УДК 681.5.013 + 007.52: 004.896

А.Р. Гайдук, д-р. техн. наук, профессор, г.н.с., Южный научный центр РАН (Ростов-на-Дону, Россия) (e-mail: gaiduk_2003@mail.ru)

И.А. Каляев, академик РАН, д-р техн. наук, профессор, г.н.с., Южный научный центр РАН (Ростов-на-Дону, Россия) (e-mail: kaliaev@niimvus.ru)

С.Г. Капустян, д-р техн. наук, в.н.с., Южный научный центр РАН (Ростов-на-Дону, Россия) (e-mail: kap56@mail.ru)

И.О. Шаповалов, н.с., Институт робототехники и процессов управления ЮФУ (Таганрог, Россия) (e-mail: shapovalovio@gmail.com)

СИНТЕЗ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ ГРУППЫ МОБИЛЬНЫХ РОБОТОВ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Многие управляемые объекты, в частности мобильные роботы, решают разнообразные задачи в априори неопределенных условиях. В связи с этим их математические модели, необходимые для создания качественных систем управления, являются неизвестными. Поэтому разработка методов синтеза адаптивных систем управления является актуальной. Значительная неопределенность задачи управления делает наиболее целесообразным применение адаптивных систем с идентификацией. В статье предлагается новый аналитический метод синтеза адаптивных систем управления движением группы мобильных роботов в условиях неопределенности. Этот метод ориентирован на решение задачи идентификации текущих математических моделей роботов с последующим синтезом систем управления движением каждого робота. Предлагаемый метод может быть реализован автоматически по мере необходимости. Он разработан на основе марковского метода идентификации, метода аналитического синтеза систем с управлением по выходу и воздействиям, а также с использованием стандартных нормированных передаточных функций. В целом этот метод позволяет синтезировать адаптивные системы управления с желаемыми качественными свойствами. Пробные ступенчатые воздействия небольшой интенсивности и оригинальный метод цифровой обработки информации используются при идентификации. Свойство системной инвариантности марковских параметров и их непосредственная связь с коэффициентами передаточных функций дискретных динамических систем являются основой метода цифровой обработки информации. Предполагается, что мобильные роботы являются полными или стабилизируемыми при всех возможных значениях их порядка и параметров. Предложенный метод может использоваться для создания систем управления различными техническими объектами, функционирующими в условиях неопределенности.

Ключевые слова: *мобильный робот; группа; неопределенность; идентификация; марковский параметр; управление по выходу и воздействиям; прямой показатель качества.*

DOI: 10.21869/2223-1560-2018-22-4-112-122

Ссылка для цитирования: Синтез системы управления движением группы мобильных роботов в условиях неопределенности / А.Р. Гайдук, И.А. Каляев, С.Г. Капустян, И.О. Шаповалов // Известия Юго-Западного государственного университета. 2018. Т. 22, № 4(79). С. 112-122.

***

Введение

Возможности отдельного мобильного робота при решении различных задач, в общем случае, ограничены различными факторами, поэтому для этих целей чаще всего применяются группы мобильных роботов [1 – 4]. Такие группы роботов могут быть как однородными, так и гетерогенными, что обусловливается совокупностью задач, для решения которых сформированы та или иная группы. Существенной особенностью групп мобильных роботов является априорная неопределенность как решаемых задач, так и условий функционирования. В то же время эти неопределенные факторы имеют важное значение при создании систем управления движением мобильных роботов. Это связано с тем, что такие системы работают по определенным алгоритмам, которые создаются обычно на основе математических моделей конкретных роботов, параметры которых зависят как от характеристик робота, решаемой задачи, так и условий функционирования [4 – 6].

В рассматриваемом случае эти модели не могут быть определены априори, поэтому системы управления движением мобильных роботов должны быть адаптивными [6]. Задачи, стоящие перед группой, и условия их решения могут быть весьма разнообразными, что делает наиболее эффективным применение адаптивных систем с идентификацией [6, 7].

Конечно, для управления функционированием группы мобильных роботов необходима система группового управления более высокого уровня, которая, во-первых, распределяет решаемые задачи по роботам. Во-вторых, она рассчитывает скорости движения группы в отдельные интервалы времени с тем, чтобы задачи были решены к заданному сроку. Эта командная система может быть централизованной или распределенной [3, 4, 8], но в данной работе она не рассматривается.

В данной работе основной целью является решение задачи синтеза локальных систем управления движением мобильных роботов в условиях неопределённости. Для этого, очевидно, необходимы аналитические алгоритмы идентификации и синтеза систем управления, которые могли бы быть реализованы в автоматическом режиме, т.е. без участия операторов, которые ставят задачи группам мобильных роботов [4].

К настоящему времени разработано достаточно много методов идентификации: последовательного логарифмирования или аппроксимации переходных функций с применением метода наименьших квадратов [9, 10]. Однако большинство этих методов ориентированы на ручные методы обработки информации. К аналитическим относится, в частности, метод решения уравнения Винера-Хопфа и ряд других [11]. Один из аналитических методов идентификации многомерных подвижных объектов управления, в котором используются марковские параметры, кратко рассмотрен в работе [12]. В данной работе используется более совершенный вариант этого марковского метода идентификации применительно к группе мобильных роботов, функционирующих в условиях неопределенности.

Постановка задачи. Предположим, группа мобильных роботов включает Nгр, возможно, гетерогенных роботов, каждый из которых описывается уравнениями:

$$\dot{x}^{\rho} = A^{\rho}x^{\rho} + B^{\rho}u^{\rho},$$
$$y_{\rho} = C_{\rho}x_{\rho} + D_{\rho}u_{\rho},$$
$$\rho = \overline{1,\ N_{\text{гр}}}, \qquad (1)$$

где $x^{\rho} \in R^{n^{\rho}}$ – вектор состояния; $u^{\rho} \in R^{q^{\rho}}$ – вектор непрерывных управлений; $y^{\rho} \in R^{l^{\rho}}$ – вектор отклонений непрерывных выходных переменных ρ-го робота, обусловленных управлением u^{ρ}; A^{ρ}, B^{ρ}, C^{ρ}, D^{ρ} – числовые матрицы соответствующих размерностей. Порядки n^{ρ} роботов (1) и большая часть или все их параметры являются априори неизвестными. В процессе движения порядки и параметры каждого робота (1) претерпевают скачкообразные изменения, оставаясь затем неизменными в течение достаточно длительного интервала времени. При этом порядок ρ-го робота не менее чем на единицу превышает заранее известное значение $n^{\rho}_{\max}$, а соответствующая система уравнений (1) является полной [4, 13].

