\pi/2$ , определяющего температурные условия ф.(5) подачи смазочного материала в канал.

На рисунке 3 представлены изменения несущей способности и коэффициента трения от способа подачи смазки неоднородной температуры, а также показан эффект относительно базового случая подачи смазки однородной температуры.

Таблица 1

Исходные данные

г, м	$h_0$ , м	е, м	п, об/мин	$\Delta p$ , Па	$T_0$ , °C	$T_1$ , °C
$2e-2$	$7,5e-5$	$7e-1$	$1,7e+3$	$2e+5$	30	20

Таблица 2

Результаты вычислительного эксперимента

$\varphi_0$ , рад	0	$\pi/4$	$\pi$	$3\pi/4$	$\pi$	$5\pi/4$	$3\pi/2$	$7\pi/4$	$2\pi$
$R(\varphi)$ , Н	10,16	8,62	7,94	8,75	10,52	12,05	12,45	11,67	10,16
$f_p(\varphi)$	0,016	0,019	0,019	0,017	0,014	0,013	0,013	0,014	0,016

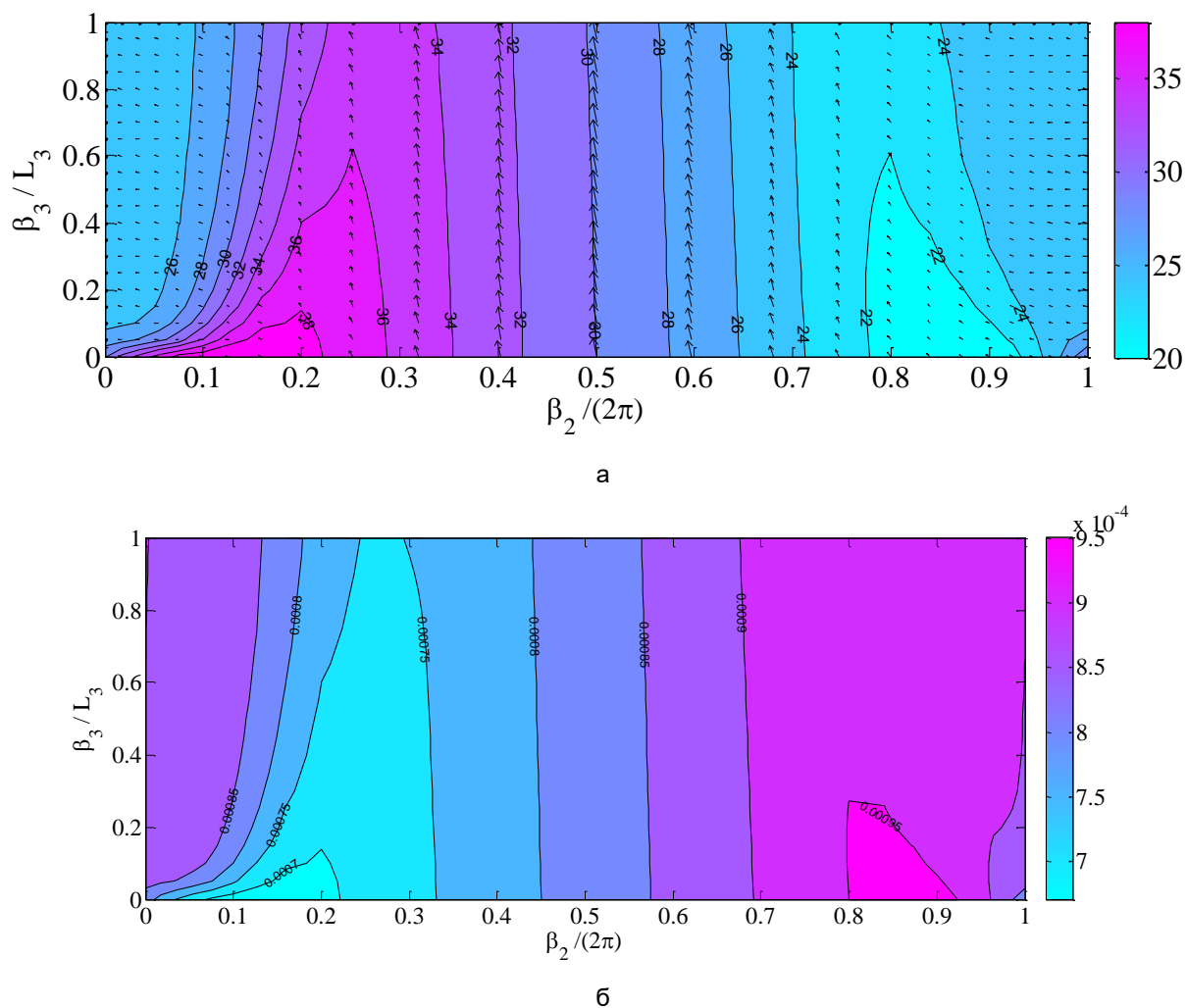


Рис. 2. Поля распределенных физических величин с учетом температурного клина: а – векторное поле скоростей и контурное поле температур; б – векторное поле скоростей и контурное поле вязкости

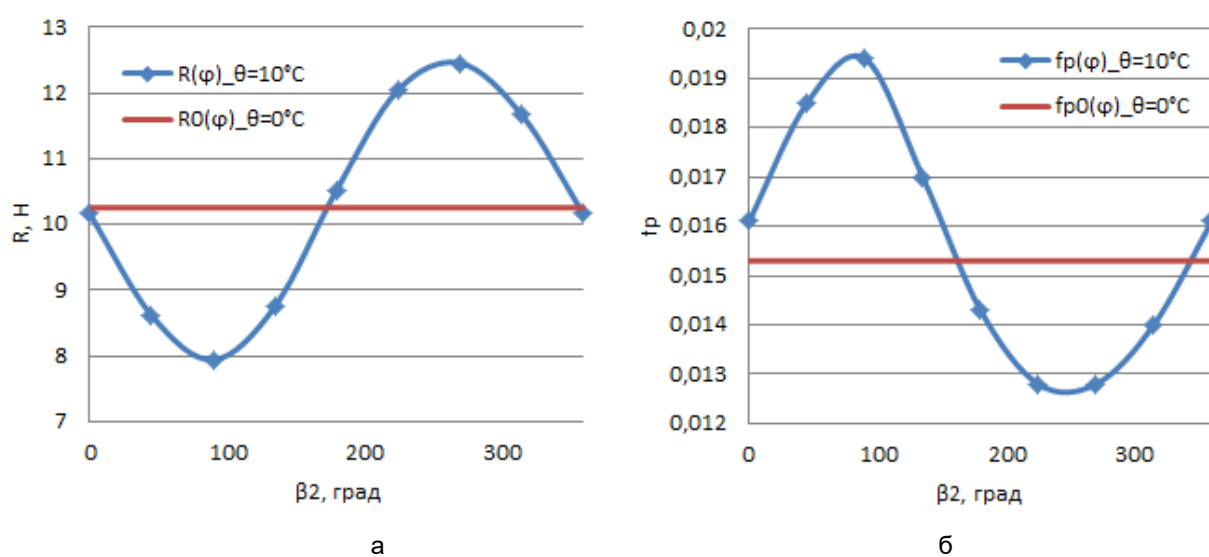


Рис. 3. Результаты расчета при наличии температурного клина и без него:  
а – несущая способность слоя; б – коэффициент трения

Как было сказано ранее, создание неоднородного поля температур и вязкости может иметь как положительный, так и отрицательный эффект. На рисунке 3 данный эффект представлен сравнением несущей способности и коэффициента трения (прямая с точками на графике) с базовыми значениями (сплошная прямая на графике), полученными в случае подачи однородной смазки. Положительный эффект при исходных данных (см. табл. 1) достигается в области значения параметра  $\varphi_0 = \pi \cdot 7\pi/4$  и имеет максимальное значение при  $\varphi_0 = 3\pi/2$ : несущая способность повысилась на 21,5%, при этом коэффициент трения снизился на 16,4%.

Таким образом, на основании разработанной математической модели неизо-термического течения вязкой среды в конфузормом кольцевом канале, учитывающей переменные температурные условия на границе и проведенного вычислительного эксперимента, показана принципиальная возможность повышения несущей способности смазочного слоя. Данный эффект может быть практически реализован при проектировании подшипников жидкостного трения с многозонной торцевой подачей смазочного материала, а также для щелевых гидродинамических уплотнений, которые помимо основной функции выполняют роль дополнительной опоры.

