УДК 621.865, 531.8

**С.Ф. Яцун,** д-р техн. наук, профессор, ФГБОУ ВО «Юго-Западный государственный университет» (Курск, Россия) (e-mail: teormeh@inbox.ru)

**В.В. Бартенев,** канд. техн. наук, доцент, ФГБОУ ВО «Юго-Западный государственный университет» (Курск, Россия) (e-mail: teormeh@inbox.ru)

**Е.Н. Политов,** канд. техн. наук, доцент, ФГБОУ ВО «Юго-Западный государственный университет» (Курск, Россия) (e-mail: politovyevgeny@rambler.ru)

**Д.В. Афонин,** аспирант, ФГБОУ ВО «Юго-Западный государственный университет» (Курск, Россия) (e-mail: teormeh@inbox.ru)

### МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ РОБОТА-ТЯГАЧА ДЛЯ ТРАНСПОРТИРОВКИ САМОЛЕТОВ ПО АЭРОДРОМУ

Буксировка самолетов обеспечивает эффективное функционирование современного аэродрома, в том числе военного. В военной авиации при тревоге оперативность и слаженность работы тягачей является крайне важной задачей.

Статья посвящена решению актуальной задачи автоматизации процесса буксировки летательных аппаратов по территории аэродромов.

В работе представлено описание конструкции трехколесного мобильного робота с двумя независимыми ведущими колесами, предназначенного для транспортировки самолетов на аэродромах. Ведущие колеса находятся позади центра масс, что обеспечивает устойчивое прямолинейное движение робота при любых скоростях.

Робот совершает движение по горизонтальной плоскости вдоль нанесенной на нее контрастной полосы. Сенсорная система робота представлена оптронной матрицей, включающей две оптронные линейки. Определены критерии конструктивных параметров робота, обеспечивающие его устойчивость при движении по заданной траектории.

Приведена расчетная схема трехколесного робота, как системы трех абсолютно твёрдых тел, одним из которых является платформа совместно с оптронной матрицей и электроприводами, двумя другими – ведущие колеса.

В математической модели робота приняты следующие допущения: робот рассматривается как система абсолютно твердых тел, движение осуществляется без проскальзывания ведомым колесом вперед.

Робот имеет четыре степени свободы. Составлены уравнения динамики движения робота с двумя независимыми ведущими колесами по горизонтальной шероховатой плоскости, при этом использованы формы уравнений Маджи для электромеханических систем с неголономными связями. Предполагается модель сухого трения Кулона.

Определены также условия устойчивого движения колесного робота без поперечного проскальзывания ведущих колес.

Ключевые слова: самолет, мобильный робот, тягач, аэродром, моделирование.

DOI: 10.21869/2223-1560-2018-22-2-34-43

Ссылка для цитирования: Моделирование движения робота-тягача для транспортировки самолетов по аэродрому / С.Ф. Яцун, В.В. Бартенев, Е.Н. Политов, Д.В. Афонин // Известия Юго-Западного государственного университета. 2018. Т. 22, № 2(77). С. 34-43.

\*\*\*

#### Введение

Эффективное функционирование современного аэродрома, в том числе военного, не представляется без работ по буксировке самолетов. На сегодняшний день эти работы выполняются при помощи специальных аэродромных тягачей или обычных грузовых автомобилей. Для гражданской авиации не так критичны задержки во времени, связанные со сцепкой тягача к самолету. Водитель находится в тягаче постоянно, так как существует расписание движения самолетов и определенная очередность в их отправке и приёме. В военной авиации при тревоге оперативность и слаженность работы тягачей является крайне важной задачей.

Для исключения человеческого фактора, повышения эффективности и темпов работы аэродрома предлагается использовать роботизированные мобильные устройства, осуществляющие буксировку самолетов и прочей техники. Поэтому тема работы – создание мобильного робота для сервисных работ на аэродроме – является актуальной.

Для перемещения самолетов по аэродрому применяют тягач –это самоходная безрельсовая наземная транспортная машина, предназначенная для буксировки прицепов и полуприцепов, несамоходных машин (строительных, сельскохозяйственных), грузов на санях и волокушах, а также для буксировки арт- и ракетных систем, неисправных самоходных машин (автомобилей, танков и проч.) и самолётов на аэродромах.

