УДК 519.725

С.И. Егоров, д-р техн. наук, профессор, ФГБОУ ВО «Юго-Западный государственный университет» (Курск, Россия) (e-mail: sie58@mail.ru)

Д.Б. Борзов, д-р техн. наук, доцент, ФГБОУ ВО «Юго-Западный государственный университет» (Курск, Россия) (e-mail: borzovdb@kursknet.ru)

С.В. Дегтярев, д-р техн. наук, профессор, ФГБОУ ВО «Юго-Западный государственный университет» (Курск, Россия) (e-mail: sergeyd12@gmail.com)

В.Э. Дрейзин, д-р техн. наук, профессор, ФГБОУ ВО «Юго-Западный государственный университет» (Курск, Россия) (e-mail: sie58@mail.ru)

И.Б. Михайлов, студент, ФГБОУ ВО «Юго-Западный государственный университет» (Курск, Россия) (e-mail: sie58@mail.ru)

ПОВЫШЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ДЕКОДИРОВАНИЯ КОДОВ РИДА-СОЛОМОНА ПО ОБОБЩЕННОМУ МИНИМАЛЬНОМУ РАССТОЯНИЮ

В современных системах передачи и хранения информации для коррекции возникающих ошибок широко используются помехоустойчивые коды Рида-Соломона. Для исправления ошибок с использованием мягких решений применяют декодирование этих кодов по обобщенному минимальному расстоянию, достоинством которого является простота реализации.

В работе предлагается алгоритм декодирования кодов Рида-Соломона по обобщенному минимальному расстоянию, особенностью которого является использование алгебраического декодера, исправляющего ошибки за границей половины минимального кодового расстояния с использованием мягких решений.

Алгебраический декодер реализует синдромное декодирование и базируется на применении аналитического продолжения алгоритма Берлекэмпа-Месси еще на 2τ итераций (τ–число дополнительно исправляемых ошибочных символов). Он предусматривает поиск позиций tC+τ ошибочных символов в кодовом слове (tC – число гарантированно исправляемых кодом ошибочных символов), локаторы которых являлись бы обратными к корням возможного полинома локаторов ошибок степени tC + τ. Поиск позиций ошибок осуществляется в порядке возрастания надежностей символов принятого кодового слова.

Эффективность коррекции ошибок предложенным алгоритмом в канале с аддитивным белым Гауссовым шумом исследовалась путем имитационного моделирования на ЭВМ. Исследования проводились для кодов Рида-Соломона, определенных над полем GF(28).

Дополнительный кодовый выигрыш, обеспеченный алгоритмом при исправлении на итерации трех дополнительных ошибок, применительно к коду Рида-Соломона (255,239,17) доходит до 0,26 dB. Дополнительный кодовый выигрыш для кода Рида-Соломона (255,127,129) при исправлении на итерации двух дополнительных ошибок составил около 0,1 dB. Дополнительный кодовый выигрыш для кода Рида-Соломона (255,41,215) при исправлении на итерации трех дополнительных ошибок составил около 0,17 dB.

Ключевые слова: *коды Рида-Соломона; мягкое декодирование кодов Рида-Соломона; обобщенное минимальное расстояние.*

DOI: 10.21869/2223-1560-2018-22-3-51-58

Ссылка для цитирования: Повышение эффективности декодирования кодов Рида-Соломона по обобщенному минимальному расстоянию / С.И. Егоров, Д.Б. Борзов, С.В. Дегтярев, В.Э. Дрейзин, И.Б. Михайлов // Известия Юго-Западного государственного университета. 2018. Т. 22, № 3(78). С. 51-58.

***

Введение

В современных системах передачи и воспроизведения данных все большую роль играют средства помехоустойчивого кодирования. В качестве примера можно привести цифровое телевидение (DVB и ATSC), запоминающие устройства с оптическими дисками (DVD и Blue Ray), оптоволоконные линии связи (ЛОС). В этих системах для обеспечения необходимой помехоустойчивости широко применяются коды Рида-Соломона (РС-коды, Reed-Solomon codes).