### Благодарность

*Работа выполнена в рамках гранта Президента РФ № 14.Z56.17.1643-МК (исследование влияния температурного клина на статические характеристики опор), а также проекта РНФ №16-19-00186 (исследование влияния темпера-*

*турного клина на динамические характеристики опор).*

### Список литературы

1. Encyclopedia of tribology / Q.J. Wang, Y.-H. Chung (Eds.). New York: Springer Science + Business Media, 2013. 4192 p.
2. Fogg A. Fluid film lubrication of parallel surface thrust bearings // Proc. Inst. Mech. Eng. 1946. Vol. 155. Pp. 49-67.
3. Cope W.E. The hydrodynamical theory of film lubrication. 1949. Vol. 197 (1049). Pp. 201-217.
4. Young J. Thermal wedge effect in hydrodynamic lubrication. The Engineering Journal. 1962. Vol. 45. Pp. 46-54.
5. Lebeck A. Parallel sliding load support in the mixed friction regime. Part 2 - Evaluations of the mechanisms // Journal of Tribology. 1987. Vol. 109. Pp. 196-205.
6. Meng, Xi., Khonsar M.M. On the effect of viscosity wedge in micro-textured parallel surfaces // Tribology International. 2017. Vol. 107. Pp. 116 – 124.
7. Savin L., Kornaev A., Kornaeva E. Effect of lubrication of fluid friction bearings with media of complex rheology // Applied mechanics and materials. 2014. No 630. Pp. 199 – 208.
8. Hori Yukio. Hydrodynamic Lubrication. Hardcover, 2006. 250 p.
9. Kornaev A.V. , Kornaeva E.P., Savin L.A. Theoretical premises of thermal wedge effect in fluid-film bearings supplied with a non-homogeneous lubricant // International Journal of Mechanics. 2017. Vol. 11. Pp. 197-203.
10. Korn G.A., Korn T.M. Mathematical Handbook for Scientists and Engineers. Dover Publications, 2000. 832p.



11. Корнаев А. В., Корнаева Е. П., Савин Л. А. Повышение точности численного решения уравнения Рейнольдса посредством естественной адаптации сетки в бицилиндрических координатах // Известия Юго-Западного государственного университета. Серия: Управление, вычислительная техника, информатика. Медицинское приборостроение. 2017. Т. 7, № 4(25). С. 49–58.

12. Patankar S.V. Numerical heat transfer and fluid flow. New York: Hemisphere Publishing Corporation, 1980. 148 p.

13. GNU Octave. URL: <http://www.gnu.org/software/octave> (дата обращения 12.10.2018).

14. Object-Oriented Programming. MATLAB R2017a. Massachusetts: The MathWorks Inc, 2017. 838 p.

15. MATLAB. URL: <https://matlab.ru/products/MATLAB>

Поступила в редакцию 07.09.18

## UDC 532.5

**E.P. Kornaeva**, Candidate of Phisico-Mathematical Sciences, Associate Professor, Orel State University named after i.s. Turgenev (Russia, 302026, Orel, Komsomolskaya Str., 94) (e-mail: lenoks\_box@mail.ru)

**A.V. Kornaev**, Candidate of Engineering Sciences, Associate Professor, Orel State University named after i.s. Turgenev (Russia, 302026, Orel, Komsomolskaya Str., 94) (e-mail: rusakor@inbox.ru)

**L.A. Savin**, Doctor of Engineering Sciences, Professor, Orel State University named after i.s. Turgenev (Russia, 302026, Orel, Komsomolskaya Str., 94) (e-mail: savin@ostu.ru)

## MODELLING OF THE NONISOTHERMAL CURRENT OF VISCOUS LIQUID IN KONFUZORNY CHANNELS IN THE CONDITIONS OF MULTIZONAL GIVING LUBRICANT