Все управляемые переменные $y_i^\rho = y_i^\rho(t)$ доступны прямому измерению; их изменения, а также изменения управлений $u_j^\rho = u_j^\rho(t)$ в целях идентификации допустимы, но в ограниченных пределах, $i = \overline{1,\ l^\rho}$, $j = \overline{1,\ q^\rho}$, $\rho = \overline{1,\ N_{\text{гр}}}$.

Перед рассматриваемой группой роботов может быть поставлена, в частности, задача перемещения некоторых грузов по равнинной поверхности: как по проселочной местности, так и по шоссейным дорогам. Маршруты движения отдельных роботов или группы в целом задаются в правой системе координат, ось *OX* которой направлена на север. Имея это ввиду, примем, что $q^\rho = l^\rho = 2$, причем $y_1^\rho = V^\rho$ – это скорость движения, а $y_2^\rho = \varphi^\rho \in [-\pi \div \pi]$ – это курсовой угол, определяющий направление движения ρ-го робота. Значения φ^ρ отсчитываются от оси *OX*, а положительные значения φ^ρ соответствуют поворотам против часовой стрелки.

Каналы управления скоростью мобильных роботов и направлением их движения можно считать независимыми, другими словами, передаточные функции (ПФ) $W_{ij}^\rho(p) = C_i^\rho(pE - A^\rho)^{-1}B^{\rho,j} + d_{ij}^\rho \approx 0$ при $i \neq j$, $i, j = 1, 2$. Здесь C_i^ρ – строки матрицы C^ρ, а $B^{\rho,i}$ – столбцы матрицы B^ρ; d_{ii}^ρ – элементы матрицы D^ρ, $i = 1, 2$, $\rho = \overline{1,\ N_{\text{гр}}}$ [13]. Поэтому задача синтеза системы управления движением мобильных роботов сводится, во-первых, к задаче идентификации каналов управления $u_i^\rho \to y_i^\rho$, т.е. к определению только ПФ $W_{ii}^\rho(p)$. Во-вторых, к задаче синтеза локальных систем управления движением каждого робота, в соответствии с требованиями к качеству управления.

Задача идентификации. В данной работе для решения задачи идентификации предлагается использовать марковский метод идентификации (ММИ), в основе которого лежат марковские параметры специальных *дискретно-подобных систем* (ДПС). Подчеркнем, что каждая ДПС представляет собой совокупность дискретных уравнений различных порядков от $\nu^\rho = 1$ до $\nu^\rho = n_{\max}^\rho$ и относится к одному роботу группы. Существенно, что если ρ-ая ДПС является корректной, то одна из динамических систем этой ДПС эквивалентна непрерывной модели (1) ρ-го робота.

В марковском методе идентификации пробными являются непрерывные ступенчатые воздействия $u_1^\rho(t) = u_{1,0}^\rho 1(t)$ и $u_2^\rho(t) = u_{2,0}^\rho 1(t)$, а $u_{i,0}^\rho = const$ – постоянные допустимые управления для каналов $u_i^\rho \to y_i^\rho$, $i = 1, 2$. Эти непрерывные управления представляются в виде последовательности прямоугольных импульсов постоянной амплитуды $u_{i,0}^\rho$ и некоторой длительности, равной периоду дискретизации $T_{\text{ди}}$, вводимого с целью идентификации. В результате возникают уравнения указанных выше ДПС следующего вида

$$\tilde{x}_{k+1}^\rho = \tilde{A}^\rho \tilde{x}_k^\rho + \tilde{B}^\rho \tilde{u}_k^\rho,$$
$$\tilde{y}_k^\rho = \tilde{C}^\rho \tilde{x}_k^\rho + \tilde{D}^\rho \tilde{u}_k^\rho, \quad \rho = \overline{1,\ N_{\text{гр}}}, \qquad (2)$$

где $\tilde{x}_k^\rho \in R^{\nu_\rho}$ – вектор переменных состояния, $\nu^\rho = \overline{1, n_{\max}^\rho}$; $\tilde{A}^\rho$, $\tilde{B}^\rho$, $\tilde{C}^\rho$, $\tilde{D}^\rho$ – числовые матрицы соответствующих размерностей; $\tilde{u}_k^\rho = [\tilde{u}_{1,k}^\rho \ \ \tilde{u}_{2,k}^\rho]^T$ и $\tilde{y}_k^\rho = [\tilde{y}_{1,k}^\rho \ \ \tilde{y}_{2,k}^\rho]^T$ – соответственно векторы дискретных управлений и выходных величин ρ-й системы (2) при $t = kT_{\text{ди}}$, $k = 0, 1, 2, \ldots$.

Целесообразность введения ДПС (2) обусловлена тем, что при цифровой обработке информации используются лишь дискретные отсчеты $u_i^\rho(kT_{\text{ди}})$ и $y_i^\rho(kT_{\text{ди}})$, $k = 0, 1, 2, \ldots$, взятые с периодом $T_{\text{ди}}$, в данном случае непрерывных величин $u_i^\rho(t)$ и $y_i^\rho(t)$, $i = 1, 2$ ρ-го робота.

Пусть, при $u_i^\rho(t) = u_{i,0}^\rho 1(t)$, $i = 1, 2$, всех $t = kT_{\text{ди}}$ и нулевых начальных условиях $x_0^\rho = 0$, $\tilde{x}_0^\rho = 0$ выполняются условия

$$\tilde{u}_k^\rho = u^\rho(kT_{\text{ди}}),$$

$$\tilde{y}_k^\rho = y^\rho(kT_{\text{ди}}),$$

$$\rho = \overline{1,\ N_{\text{гр}}}, \quad k = 0, 1, 2, \ldots \tag{3}$$

Определение 1. Система (2) называется «*дискретно-подобной системой*», соответствующей непрерывной системе (1), если выполняются условия (3).

В соответствии с определением ρ-я ДПС включает $n_{\max}^\rho$ виртуальных дискретных систем типа (2), соответствующих одной непрерывной системе (1) порядка n^ρ, причем их порядки ν^ρ, как и в СОРЭ А.А. Красовского [7], имеют значения от $\nu^\rho = 1$ $\nu^\rho = 1$ до $\nu^\rho = n_{\max}^\rho > n^\rho$.