РС-коды относятся к классу линейных циклических кодов. Слово РС-кода

[1] содержит n символов, представляющих собой элементы поля Галуа $GF(q)$. РС-код содержит q^k слов (k – размерность кода, число информационных символов в кодовом слове). Число проверочных символов в кодовом слове $r = (n\text{-}k)$.

Важной характеристикой кода является его минимальное кодовое расстояние d. Для РС-кода $d = n - k -1 = r+1$. РС-коды являются разделимыми кодами с максимальным расстоянием, или МДР-кодами. Максимальное число гарантированно исправляемых ошибочных символов в кодовом слове РС-кода $t_C = (d\text{-}1)/2$.

Постановка задачи

Обычно для исправления ошибок РС-кодами применяется синдромное декодирование с жесткими решениями, позволяющими корректировать вплоть до t_C ошибок с небольшой вычислительной сложностью. Чаще всего синдромное декодирование реализуется на основе алгоритмов Берлекэмпа-Месси и Евклида [1].

Процедура жесткого списочного декодирования РС-кодов, позволяющая исправить больше ошибочных символов $t > t_C$, была опубликована в [2]. Позднее версия этой процедуры, использующая мягкие решения, была предложена в [3]. Мягкие решения позволили значительно улучшить эффективность коррекции ошибок РС-кодами в сравнении с жестким синдромным декодированием. На практике процедура [3] не нашла применения из-за большой вычислительной сложности.

Значительно меньшей сложностью характеризуется декодирование РС-кодов по минимуму обобщенного расстояния (англ., GMD, generalized minimal-distance), введенное в [4] Д. Форни. Его подход базируется на использовании значений надежности символов принятого из канала слова РС-кода. GMD-алгоритм предусматривает последовательное применение итераций жесткого синдромного декодирования с нарастающим числом стираний символов, имеющих наименьшую надежность.

Недостатком GMD-алгоритма является его относительно невысокая корректирующая способность в AWGN-канале (канале с аддитивным белым Гауссовым шумом) в сопоставлении с другими алгоритмами декодирования с мягкими решениями.

Большей корректирующей способностью и приемлемой сложностью обладает алгоритм декодирования с мягкими решениями, предложенный в [5-7]. Этот алгоритм предназначен для популярных высокоскоростных РС-кодов. Он представляет собой расширение алгоритма декодирования [8-10] путем использования оценок надежности канальных символов. К недостаткам алгоритма можно отнести резкий рост сложности с увеличением разности $t - t_C$.

В представленной работе предлагается декодирование кодов Рида-Соломона по обобщенному минимальному расстоянию, основанное на использовании в GMD-итерациях алгебраического декодера с мягкими решениями [6] вместо обычно используемого алгоритма жесткого декодирования. Также даны результаты численного моделирования предлагаемого алгоритма декодирования для высокоскоростных, среднескоростных и низкоскоростных кодов.

Классический GMD-алгоритм предусматривает выполнение $t_C + 1$ итераций. На каждой итерации алгебраический декодер выполняет декодирование со стираниями. Стираются $2i_{IT}$ наименее надежных символов (i_{IT} – номер итерации, $i_{IT} = 0,\ldots,t_C$). Получившиеся кодовые слова сравниваются посимвольно с принятым из канала словом. Ближайшее в евклидовой метрике к принятому кодовое слово выбирается как переданное.

При декодировании кодов Рида-Соломона с большим кодовым расстоянием d число итераций может быть значительно уменьшено (с соответствующим уменьшением вычислительной сложности) без заметного уменьшения корректирующей способности.

На каждой GMD-итерации алгебраический декодер исправляет $2i_{IT}$ стираний и (t_C - i_{IT}) ошибок. Обычно для этой цели алгебраический декодер использует алгоритм Берлекэмпа-Месси или алгоритм Евклида [1].