*One of the essential conditions for creating the bearing capacity of the lubricating layer in thin channels with moving relative to each other forming surfaces is the presence of a geometric or viscous wedge. In this paper, the authors propose a method of creating additional bearing capacity due to the so-called artificial temperature wedge. The paper presents a mathematical model of non-isothermal flow of a viscous fluid in the confuser channel formed by two non-axial cylinders, taking into account the multi-zone method of supplying a lubricant of non-uniform temperature. The developed mathematical model is based on the generalized Reynolds equation and the equation of convective heat conduction written in bicilindrical coordinates, which greatly simplifies the definition of boundary conditions. The validity of using the Reynolds equation is confirmed by an analysis of the terms of the Navier-Stokes equation in the considered range of values of geometric, kinematic and static factors. The mathematical model is numerically implemented using the finite-difference method, and the developed calculation program is a kind of practical tool for calculating the distributed and integral characteristics of the objects in question as applied to fluid-friction bearings and hydrodynamic gap seals. In particular, this paper shows the effectiveness of creating an artificial temperature wedge due to a multi-zone supply of a non-uniform temperature lubricant. Based on the computational experiment, the temperature conditions for the lubricant supply are determined, which allow to increase the bearing capacity by an average of 20%, while the friction coefficient decreases by 16% for the object in question as applied to the bearings of the friction of the laboratory rotor-support unit.*

**Key words:** hydrodynamic effect; multi-zone feed; lubricant; temperature wedge; load-bearing capacity; coefficient of friction; bicylindrical coordinates; Reynolds equation; heat conduction equation.

DOI: 10.21869/2223-1560-2018-22-5-109-118

**For citation:** Kornaeva E.P., Kornaev A.V., Savin L.A. Modelling of the Nonisothermal Current of Viscous Liquid in Konfuzorny Channels in the Conditions of Multizonal Giving Lubricant. Proceedings of the Southwest State University, 2018, vol. 22, no. 5(80), pp. 109-118 (in Russ.).

\*\*\*

## Reference

1. Wang Q.J., Chung Y.-H. (Eds.). Encyclopedia of tribology. New York: Springer Science + Business Media, 2013, 4192 p.
2. Fogg A. Fluid film lubrication of parallel surface thrust bearings. *Proc. Inst. Mech. Eng.*, 1946, vol. 155, pp. 49-67.
3. Cope W.E. The hydrodynamical theory of film lubrication. 1949, vol. 197 (1049), pp. 201-217.
4. Young J. Thermal wedge effect in hydrodynamic lubrication. *The Engineering Journal*, 1962, vol. 45, pp. 46-54.
5. Lebeck A. Parallel sliding load support in the mixed friction regime. Part 2. Evaluations of the mechanisms. *Journal of Tribology*, 1987, vol. 109, pp. 196-205.
6. Meng Xi., Khonsar M.M. On the effect of viscosity wedge in microtextured parallel surfaces. *Tribology International*, 2017, vol. 107, pp. 116 – 124.
7. Savin L., Kornaev A., Kornaeva E. Effect of lubrication of fluid friction bearings with media of complex rheology. *Applied mechanics and materials*, 2014, no. 630, pp. 199 – 208.
8. Hori Yukio. Hydrodynamic Lubrication. Hardcover, 2006, 250 p.
9. Kornaev A.V., Kornaeva E.P., Savin L.A. Theoretical premises of thermal wedge effect in fluid-film bearings supplied with a non-homogeneous lubricant. *International Journal of Mechanics*, 2017, vol. 11, pp. 197-203.
10. Korn G.A., Korn T.M. Mathematical Hand-book for Scientists and Engineers. Dover Publications, 2000, 832 p.
11. Kornaev A. V., Kornaeva E. P., Savin L. A. Povyshenie tochnosti chislennogo reshenija uravnenija Rejnol'dsa posredstvom estestvennoj adaptacii setki v bicilindricheskih koordinatah. *Izvestija Ju-go-Zapadnogo gosudarstven-nogo universiteta. Serija: Upravlenie, vychislitel'naja tehnika, informatika. Medicinskoe priborostroenie*, 2017, vol. 7, no. 4(25), pp. 49-58.
12. Patankar S.V. Numerical heat transfer and fluid flow. New York, Hemisphere Publishing Corporation, 1980, 148 p.
13. GNU Octave. URL: <http://www.gnu.org/software/octave> (data obrashhenija 12.10.2018).
14. Object-Oriented Programming. MATLAB R2017a. Massachusetts: The MathWorks Inc, 2017, 838 p.
15. MATLAB. URL: <https://matlab.ru/products/MATLAB>