В силу определения ДПС и свойства системной инвариантности марковских параметров при некотором $\nu_i^\rho = \tilde{\nu}_i^\rho$ справедливы соотношения

$$W_{y_i u_i}^\rho(p) = Z_T^{-1}\left\{\tilde{W}_{y_i u_i}^\rho(z, T_{\text{ди}})\right\}, \quad n_i^\rho = \tilde{\nu}_i^\rho,$$

$$i = 1, 2, \quad \rho = \overline{1,\ N_{\text{гр}}}, \tag{4}$$

где $W_{y_i u_i}^\rho(p)$ – ПФ канала $u_i^\rho \to y_i^\rho$ непрерывной системы (1); $\tilde{W}_{y_i u_i}^\rho(z, T_{\text{ди}})$ – ПФ аналогичного канала $\tilde{u}_i^\rho \to \tilde{y}_i^\rho$ ДПС (2), которая является результатом прямого Z_T-преобразования ПФ $W_{y_i u_i}^\rho(p)$; $Z_T^{-1}\{\cdot\}$ – обратное Z_T-преобразование; n_i^ρ и $\tilde{\nu}_i^\rho$ – степени знаменателей функций $W_{y_i u_i}^\rho(p)$ и $\tilde{W}_{y_i u_i}^\rho(z, T_{\text{ди}})$, соответственно. Подчеркнем, что $Z_T\{\cdot\}$ и $Z_T^{-1}\{\cdot\}$ – это прямое $y(p) \to y(z)$ и обратное $y(z) \to y(p)$ Z_T-преобразования, которые при расчетах вручную обычно выполняются с помощью таблиц изображений по Лапласу [14, с. 211].

При цифровой, автоматической обработке данных важен следующий момент. Пусть $\tilde{\alpha}_{i,0}^\rho$ – свободный коэффициент полинома $\tilde{A}_i^\rho(z, T_{\text{ди}}) = z^{\nu_i^\rho} + {} + \tilde{\alpha}_{i,\nu_i^\rho - 1}^\rho z^{\nu_i^\rho - 1} + \ldots + \tilde{\alpha}_{i,1}^\rho z + \tilde{\alpha}_{i,0}^\rho$, который является знаменателем ПФ $\tilde{W}_{y_i u_i}^\rho(z, T_{\text{ди}})$; $\tilde{\Delta}_0$ – допустимое по условиям точности значение $\left|\tilde{\alpha}_{i,0}^\rho\right|$ [12].

Определение 2. Если уравнения (2) соответствуют такому периоду дискретизации $T_{\text{ди}}$, при котором выполняется условие

$$\left|\tilde{\alpha}_{i,0}^\rho\right| \geq \tilde{\Delta}_0, \quad i = 1, 2, \tag{5}$$

то ρ-я ДПС (2) является «*корректной*» по отношению к ρ-й системе (1). В противном случае эта ДПС является «*некорректной*».

Свойство корректности ДПС обусловлено тем, что если характеристический полином ρ-й системе (1) содержит хотя бы один корень с отрицательной вещественной частью, то при слишком большом значении периода $T_{\text{ди}}$ значение соответствующего корня ДПС может стать меньше вычислительной погрешности проводимых расчетов. В результате соответствующая ДПС не будет содержать полной информации о системе (1), т.е. она будет не корректной. Так как модуль $\left|\tilde{\alpha}_{i,0}^{\rho}\right|$ равен произведению модулей корней характеристического полинома соответствующей ДПС, то в случае некорректной ДПС, условие (5) нарушается.

Отметим, что преобразование (4) легко реализуется, в частности, функцией «d2c» с расширением «'zoh'» пакета MATLAB.

Итак, для решения задачи идентификации роботов (1) достаточно найти степени $\tilde{\nu}_i^{\rho}=n_i^{\rho}$ и ПФ $\tilde{W}_{y_i u_i}^{\rho}(z,T_{\text{ди}})$, $i=\overline{1,2}$, $\rho=\overline{1,\ N_{\text{гр}}}$. Для этой цели здесь используются марковские параметры отдельных каналов «вход-выход» $\tilde{u}_i^{\rho}\to\tilde{y}_i^{\rho}$ каждой системы ДПС, которые определяются выражениями:

$$\tilde{\mu}_{i,0}^{\rho}=\tilde{d}_{ii}^{\rho},\quad \tilde{\mu}_{i,\upsilon}^{\rho}=\tilde{C}_i^{\rho}(A^{\rho})^{\upsilon-1}\tilde{B}^{\rho,i},$$
$$\upsilon=1,2,\ldots,\ i=1,2,\ \rho=\overline{1,\ N_{\text{гр}}},\qquad (6)$$

где $\tilde{d}_{i,i}^{\rho}$ – элементы матрицы $\tilde{D}^{\rho}$; $\tilde{C}_i^{\rho}$ – строки матрицы $\tilde{C}^{\rho}$, а $\tilde{B}^{\rho,i}$ – столбцы матрицы $\tilde{B}^{\rho}$.

Как показано в [12], при выполнении условия (3) марковские параметры (6) можно найти по следующим формулам:

$$\tilde{\mu}_{i,0}^{\rho}=\frac{y_{i,0}^{\rho}}{u_{i,0}^{\rho}},\quad \tilde{\mu}_{i,\upsilon}^{\rho}=\frac{y_{i,\upsilon}^{\rho}}{u_{i,0}^{\rho}}-\sum_{\varsigma=0}^{\upsilon-1}\tilde{\mu}_{i,\varsigma}^{\rho},$$
$$\upsilon=1,2,\ldots,\ i=1,2,\ \rho=\overline{1,\ N_{\text{гр}}}.\qquad (7)$$

Степени $\tilde{\nu}_i^{\rho}$ знаменателей ПФ $W_{y_i u_i}^{\rho}(z,T_{\text{и}})$, в соответствии со свойствами марковских параметров определяются выражениями

$$n_i^{\rho}=\tilde{\nu}_i^{\rho}=\left\{\max\nu\left|\,d_{i,\nu}^{\rho}\ge\tilde{\Delta}_1\right.\right\},$$
$$d_{i,\nu}^{\rho}=\frac{1}{\eta_{\max}}\sum_{\eta=0}^{\eta=\eta_{\max}}\left|\det M_{i,\nu}^{\rho,\eta}\right|,\qquad (8)$$