Повышение эффективности декодирования кодов Рида-Соломона по обобщенному минимальному расстоянию возможно при увеличении корректирующей способности алгебраического декодера, исправляющего стирания и ошибки на итерациях.

В представленной работе предлагается в качестве алгебраического декодера с повышенной корректирующей способностью использовать декодер, введенный в [5-10]. Наименьшей вычислительной сложностью обладает версия декодера, использующая мягкие решения [6].

Для применения декодера [6] на итерации GMD-алгоритма необходимо предварительно выполнить выкалывание кода Рида-Соломона на $2i_{IT}$ символов.

Модифицированный алгоритм декодирования кодов Рида-Соломона по обобщенному минимальному расстоянию предусматривает выполнение следующих этапов:

1. Инициализируется счетчик GMD-итераций i_{IT} = *BeginGMD*.

2. Символы принятого из канала слова сортируются по возрастанию их надежностей. Номеров позиций отсортированных символов записываются в таблицу L[ ].

3. Вычисляется многочлен синдрома $S^0(x)$ [1]. Если компоненты синдрома нулевые (ошибок нет), алгоритм завершается (осуществляется переход к п.17).

4. Выкалываются $2i_{IT}$ наименее надежных символов кодового слова, соответствующие стираниям. Для этого вычисляются многочлен синдрома Форни $S(x)$ [1] и параметры выколотого кода $n = n^0 - 2\, i_{IT}$, $t_C = t^0{}_C - i_{IT}$.

5. Находятся многочлен локаторов ошибок $\Lambda^{(2t_C)}(x)$, вспомогательный многочлен $B^{(2t_C)}(x)$ и формальная степень многочлена локаторов L_{2t_C} путем выполнения $2t_C$ итераций алгоритма Берлекэмпа-Месси.

6. Если $L_{2t_C} \le t_C$, находятся корни многочлена $\Lambda^{(2t_C)}(x)$. Если их число равняется L_{2t_C}, то обратные к ним значения принимаются как локаторы ошибок. По методу Форни [1] вычисляются значения ошибок и стираний.

7. Вычисляется управляющая переменная s (shift): $s = t_C - L_{2t_C}$. Если $s \ge \tau$ или $s < -\tau$, переход к п.16.

8. Выполняются преобразования Фурье многочленов $\Lambda^{(2t_C)}(x)$ и $B^{(2t_C)}(x)$.

9. Вычисляются множества значений дробей $R_i = \alpha^{(2s+1)i} B^{(2t_C)}(\alpha^{-i}) / \Lambda^{(2t_C)}(\alpha^{-i})$, когда $s \ge 0$, или $R_i = \alpha^{(-2s-1)i} \Lambda^{(2t_C)}(\alpha^{-i}) / B^{(2t_C)}(\alpha^{-i})$ в противном случае (α – примитивный элемент поля $GF(q)$; i=0,…n-1).

10. Инициализируется счетчик дополнительно исправляемых ошибок $v = 1$.

11. Определяются вспомогательные переменные: $l = 2v$, $o1 = v - |s+1|$, $o2 = v - |s|$, $w = t_C + 1 - v$.

12. Инициализируется счетчик систем уравнений $sc = 1$.

13. Вычисляются последовательности $S_{L[i_1],L[i_2],...,L[i_{l-1}]}$ возможных значений невязки $\Delta^{L[i_1],L[i_2],...,L[i_l]}$ для наиболее вероятных наборов индексов i_1, $i_2,\ldots,i_{l-1}$ (в их число не входят индексы, соответствующие стертым символам) и осуществляется поиск значений Δ, которые встречаются точно w раз в какой-то из этих последовательностей, где