В работе [1] предложена конструктивная схема мобильного робота-тягача для транспортировки самолетов.

В работах [2-9] представлены основные принципы и некоторые результаты моделирования колесных транспортных систем, в работах [10-14] предложены различные алгоритмы управления движением мобильных колесных роботов по заданным траекториям.

# 1. Описание мобильного робота с двумя независимыми ведущими колесами

Прототип трехколесного мобильного робота -тягача, выбранного для проведения исследований в рамках настоящей работы, представлен на рисунке 1.

Робот имеет два задних колеса 4 и одно переднее колесо 5. Задние колеса, жестко закрепленные относительно платформы 1 (тип *A* из п. 1.2), являются ведущими. Они приводятся в движение электродвигателями постоянного тока 2 через планетарные редукторы 3.

Следует отметить, что ведущие колеса находятся позади центра масс, потому что такая конструктивная особенность обеспечивает устойчивое прямолинейное движение робота при любых скоростях. В случае, когда ведущие колеса находятся впереди центра масс, устойчивое движение робота вдоль прямолинейной траектории возможно только до некоторой предельной скорости [2, 5, 9, 13].

Платформа робота представляет собой корпус, умещающий аккумуляторы и бортовую электронику: платы усилителей мощности (мостовые драйверы) и плату управления. Усилители мощности предназначены для управления двигателями постоянного тока. Плата управления является платформой для вычислительной системы робота.

Основной задачей рассматриваемого мобильного робота является движение по горизонтальной плоскости вдоль нанесенной на нее контрастной полосы, поэтому его сенсорная система представлена оптронной матрицей, включающей две оптронные линейки 6 и 7. В общем случае для обеспечения функционирования рассматриваемой сенсорной системы линейка 7 должна быть длиннее линейки 6 в силу того, что она расположена на большем расстоянии от полюса робота — середины отрезка, соединяющего центры ведущих колес [12,13].

В результате проведенных в настоящей работе исследований установлено, что увеличение расстояния между центрами оптронных линеек и полюсом робота приводит к росту чувствительности сенсорной системы, а их расположение впереди платформы придает системе предиктивные свойства, поэтому рассматриваемая конструкция предполагает установку сенсоров впереди платформы на достаточно большом в сравнении с габаритами робота расстоянии.



Рис. 1. Трехколесный мобильный робот с двумя независимыми соосными ведущими колесами: 1 – платформа; 2 – электродвигатель; 3 – редуктор; 4 – ведущее колесо; 5 – переднее колесо; 6,7 – оптронные линейки

При этом расстояние, на которое выступает центр линейки 7, и расстояние между линейками 6 и 7 определяются в зависимости от кривизны участков отрабатываемых траекторий. Чем больше указанная кривизна, тем на большем расстоянии от полюса можно установить линейку 7 и тем значительнее можно увеличить расстояние между ней и линейкой 6. Увеличение расстояния между линейками с учетом указанных условий обеспечивает рост информативности сигнала оптронной матрицы в силу увеличения длины участка заданной траектории перед роботом, изменение направления которого учитывается при расчете управляющих напряжений. Однако следует отметить, что увеличение выноса линеек приводит к нежелательному изменению инерционных характеристик робота (увеличению момента инерции относительно вертикальной оси, проходящей через центр масс) и требует введения дополнительных элементов крепления матрицы для обеспечения требуемой жесткости.

### 2. Уравнения движения робота с двумя независимыми ведущими колесами по горизонтальной шероховатой плоскости

Вывод уравнений движения робота будем осуществлять на основе формы уравнений Маджи для электромеханических систем с неголономными связями [2,9,12].

Введём следующие системы координат (рис. 2): неподвижную систему координат Oxyz, плоскость которой Oxy совпадает с горизонтальной шероховатой плоскостью, по которой катятся колеса робота, и подвижную систему  $Ax_1y_1z_1$  с началом в точке A, жестко связанную с его платформой. При этом ось  $Ay_1$  направлена вдоль отрезка  $C_3C_4$ , а центр масс робота  $C_1$  лежит на оси  $Ax_1$ , являющейся осью симметрии шасси.