где $\tilde{\Delta}_1$– допустимое по условиям точности значение $\left|\det M_{i,\nu}^{\rho}\right|$; $M_{i,\nu}^{\rho,\eta}$– $\nu\times\nu$-матрица, определяемая выражением

$$M_{i,\nu}^{\rho,\eta}=\begin{bmatrix}\tilde{\mu}_{i,\eta+1}^{\rho} & \tilde{\mu}_{i,\eta+2}^{\rho} & \cdots & \tilde{\mu}_{i,\eta+\nu}^{\rho}\\ \tilde{\mu}_{i,\eta+2}^{\rho} & \tilde{\mu}_{i,\eta+3}^{\rho} & \cdots & \tilde{\mu}_{i,\eta+\nu+1}^{\rho}\\ \vdots & \vdots & \iddots & \vdots\\ \tilde{\mu}_{i,\eta+\nu}^{\rho} & \tilde{\mu}_{i,\eta+\nu+1}^{\rho} & \cdots & \tilde{\mu}_{i,\eta+2\nu-1}^{\rho}\end{bmatrix}.\qquad (9)$$

При известных значениях n_i^{ρ} можно найти коэффициенты $\tilde{\alpha}_{i,\varsigma}^{\rho}$ знаменателей передаточных функций $\tilde{W}_{y_i u_i}^{\rho}(z,T_{\text{и}})=\tilde{C}_i^{\rho}(zE-\tilde{A}^{\rho})^{-1}\tilde{B}^{\rho,i}+\tilde{d}_{ii}^{\rho}$ по формуле

$$\tilde{\alpha}_{i,\varsigma}^{\rho}=\eta_{\max}^{-1}\sum_{\eta=0}^{\eta_{\max}}\bar{\alpha}_{i,\varsigma,\eta}^{\rho};\ \varsigma=\overline{0,\ \tilde{n}_i^{\rho}-1},\qquad (10)$$

где коэффициенты $\bar{\alpha}_{i,\varsigma,\eta}^{\rho}$ определяются решением следующей системы:

$$\bar{\alpha}_{i,\eta}^{\rho}=\left[M_{i,n_i^{\rho}}^{\rho,\eta}\right]^{-1}m_{i,n_i^{\rho}+1}^{\rho,\eta};$$
$$\eta=\overline{0,\eta_{\rho,\max}}.\qquad (11)$$

Здесь матрица $M_{i,n_i^{\rho}}^{\rho,\eta}$, определяется выражением (9) при $\nu=n_i^{\rho}$, а векторы $\bar{a}_{i,\eta}^{\rho}$ и $m_{i,n_i^{\rho}+1}^{\rho,\eta}$ представляются следующим образом:

$$\bar{\alpha}_{i,\eta}^{\rho}=\begin{bmatrix}\bar{\alpha}_{i,0,\eta}^{\rho}\\ \bar{\alpha}_{i,1,\eta}^{\rho}\\ \vdots\\ \bar{\alpha}_{i,n_i^{\rho}-1,\eta}^{\rho}\end{bmatrix},\quad m_{i,n_i^{\rho}+1}^{\rho,\eta}=\begin{bmatrix}\tilde{\mu}_{i,\eta+n_i^{\rho}+1}^{\rho}\\ \tilde{\mu}_{i,\eta+n_i^{\rho}+2}^{\rho}\\ \vdots\\ \tilde{\mu}_{i,\eta+2n_i^{\rho}}^{\rho}\end{bmatrix},$$
$$\eta=\overline{0,\eta_{\rho,\max}}.\qquad (12)$$

Если полученное значение модуля $\left|\tilde{\alpha}_{i,0}^{\rho}\right|$ удовлетворяет условию (5), т.е. ρ-я ДПС (2) при данном $T_{\text{ди}}$ является корректной, то имеется возможность идентифицировать i-й канал ρ-го робота (1) при текущем значении $T_{\text{ди}}$. В противном случае, необходимо найти такое *меньшее* значение $T_{\text{ди}}$, при котором будет выполняться условие (5).

Из свойств марковских параметров следует [12], что коэффициенты $\tilde{\beta}_{i,\varsigma}^{\rho}$ полиномов числителей ПФ i-го канала ρ-й ДПС находятся по формулам:

$$\tilde{\beta}_{i,\varsigma}^{\rho}=\eta_{\max}^{-1}\sum_{\eta=0}^{\eta_{\max}}\bar{\beta}_{i,\varsigma,\eta}^{\rho}, \quad \varsigma=\overline{0,\ n_i^{\rho}}, \qquad (13)$$

где $\bar{\beta}_{i,\varsigma,\eta}^{\rho}=\tilde{\mu}_{i,\tilde{n}-\varsigma+\eta}^{\rho}+\sum\limits_{\upsilon=0}^{\tilde{n}-1-\varsigma}\tilde{\mu}_{i,\eta+\upsilon}^{\rho}\alpha_{i,\varsigma+\upsilon}^{\rho}$,

$$\eta=\overline{0,\ \eta_{\rho,\max}}. \qquad (14)$$

По коэффициентам $\tilde{\alpha}_{i,\varsigma}^{\rho}$ и $\tilde{\beta}_{i,\varsigma}^{\rho}$ записывается передаточная функция

$$\tilde{W}_{y_i u_i}^{\rho}(z,T_{\text{и}})=$$
$$=\frac{\tilde{\beta}_{i,0}^{\rho}+\tilde{\beta}_{i,1}^{\rho}z+\ldots+\tilde{\beta}_{i,n_i^{\rho}}^{\rho}z^{n_i^{\rho}}}{\tilde{\alpha}_{i,0}^{\rho}+\tilde{\alpha}_{i,1}^{\rho}z+\ldots+\tilde{\alpha}_{i,n_i^{\rho}-1}^{\rho}z^{n_i^{\rho}-1}+z^{n_i^{\rho}}}, \qquad (15)$$

Применение Z_T^{-1}-преобразования к ПФ (15) позволяет найти

$$W_{y_iu_i}^{\rho}(p)=Z_T^{-1}\left\{\tilde{W}_{y_iu_i}^{\rho}(z,T_{\text{ди}})\right\}=$$
$$=B_{y_iu_i}^{\rho}(p)/A_{y_iu_i}^{\rho}(p). \qquad (16)$$

Эти ПФ $W_{y_iu_i}^{\rho}(p)$, $i=1,2$ (16) представляют собой результат идентификации ρ-го робота марковским методом. Соотношения (7) – (16) фактически являются расчетными соотношениями марковского метода идентификации. При заданных уровнях пробных воздействий и максимально возможных значениях порядков моделей роботов, он может быть выполнен автоматически.