$$S_{L[i_1],L[i_2],...,L[i_{l-1}]} = \{\Delta^{L[i_1],L[i_2],...,L[i_l]} = \frac{F^{o1}(L[i_1],L[i_2],...,L[i_l],R_{L[i_1]},R_{L[i_2]},...,R_{L[i_l]})}{F^{o2}(L[i_1],L[i_2],...,L[i_l],R_{L[i_1]},R_{L[i_2]},...,R_{L[i_l]})};\ i_l=\overline{i_{l-1}+1,n_C-1}\},$$

$$F^{o}(L[i_1],L[i_2],...,L[i_l],R_{L[i_1]},R_{L[i_2]},...,R_{L[i_l]}) =$$

$$= \sum_{\substack{\forall\{j_1,j_2,...,j_o\}=J \\ j_1<j_2<...<j_o \\ j_1,j_2,...,j_o\in\{1,2,...,l\}}} \left[\prod_{\substack{\forall\{k1,k2\} \\ k1<k2 \\ k1,k2\in J}} (\alpha^{L[i_{k1}]}+\alpha^{L[i_{k2}]}) \prod_{\substack{\forall\{k1,k2\} \\ k1<k2 \\ k1,k2\in\{1,2,...,l\}\setminus J}} (\alpha^{L[i_{k1}]}+\alpha^{L[i_{k2}]}) \prod_{k=1}^{o} R_{L[i_{j_k}]} \right]$$

Если найдено значение Δ, которое встречается точно w раз в какой-то из этих последовательностей, то значениями локаторов ошибок являются значения индексов $L[i_1]$, $L[i_2],\ldots, L[i_{l-1}]$ этой последовательности и множество значений индекса $L[i_l]$, соответствующего такому Δ. По методу Форни вычисляются значения ошибок и стираний. Осуществляется переход к п.17.

В противном случае осуществляется переход к п.14.

14. Если v=-s, переход к п.15, в противном случае: sc=sc+1, $l = l - 1$, $o1 = o1 - 1$, $o2 = o2 - 1$, $w = w + 1$.

Если $sc \le (v-|s|)$, переход к п.13.

15. v=v+1. Если $v \le \tau$, то осуществляется переход к п.11.

16. $i_{IT} = i_{IT} + 1$. Если $i_{IT} \le EndGMD$, то переход к п.4.

17. Конец.

При описании алгоритма использованы следующие дополнительные переменные:

BeginGMD – начальное значение счетчика итераций;

EndGMD – конечное значение счетчика итераций;

L – таблица с номерами позиций символов принятого кодового слова, упорядоченных по надежности;

n^0 – длина основного (не выколотого) кода Рида-Соломона;

t^0_C – число гарантированно исправляемых ошибок основным кодом Рида-Соломона;

sc – счетчик систем уравнений.

На этапах 6 и 13 осуществляется фильтрация найденных векторов ошибок по совокупной надежности составляющих их ошибочных символов. Для этого надежности символов векторов ошибок суммируются и сравниваются с заданным порогом. Если сумма выше заданного порога, соответствующий вектор ошибок отбрасывается.

Численное моделирование модифицированного алгоритма

Эффективность коррекции ошибок предложенным алгоритмом исследовалась путем имитационного моделирования на ЭВМ. Использовалась модель канала с аддитивным белым Гауссовым шумом (AWGN) и двоичной фазовой манипуляцией (BPSK). Исследования проводились для кодов Рида-Соломона с символами, определенными над конечным полем характеристики 2 GF(2^8). В этом поле символ представляется байтом. В качестве меры надежности символа принималось минимальное значение абсолютной величины LLR бит этого символа.

Рисунки 1-3 представляют зависимости доли неисправленных кодовых слов (FER, Frame Error Ratio) от отношения энергии сигнала на информационный бит к односторонней спектральной плотности шума (E_b/N_o). Используются следующие цифровые обозначения: 1 – классический алгоритм GMD; 2 – предложенный алгоритм декодирования, использующий алгебраический декодер с радиусом декодирования t_C+1; 3 – этот же алгоритм, использующий алгебраический декодер с радиусом декодирования t_C+2; 4 – этот же алгоритм, использующий алгебраический декодер с радиусом декодирования t_C+3.

На рис. 1 приведены результаты исследования эффективности коррекции ошибок предложенным алгоритмом применительно к высокоскоростному коду Рида-Соломона (255,239,17), R = 0,94, t_C = 8. *BeginGMD* = 0, *EndGMD* = 12.

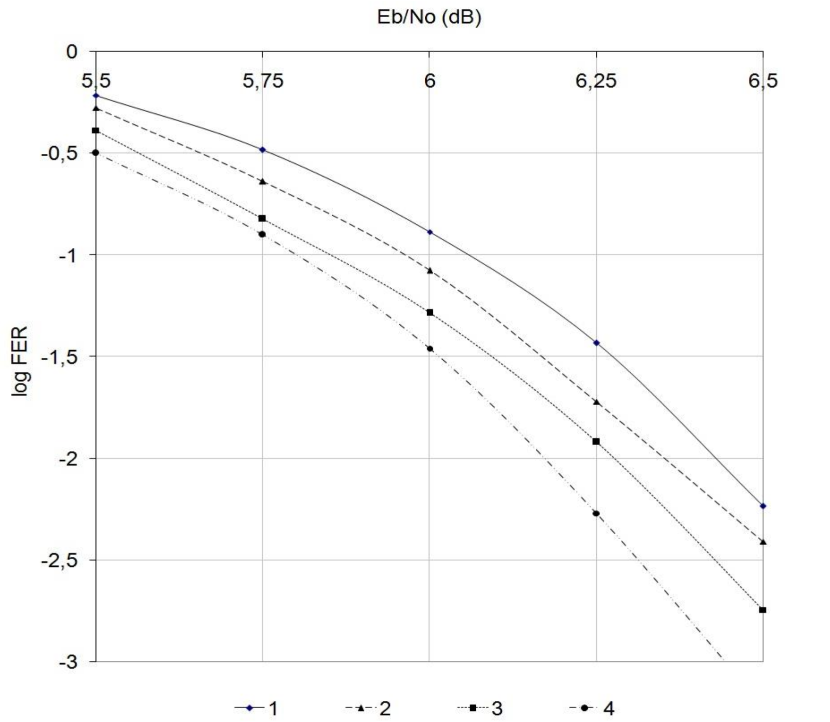

Рис.1. Зависимость доли неисправленных кодовых слов (FER) от E_b/No для кода Рида-Соломона (255,239,17)

При этом обеспечивается дополнительный энергетический выигрыш до 0,26 *dB*.

Рисунок 2 показывает эффективность коррекции ошибок среднескоростным кодом Рида-Соломона (255,127,129), R = 0,5, t_C = 64. *BeginGMD* = 0, *EndGMD* = 124. При этом обеспечивается дополнительный энергетический выигрыш 0,1 *dB*.

Рисунок 3 показывает эффективность коррекции ошибок низкоскоростным кодом Рида-Соломона (255,41,215) R = 0,16, t_C = 107. *BeginGMD* = 102, *EndGMD* = 210. При этом обеспечивается дополнительный энергетический выигрыш 0,17 *dB*.