Задача синтеза. Для решения задачи синтеза локальных систем управления (ЛСУ) предлагается использовать метод аналитического синтеза систем с управлением по выходу и воздействиям (АССУВВ) [13]. Существенным преимуществом этого метода, по сравнению, например, с методом АКОР, является возможность синтеза систем управления со значениями прямых показателей качества не хуже заданных.

Указанные уравнения «вход-выход», в данном случае, мобильных роботов, как объектов управления, вытекают из передаточных функций (16), полученных методом идентификации, и записываются в виде

$$A_i^{\rho}(p)y_i^{\rho}=B_i^{\rho}(p)u_i^{\rho},$$
$$i=1,2;\quad \rho=\overline{1,\ N_{\text{гр}}}, \qquad (17)$$

где $A_i^{\rho}(p)$ и $B_i^{\rho}(p)$ – некоторые полиномы с известными степенями и коэффициентами, вытекающие непосредственно из ПФ (16). При этом предполагается, что полином $A_i^{\rho}(p)$ нормирован по старшей степени переменной p; причем $m_i^{\rho}=\deg B_i^{\rho}(p)\le n_i^{\rho}=\deg A_i^{\rho}(p)$.

Уравнения адаптивного устройства управления, реализующего принцип управления по выходу и воздействиям, ищутся в виде

$$R_i^{\rho}(p)u_i^{\rho}=Q_i^{\rho}(p)g_i^{\rho}-L_i^{\rho}(p)y_i^{\rho},$$
$$i=1,2;\quad \rho=\overline{1,\ N_{\text{гр}}}, \qquad (18)$$

где $R_i^{\rho}(p)$, $Q_i^{\rho}(p)$, $L_i^{\rho}(p)$ –полиномы, определяемые в процессе синтеза ЛСУ, причем $r_i^{\rho}=\deg R_i^{\rho}(p)$, $q_i^{\rho}=\deg Q_i^{\rho}(p)$, $l_i^{\rho}=\deg L_i^{\rho}(p)$ [13].

Качество адаптивных ЛСУ (17), (18) каждым каналом $u_i^{\rho}\to y_i^{\rho}$ ρ-го робота определяется требованиями к прямым показателям качества, которые состоят в следующем: порядок астатизма к задающим воздействиям $g_i^\rho = g_i^\rho(t)$ равен $\nu_{g,i}^{\rho*}$; время регулирования не более $t_i^{\rho*}$ с; перерегулирование не более $\sigma_i^{\rho*}$%; степень устойчивости не менее $\eta_{\text{сис},i}^{\rho*}$. Адаптивное устройство управления (АдУУ) физически реализуемо, если $\mu_{yy,i}^{\rho} \ge \mu_{yy}^{\rho*}$, где $\mu_{yy,i}^{\rho}$ – относительный порядок АдУУ (18), а $\mu_{yy}^{\rho*}$ – его заданное значение [13].

С целью большей простоты изложения будем считать, что при всех возможных значениях порядка и параметров роботов (1) в уравнениях (17)

$$\text{НОД}\{A_i^\rho(p), B_i^\rho(p)\} = 1, \qquad (19)$$

а корни $p_j^{B_i^\rho}$ полиномов $B_i^\rho(p)$ удовлетворяют условию

$$\operatorname{Re} p_j^{B_i^\rho} \le \eta_{\text{сис},i}^{\rho*}, \quad j = \overline{1, m_i^\rho}. \qquad (20)$$

Если полученная модель канала робота не удовлетворяет условию (20), то можно использовать несколько более сложный, но также аналитический метод синтеза ЛСУ [13, с. 177-181].

Необходимое число дополнительных интеграторов в составе АдУУ, для обеспечения некоторого порядка астатизма, можно найти по формуле

$$\bar{\nu}_i^\rho = \max\{\nu_{g,i}^{\rho*} - n_A^{\rho,i}, 0\}, \qquad (21)$$

где $n_A^{\rho,i}$ – число корней полинома $A_i^\rho(p)$, равных нулю.

Для получения менее сложного адаптивного устройства рассматриваемым методом, прежде всего, проводится редукция модели ρ-го робота, которая заключается в исключении тех множителей полинома $A_i^\rho(p)$, которым соответствуют малые постоянные времени $T_{i,j}^\rho < t_i^{\rho*}/(50 \div 100)$ [13]. С этой же целью далее проводится факторизация полиномов $A_i^\rho(p)$ и $B_i^\rho(p)$:

$$A_i^\rho(p) = A_{i,\Omega}^\rho(p) A_{i,\bar{\Omega}}^\rho(p),$$

$$B_i^\rho(p) = \beta_{m_i^\rho} B_{i,\Omega}^\rho(p), \qquad (22)$$

где $A_{i,\Omega}^\rho(p)$ и $B_{i,\Omega}^\rho(p)$ – полиномы, корни которых совпадают с корнями полиномов $A_i^\rho(p)$ и $B_i^\rho(p)$, удовлетворяющими условию (20); полином $A_{i,\bar{\Omega}}^\rho(p)$ включает остальные корни полинома $A_i^\rho(p)$; вводятся обозначения: $n_i^\rho = \deg A_i^\rho(p)$, $n_{i,\Omega}^\rho = \deg A_{i,\Omega}^\rho(p)$, $n_{i,\bar{\Omega}}^\rho = \deg A_{i,\bar{\Omega}}^\rho(p)$.

С учетом соотношений (20) – (22) полиномы из уравнения АдУУ (18) принимают следующий вид:

$$R_i^\rho(p) = p^{\bar{\nu}_i^\rho} B_i^\rho(p) \tilde{R}_i^\rho(p),$$

$$L_i^\rho(p) = A_{i,\Omega}^\rho(p) \tilde{L}_i^\rho(p),$$

$$Q_i^\rho(p) = A_{i,\Omega}^\rho(p) \tilde{Q}_i^\rho(p), \qquad (23)$$

где $\tilde{R}_i^\rho(p)$, $\tilde{L}_i^\rho(p)$ и $\tilde{Q}_i^\rho(p)$ – вспомогательные полиномы степеней: $\tilde{r}_i^\rho = r_i^\rho - \bar{\nu}_i^\rho - m_i^\rho$, $\tilde{l}_i^\rho = r_i^\rho - n_{i,\Omega}^\rho$ и $\tilde{q}_i^\rho = q_i^\rho - n_{i,\Omega}^\rho$. В силу равенств (23) характеристический полином замкнутой системы управления (17), (18) определяется выражением:

$$D(p) = A_{i,\bar{\Omega}}^\rho(p) B_{i,\bar{\Omega}}^\rho(p) A_{i,ls}^\rho(p) \tilde{D}_i^\rho(p), \qquad (24)$$