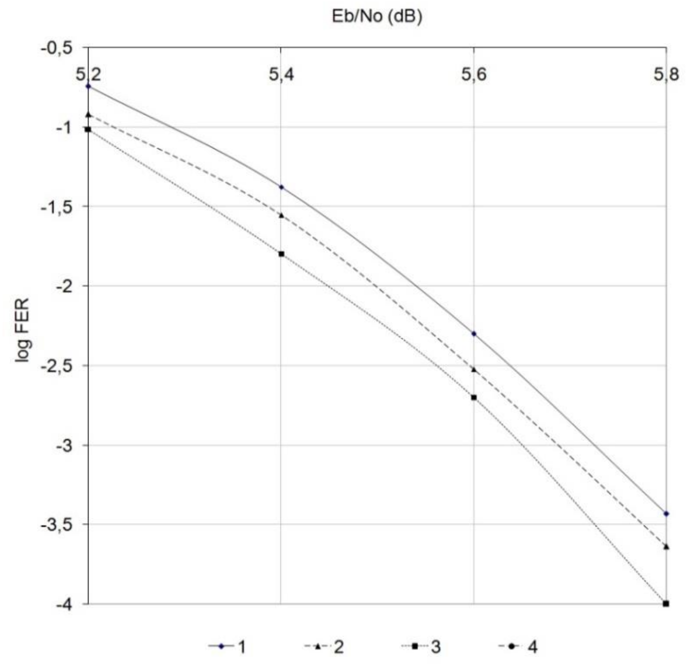

Рис.2. Зависимость доли неисправленных кодовых слов (FER) от E_b/No для РС-кода (255,127,129)

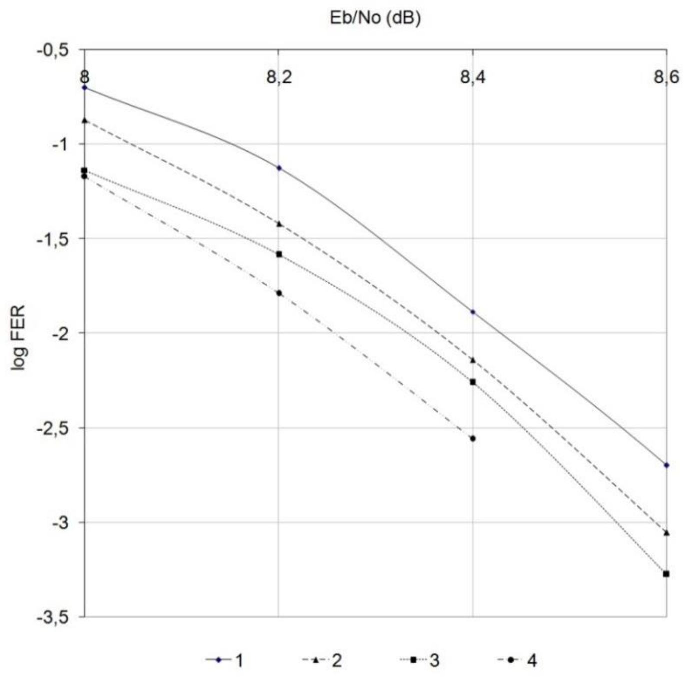

Рис.3. Зависимость доли неисправленных кодовых слов (FER) от E_b/No для РС-кода (255,41,215)

Заключение

Представленный алгоритм декодирования кодов Рида-Соломона по обобщенному минимальному расстоянию отличается от известных применением алгебраического декодера, исправляющего дополнительные ошибки. Это позволяет существенно повысить эффективность использования кодов Рида-Соломона в телекоммуникационных системах и системах хранения данных.

Список литературы

1. Кларк Д., Кейн Д. Кодирование с исправлением ошибок в системах цифровой связи: [пер. с англ.]. М.: Радио и связь, 1987. 392 с.

2. Guruswami V., Sudan M. Improved Decoding of Reed-Solomon and Algebraic-Geometry Codes // IEEE Trans. Inform. Theory, Nov. 1999, vol. 45, no. 6, pp. 1757-1767.

3. Koetter R., Vardy A. Algebraic soft-decision decoding of Reed-Solomon codes // IEEE Trans. Inform. Theory, Nov. 2003, vol. 49, no. 6, pp. 2809-2825.

4. Forney G. J. Generalized minimum distance decoding // IEEE Trans. Inform. Theory, Feb. 1966, vol. 12, no. 2, pp. 125-131.

5. Графов О.Б., Егоров С.И. Мягкое декодирование популярных кодов Рида-Соломона // Труды РНТОРЭС им. А.С.Попова. Серия: Цифровая обработка сигналов и ее применение. Вып. XIV. М., 2012. С. 46-49.

6. Графов О.Б., Егоров С.И., Титов В.С. Мягкое декодирование кодов Рида-Соломона // Известия Юго-Западного государственного университета. Серия: Управление, вычислительная техника, информатика. Медицинское приборостроение. 2012. №2, ч.1. С.17-23.

7. Построение алгоритмов мягкого декодирования кодов Рида-Соломона на основе алгоритма списочного декодирования / С.И. Егоров, О.Б. Графов, Ж.Т. Жусубалиев, Э.И. Ватутин // Известия Юго-Западного государственного университета. Серия: Управление, вычислительная техника, информатика. Медицинское приборостроение. 2012. №2, ч. 2. С. 28-33.

8. Egorov S., Markarian G.: An Algorithm for *t*+1 Error Correction in Reed-Solomon Codes. In Proc. ICC'04: 2004 IEEE International Conference on Communications, Paris, France, vol.2, pp. 651-655.

9. Егоров С.И. Алгоритм декодирования кодов Рида-Соломона, исправляющий вплоть до *n-k* ошибок в кодовом слове // Труды РНТОРЭС им. А.С. Попова. Серия: Цифровая обработка сигналов и ее применение. Вып. XI-1. М., 2009. С. 27-30.

10. Егоров С.И. Алгоритм декодирования кодов Рида-Соломона, исправляющий дополнительные ошибки за пределами половины минимального кодового расстояния // Методы и алгоритмы прикладной математики в технике, медицине и экономике: матер. 9-ой Междунар. науч.-практ. конф. Новочеркасск: ЮРГТУ, 2009. С. 16-19.

Поступила в редакцию 21.05.18

UDC 519.725

S.I. Yegorov, Doctor of Engineering Sciences, Professor, Southwest State University (Kursk, Russia) (e-mail: sie58@mail.ru)

D.B. Borzov, Doctor of Engineering Sciences, Associate Professor, Southwest State University (Kursk, Russia) (e-mail: borzovdb@kursknet.ru)

S.V. Degtyarev, Doctor of Engineering Sciences, Professor, Southwest State University (Kursk, Russia) (e-mail: sergeyd12@gmail.com)

V.A. Dreizin, Doctor of Engineering Sciences, Professor, Southwest State University (Kursk, Russia) (e-mail: sie58@mail.ru)

I.B. Mikhailov, Student, Southwest State University (Kursk, Russia) (e-mail: sie58@mail.ru)

INCREASE IN EFFICIENCY OF DECODING OF CODES OF READ-SOLOMON ON THE GENERALIZED MINIMUM DISTANCE

In the modern systems of transfer and storage of information for correction of the arising mistakes noiseproof codes of Read-Solomon widely are used. With use of soft decisions apply decoding of these codes on the generalized minimum distance which advantage is simplicity of realization to correction of mistakes.

In work the algorithm of decoding of codes of Read-Solomon on the generalized minimum distance which feature is use of the algebraic decoder correcting errors abroad a half of the minimum code distance with use of soft decisions is offered.

The algebraic decoder realizes syndromic decoding and is based on application of analytical continuation of an algorithm of Berlekempa-Messi for 2τ iterations (τ-number of in addition corrected wrong symbols). He provides search of positions of tC+τ of wrong symbols in a code word (tC – number of the wrong symbols which are guaranteed corrected by a code) which locators would be the return to roots of a possible polynom of locators of errors of degree tC + τ. Search of positions of mistakes is carried out in ascending order of nadezhnost of symbols of the accepted code word.

The efficiency of correction of mistakes was investigated by the offered algorithm in the channel with additive white Gaussian noise by imitating modeling on the COMPUTER. Researches were conducted for Read-Solomon's codes defined over the field of GF(28).