где $A_{i,ls}^\rho(p)$ – полином, корни которого были опущены в процессе редукции модели ρ-го робота, а $\tilde{D}_i^\rho(p)$ – полином, коэффициенты которого назначаются в соответствии с требованиями к качеству управления. Степени полиномов $\tilde{R}_i^\rho(p)$, $\tilde{L}_i^\rho(p)$ и $\tilde{D}_i^\rho(p)$ определяются выражениями:

$$\tilde{r}_i^\rho = n_i^\rho + \mu_{yy,i}^{\rho*} - m_i^\rho - 1,$$

$$\tilde{l}_i^{\rho}=n_{i,\bar{\Omega}}^{\rho}+\bar{\nu}_i^{\rho}-1,$$

$$\tilde{\vartheta}_i^{\rho}=n_i^{\rho}+\bar{\nu}_i^{\rho}+\mu_{yy,i}^{\rho*}+n_{i,\bar{\Omega}}^{\rho}-m_i^{\rho}-1. \quad (25)$$

По значениям $\nu_{g,i}^{\rho*}$, $\sigma_i^{\rho,*}\%$ и $n_{\text{таб}}=\tilde{\vartheta}_i^{\rho}$ из таблиц стандартных нормированных передаточных функций, приведенных, например, в [13, с. 344–346], выбираются соответствующие коэффициенты Δ_j, $j=\overline{0,\tilde{\vartheta}_i^{\rho}}$, СНПФ и величина $t_{\text{р,таб}}$ с, а затем вычисляются величина $\omega_{i,0}^{\rho}$ и коэффициенты $\delta_{i,j}^{\rho}$ полинома $\tilde{D}_i^{\rho}(p)$ по формулам:

$$\omega_{i,0}^{\rho}=t_{\text{р,таб}}/(t_i^{\rho*}-\tau_0),$$

$$\delta_{i,j}^{\rho}=\Delta_j\times(\omega_{i,0}^{\rho})^{\tilde{\vartheta}_i^{\rho}-j},\quad j=\overline{0,\tilde{\vartheta}_i^{\rho}}. \quad (26)$$

Здесь τ_0 – малая величина, обеспечивающая запас по времени регулирования.

Вычисляются коэффициенты полинома

$$\tilde{A}_i^{\rho}(p)=p^{\bar{\nu}_i^{\rho}}A_{i,\bar{\Omega}}^{\rho}(p)=$$
$$=\alpha_{i,0}^{\rho}+\alpha_{i,1}^{\rho}p+\ldots+\alpha_{i,\tilde{n}_i^{\rho}}^{\rho}p^{\tilde{n}_i^{\rho}}, \quad (27)$$

где $\alpha_{i,\tilde{n}_i^{\rho}}^{\rho}=1$, и составляется следующая система алгебраических уравнений:

$$\begin{bmatrix}\beta_m & 0 & \cdots & \alpha_0 & 0 & \cdots & 0\\ 0 & \beta_m & \ddots & \alpha_1 & \alpha_0 & \ddots & 0\\ 0 & 0 & \ddots & \vdots & \alpha_1 & \ddots & 0\\ 0 & 0 & \ddots & \alpha_{\tilde{n}} & \vdots & \ddots & \alpha_0\\ 0 & 0 & \ddots & 0 & \alpha_{\tilde{n}} & \ddots & \alpha_1\\ 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 & \ddots & \vdots\\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & \alpha_{\tilde{n}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\lambda_0\\ \lambda_1\\ \vdots\\ \lambda_{\tilde{l}}\\ \rho_0\\ \vdots\\ \rho_{\tilde{r}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\delta_0\\ \delta_1\\ \delta_2\\ \vdots\\ \vdots\\ \delta_{\tilde{\vartheta}-1}\\ \delta_{\tilde{\vartheta}}\end{bmatrix}. \quad (28)$$

Здесь для краткости введены упрощенные обозначения: $\beta_m=\beta_{m_i^{\rho}}$, $\alpha_j=\alpha_{i,j}^{\rho}$, $\lambda_j=\lambda_{i,j}^{\rho}$, $\rho_j=\rho_{i,j}^{\rho}$, $\delta_j=\delta_{i,j}^{\rho}$, $\tilde{n}=\tilde{n}_i^{\rho}$, $\tilde{l}=\tilde{l}_i^{\rho}$, $\tilde{r}=\tilde{r}_i^{\rho}$, $\tilde{\vartheta}=\tilde{\vartheta}_i^{\rho}$. Отметим, что матрица системы (28) имеет $\tilde{l}_i^{\rho}+1$ столбцов, составленных из коэффициента $\beta_m=\beta_{m_i^{\rho}}$, и $\tilde{r}_i^{\rho}+1$ столбцов, составленных из коэффициентов полинома (27).

По результатам решения системы (28) записываются полиномы

$$\tilde{R}_i^{\rho}(p)=\rho_{i,0}^{\rho}+\rho_{i,1}^{\rho}p+\ldots+\rho_{i,\tilde{r}_i^{\rho}}^{\rho}p^{\tilde{r}_i^{\rho}},$$

$$\tilde{L}_i^{\rho}(p)=\lambda_{i,0}^{\rho}+\lambda_{i,1}^{\rho}p+\ldots+\lambda_{i,\tilde{l}_i^{\rho}}^{\rho}p^{\tilde{l}_i^{\rho}},$$

а затем – полиномы

$$R_i^{\rho}(p)=p^{\bar{\nu}_i^{\rho}}\tilde{R}_i^{\rho}(p)B_{i,\Omega}^{\rho}(p),$$

$$L_i^{\rho}(p)=A_{i,\Omega}^{\rho}(p)\tilde{L}_i^{\rho}(p). \quad (29)$$

Полином $Q_i^{\rho}(p)$ из уравнения АдУУ (18) находится по формуле

$$Q_i^{\rho}(p)=\beta_{m_i^{\rho}}^{-1}A_{i,\Omega}^{\rho}(p)\times$$
$$\times(\delta_{i,\nu_{g,i}^{\rho,*}-1}^{\rho}p^{\nu_{g,i}^{\rho,*}-1}+\ldots+\delta_{i,1}^{\rho}p+\delta_{i,0}^{\rho}). \quad (30)$$

Период дискретизации управления находится по формулам:

$$T_{\text{упр}}=\pi/4\omega_{i,\max}^{\rho},$$

$$\omega_{i,\max}^{\rho}=\max_{j\in[0,\,\tilde{\vartheta}_i^{\rho}]}\left\{\left|p_{i,j}^{\rho,\text{в}}\right|,\left|\operatorname{Im}p_{i,j}^{\rho,\text{к}}\right|\right\}, \quad (31)$$

где $p_{i,j}^{\rho,\text{в}}$ и $p_{i,j}^{\rho,\text{к}}$ – вещественные и комплексные корни полинома

$$\tilde{D}_i^{\rho}(p)=\delta_{i,0}^{\rho}+\delta_{i,1}^{\rho}p+\ldots+\delta_{i,\tilde{\vartheta}_i^{\rho}}^{\rho}p^{\tilde{\vartheta}_i^{\rho}}.$$

Затем передаточные функции $W_{i,Q}^{\rho}(p)=Q_i^{\rho}(p)/R_i^{\rho}(p)$ и $W_{i,L}^{\rho}(p)=$ $=L_i^{\rho}(p)/R_i^{\rho}(p)$ подвергаются при T = $=T_{\text{упр}}$ преобразованию

$$W_{i,Q}^{\rho}(z)=\frac{z-1}{z}Z_T\left\{\frac{W_{i,Q}^{\rho}(p)}{p}\right\},$$

$$W_{i,L}^{\rho}(z)=\frac{z-1}{z}Z_T\left\{\frac{W_{i,L}^{\rho}(p)}{p}\right\},\ i=1,2;$$

$$\rho=\overline{1,\ N_{\text{гр}}}. \quad (32)$$

Подчеркнём, что преобразование (32) удобно выполнять с помощью функции «c2d» пакета MATLAB. В результате получаются ПФ $W_{i,Q}^{\rho}(z)=\bar{Q}_i^{\rho}(z)/\bar{R}_i^{\rho}(z)$ и $W_{i,L}^{\rho}(z)=\bar{L}_i^{\rho}(z)/\bar{R}_i^{\rho}(z)$.

В некоторых случаях полином $\bar{R}_i^{\rho}(p)$ имеет вид $\bar{R}_i^{\rho}(p)=p^{\nu}R_{i.1}^{\rho}(p)$. При этом коэффициенты полинома $\bar{R}_i^{\rho}(z)$ округляются так, чтобы он приобрёл вид $\bar{R}_i^{\rho}(z)=(z-1)^{\nu}\bar{R}_{i,1}^{\rho}(z)$. При этом уравнения АдУУ записываются в виде

$$\begin{gathered}(z-1)^{\nu}u_i^{\rho}(z)=w_i^{\rho}(z),\\ \bar{R}_{i,1}^{\rho}(z)w_i^{\rho}(z)=\bar{Q}_i^{\rho}(z)g_i^{\rho}(z)-\\ -\bar{L}_i^{\rho}(z)y_i^{\rho}(z),\end{gathered} \tag{33}$$

где $w_i^{\rho}(z)$ – z-изображение вспомогательной переменной $w_{i,k}^{\rho}$. Алгоритм работы микроконтроллера по вычислению значений управляющего воздействия $u_{i,k}^{\rho}$, $k=0,1,2,\ldots$ формируется путем перехода в уравнениях (33) к оригиналам.

Соотношения (5), (7) – (33) в совокупности с таблицами СНПФ являются новыми, оригинальными соотношениями аналитического метода синтеза адаптивных систем управления с идентификацией. Этот метод является более быстродействующим, по сравнению с известными. Использование марковских параметров и простых пробных воздействий придаёт этому методу высокие идентификационные возможности и существенно расширяет область применения адаптивных систем. Кроме того, он допускает распараллеливание процесса идентификации, что особенно важно при большем числе идентифицируемых каналов объектов управления.

Заключение

Таким образом, применение марковского метода идентификации и метода аналитического синтеза систем с управлением по выходу и воздействиям позволяет автоматически найти дискретные уравнения адаптивных устройств управления, соответствующих новым значениям порядка и параметров каждого ρ-го робота. Эти устройства обеспечивают устойчивость и качество процессов управления в условиях неопределенности не хуже заданного. Предложенный метод может использоваться при создании современных адаптивных систем управления техническими объектами различных областей производства. Существенным преимуществом является его ориентация на современные цифровые средства управления.

Публикация подготовлена в рамках реализации в ЮФУ и ЮНЦ РАН ПФИ Президиума РАН № I.29 «Актуальные проблемы робототехнических систем» (ГЗ ЮНЦ РАН на 2018 г., № гр. проекта АААА-А18-118020190041-1) и грантов РФФИ № 16-29-04194; № 17-29-07054.

Список литературы

1. Капустян С.Г. Децентрализованный метод коллективного распределения целей в группе роботов // Известия вузов. Электроника. 2006. № 2. С.84-91.

2. Cheng, T.M. and Savkin, A.V. Decentralized control for mobile robotic sensor network self-deployment: Barrier and sweep coverage problems // Robotica. 2011. No. 29. P. 283-294.

3. Пшихопов В.Х., Медведев М.Ю. Управление подвижными объектами в определённых и неопределённых средах. М.: Наука, 2011. 350 с.

4. Каляев И.А., Гайдук А.Р., Капустян С.Г. Модели и алгоритмы коллективного управления в группах роботов. М.: Физматлит, 2009. 280 с.

5. Tayebi, A. Unit quaternion-based output feedback for the attitude tracking problem // IEEE Transactions on Automatic Control. 2008. No. 53(6). P. 1516-1520.

6. Александров А.Г. Оптимальные и адаптивные системы. М.: Высшая школа, 1976. 263 с.

7. Гайдук А.Р. Оптимальные и адаптивные системы автоматического управления. 2-е изд. Кисловодск: Изд-во КГТИ, 2018. 261 с.

8. Назарова А.В., Рыжкова Т.П. Система управления коллективом мобильных роботов // Мехатроника, автоматизация, управление. 2014. № 4. С. 45-50.

9. Лотоцкий В.А. Идентификация структур и параметров систем управления // Измерения, контроль, автоматизация. 1991. № 3-4. С. 30-39.

10. Goodwin G.C., Payne R.L. Dynamic system identification: experiment design and analysis. New York: Academic Press, 1977. 291 p.

11. Куценко К.В. Статистическая идентификация технологических объектов методом численного решения уравнения Винера-Хопфа // Труды XIX Международной научно-практической конференции «Современные техника и технологии». Секция 7. Информатика и управление в технических системах. Томск, 2013. С. 268-269.