The additional code prize provided with an algorithm at correction on iteration of three additional mistakes in relation to Read-Solomon (255,239,17) code reaches 0,26 dB. The additional code prize for Read-Solomon (255,127,129) code at correction on iteration of two additional mistakes has made about 0,1 dB. The additional code prize for Read-Solomon (255,41,215) code at correction on iteration of three additional mistakes has made about 0,17 dB.

Key words: *Read-Solomon's codes; soft decoding of codes of Read-Solomon; generalized minimum distance.*

DOI: 10.21869/2223-1560-2018-22-3-51-58

For citation: Yegorov S.I., Borzov D.B., Degtyarev S.V., Dreizin V.A., Mikhailov I.B. Increase in Efficiency of Decoding of Codes of Read-Solomon on the Generalized Minimum Distance. Proceedings of the Southwest State University, 2018, vol. 22, no. 3(78), pp. 51-58 (in Russ.).

***

Reference

1. Klark D., Kejn D. Kodirovanie s ispravleniem oshibok v sistemah cifrovoj svjazi. Moscow, Radio i svjaz' Publ., 1987, 392 p.

2. Guruswami V., Sudan M. Improved Decoding of Reed-Solomon and Algebraic-Geometry Codes. IEEE Trans. Inform. Theory, Nov. 1999, vol. 45, no. 6, pp. 1757-1767.

3. Koetter R., Vardy A. Algebraic soft-decision decoding of Reed-Solomon codes. IEEE Trans. Inform. Theory, Nov. 2003, vol. 49, no. 6, pp. 2809-2825.

4. Forney G. J. Generalized minimum distance decoding. IEEE Trans. Inform. Theory, Feb. 1966, vol. 12, no. 2, pp. 125-131.

5. Grafov O.B., Egorov S.I. Mjagkoe dekodirovanie populjarnyh kodov Rida-Solomona. Trudy RNTORJeS im. A.S.Popova. Serija: Cifrovaja obrabotka signalov i ee primenenie, is. XIV. Moscow, 2012, pp. 46-49.

6. Grafov O.B., Egorov S.I., Titov V.S. Mjagkoe dekodirovanie kodov Rida-Solomona. Izvestija Jugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta. Serija: Upravlenie, vychislitel'naja tehnika, informatika. Medicinskoe priborostroenie, 2012, no. 2, is. 1, pp.17-23.

7. Egorov S.I., Grafov O.B., Zhusubaliev Zh.T., Vatutin Je.I. Postroenie algoritmov mjagkogo dekodirovanija kodov Rida-Solomona na osnove algoritma spisochnogo dekodirovanija. Izvestija Jugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta. Serija: Upravlenie, vychislitel'naja tehnika, informatika. Medicinskoe priborostroenie. 2012, no. 2, is. 2, pp. 28-33.

8. Egorov S., Markarian G. An Algorithm for t+1 Error Correction in Reed-Solomon Codes. In Proc. ICC'04: 2004 IEEE International Conference on Communications, Paris, France, vol.2, pp. 651-655.

9. Egorov S.I. Algoritm dekodirovanija kodov Rida-Solomona, ispravljajushhij vplot' do n-k oshibok v kodovom slove. Trudy RNTORJeS im. A.S.Popova. Serija: Cifrovaja obrabotka signalov i ee primenenie. Vypusk XI-1. Moscow, 2009, pp. 27-30.

10. Egorov S.I. Algoritm dekodirovanija kodov Rida-Solomona, ispravljajushhij dopolnitel'nye oshibki za predelami poloviny minimal'nogo kodovogo rasstojanija. Metody i algoritmy pri-kladnoj matematiki v tehnike, medicine i jekonomike. Mater. 9-oj Mezhdunar. nauch.-prakt. konf. Novocherkassk, 2009, pp. 16-19.