12. Интеллектуальное управление мобильными роботами в условиях неопределенности / А.Р. Гайдук, С.Г. Капустян, М.Ю. Медведев, А.А. Дьяченко, И.О. Шаповалов // Материалы 10-й Всероссийской мультиконференции (с. Дивноморское, Геленджик, Россия). Т. 2. Ростов н/Д: Изд-во ЮФУ, 2017. С. 253-255.

13. Гайдук А.Р. Теория и методы аналитических систем автоматического управления (Полиномиальный подход). М.: Физматлит, 2012. 415 с.

14. Ким Д.П. Теория автоматического управления. Т. 1. Линейные системы. 2-е изд., испр. и доп. М.: Физматлит, 2007. 288 с.

Поступила в редакцию 20.06.18

UDC 681.5.013 + 007.52: 004.896

A.R. Gaiduk, Doctor of Engineering Sciences, Professor, Southern Federal University (SFEDU) (Rostov-on-Don, Russia) (e-mail: gaiduk_2003@mail.ru)

I.A. Kalyaev, RAS Academician, Doctor of Engineering Sciences, Professor, Southern Scientific Center of the Russian Academy of Sciences (Rostov-on-Don, Russia) (e-mail: kaliaev@niimvus.ru)

S.G. Kapustyan, Doctor of Engineering Sciences, Southern Scientific Center of the Russian Academy of Sciences (Rostov-on-Don, Russia) (e-mail: kap56@mail.ru)

I.O. Shapovalov, Institute of Robotics and Control Processes, Institute of Robotics and Management Processes (Taganrog, Russia) (e-mail: shapovalovio@gmail.com)

DESIGN OF THE CONTROL SYSTEM BY MOVEMENT OF ROBOTS MOBILE GROUP IN CONDITIONS OF UNCERTAINTY

Many controlled plants, in particular mobile robots, solve various tasks in a priori uncertain conditions. In this connection their mathematical models necessary for creation of qualitative control systems are unknown. Therefore development of design methods of adaptive control systems is actuality. The big uncertainty of this control problem makes application of adaptive systems with identification by the most expedient. In article the new analytical design method of adaptive control systems by movement of mobile robots group in the uncertainty conditions is offered. This method is focused on the decision of a task of identification of the current mathematical models of robots with the subsequent design of a control system by movement of each robot. The suggested method can be realized automatically as required. It is developed on a basis of the markov method of identification, the method of analytical *design of systems with control on output and impacts, and also the standard normalized transfer functions are used. As a whole this method allows to design of the adaptive control systems with desirable qualitative properties. Trial step functions of the small intensity and the original method of digital processing of the information are used at identification. Property of system invariancy of the markov parameters and their direct connection with factors of the discrete dynamic systems transfer functions are a basis of the method of digital processing of the information. It is supposed, that the mobile robots are full or can be stabilized at all possible values of their order and parameters. The suggested method can be used for creation of control systems by the various technical plants functioning in conditions of uncertainty.*

Key words: *mobile robot; group; uncertainty; identification; markov parameter; control on output and impacts; direct parameter of quality.*

DOI: 10.21869/2223-1560-2018-22-4-112-122

For citation: Gaiduk A.R., Kalyaev I.A., Kapustyan S.G., Shapovalov I.O. Design of the Control System by Movement of Robots Mobile Group in Conditions of Uncertainty. Proceedings of the Southwest State University, 2018, vol. 22, no. 4(79), pp. 112-122 (in Russ.).

***

Reference

1. Kapustjan S.G. Decentralizovannyj metod kollektivnogo raspredelenija celej v gruppe robotov. *Izvestija vuzov. Jelektronika*, 2006, no. 2, pp.84-91.

2. Cheng, T.M. and Savkin, A.V. Decentralized control for mobile robotic sensor network self-deployment: Barrier and sweep coverage problems. *Robotica*, 2011, no. 29, pp. 283-294.

3. Pshihopov V.H., Medvedev M.Ju. Upravlenie podvizhnymi ob#ektami v opredeljonnyh i neopredeljonnyh sredah. Moscow, Nauka Publ., 2011, 350 p.

4. Kaljaev I.A., Gajduk A.R., Kapustjan S.G. Modeli i algoritmy kollektivnogo upravlenija v gruppah robotov. Moscow, Fizmatlit Publ., 2009, 280 p.

5. Tayebi, A. Unit quaternion-based output feedback for the attitude tracking problem. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2008, no. 53(6), pp. 1516-1520.

6. Aleksandrov A.G. Optimal'nye i adaptivnye sistemy. Moscow, Vysshaja shkola Publ., 1976, 263 p.

7. Gajduk A.R. Optimal'nye i adaptivnye sistemy avtomaticheskogo upravlenija. 2th ed. Kislovodsk, 2018, 261 pp.

8. Nazarova A.V., Ryzhkova T.P. Sistema upravlenija kollektivom mobil'nyh robotov. *Mehatronika, avtomatizacija, upravlenie*, 2014, no. 4, pp. 45-50.

9. Lotockij V.A. Identifikacija struktur i parametrov sistem upravlenija. *Izmerenija, kontrol', avtomatizacija*, 1991, no. 3-4, pp. 30-39.

10. Goodwin G.C., Payne R.L. Dynam-ic system identification: experiment design and analysis. New York, Academic Press Publ., 1977, 291 p.

11. Kucenko K.V. Statisticheskaja identifikacija tehnologicheskih ob#ektov metodom chislennogo reshenija uravnenija Vinera-Hopfa. Sovremennye tehnika i tehnologii Trudy XIX Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoj konferencii. Sekcija 7. Informatika i upravlenie v tehnicheskih sistemah. Tomsk, 2013, pp. 268-269.

12. Gajduk A.R., Kapustjan S.G., Medvedev M.Ju., D'jachenko A.A., Shapovalov I.O. Intellektual'noe upravlenie mobil'nymi robotami v uslovijah neopredelennosti. Materialy 10-j Vserossijskoj mul'tikonferencii (s. Divnomorskoe, Gelendzhik, Rossija.). Vol. 2. Rostov-on-Don, 2017, pp. 253-255.

13. Gajduk A.R. Teorija i metody analiticheskogo si sistem avtomaticheskogo upravlenija (Polinomial'nyj podhod). Moscow, Fizmatlit Publ., 2012, 415 p.

14. Kim D.P. Teorija avtomaticheskogo upravlenija. Vol. 1. Linejnye sistemy. 2th ed. Moscow, Fizmatlit Publ., 2007, 288 p.