Введем ряд условий движения мобильного робота, определяющих допущения разрабатываемой математической модели. Такими условиями являются:

 – Робот рассматривается как система абсолютно твердых тел.  – Движение осуществляется без проскальзывания.

 Массы вилки 2, рояльного колеса 9, шестерней редукторов считаются равными нулю.

 В точке C<sub>2</sub> платформа имеет абсолютно гладкую опору.

Робот движется ведомым колесом вперед.

С учетом принятых допущений вывод уравнений движения будем осуществлять на основе расчетной схемы, представленной на рис. 2.

Будем рассматривать робота как систему трех абсолютно твёрдых тел, одним из которых является платформа совместно с оптронной матрицей и электродвигателями с редукторами (электроприводами), двумя другими — ведущие колеса. Положение этих тел в системе координат Охуг определяется вектором обобщённых координат  $\mathbf{q}_1 = |x \ y \ \psi \ \varphi_1 \ \varphi_2|^{\mathrm{T}}$ , где *х*, *у* — координаты точки *А* (полюса робота) — середины отрезка, соединяющего центры C<sub>3</sub>, C<sub>4</sub> задних колёс 3, 4;  $\psi$  угол поворота вокруг вертикали платформы 1, отсчитываемый от оси  $Ox; \varphi_1, \varphi_2$ — углы поворота ведущих колёс (с центрами в точках  $C_3$  и  $C_4$  соответственно) относительно горизонтальных осей. Робот является электромеханической системой, содержащей два контура с токами, поэтому вектор его обобщенных координат  $\mathbf{q} = \begin{bmatrix} x \ y \ \psi \ \varphi_1 \ \varphi_2 \ e_1 \ e_2 \end{bmatrix}^T$  включает заряды  $e_1, e_2$  такие, что  $i_1 = \dot{e}_1, i_2 = \dot{e}_2$  представляют собой токи в цепях питания электродвигателей. Соответственно вектор обобщенных скоростей робота имеет вид  $\dot{\mathbf{q}} = \left| \dot{x} \ \dot{y} \ \dot{\psi} \ \dot{\phi}_1 \ \dot{\phi}_2 \ \dot{e}_1 \ \dot{e}_2 \right|^{\mathrm{T}}$  (точка обозначает дифференцирование по времени).

Угловая скорость платформы определяется следующим образом:

$$\mathbf{\Omega} = \begin{pmatrix} 0\\ 0\\ \psi \end{pmatrix}, \tag{1}$$

где вектор  $\Omega$  задан проекциями на оси *Axyz*.

Угловые скорости ведущих колес определяются соотношениями:

$$\boldsymbol{\Omega}_{1} = \begin{pmatrix} 0\\ \dot{\phi}_{1}\\ \dot{\psi} \end{pmatrix}, \boldsymbol{\Omega}_{2} = \begin{pmatrix} 0\\ \dot{\phi}_{2}\\ \dot{\psi} \end{pmatrix}, \qquad (2)$$

где  $\Omega_1, \Omega_2$  заданы проекциями на оси  $Ax_1y_1z_1$ .

Скорости точек контакта ведущих колес с поверхностью можно определить из уравнений:

$$\begin{cases} \mathbf{V}_{P_3} = \mathbf{V} + [\mathbf{\Omega}, AC_3] + [\mathbf{\Omega}_1, C_3 P_3], \\ \mathbf{V}_{P_4} = \mathbf{V} + [\mathbf{\Omega}, AC_4] + [\mathbf{\Omega}_2, C_4 P_4], \end{cases}$$
(3)

где V – скорость точки A;  $P_3, P_4$  – точки контактов ведущих колес с поверхностью.

Так как движение ведущих колёс происходит без проскальзывания, то проецирование уравнений (3) на оси  $Ax_1y_1z_1$ позволяет получить три независимых уравнения неинтегрируемых (неголономных) связей:

$$\begin{cases} V_{P_{3}y_{1}} = V_{P_{4}y_{1}} = -\dot{x}\sin\psi + \dot{y}\cos\psi = 0, \\ V_{P_{3}x_{1}} = \dot{x}\cos\psi + \dot{y}\sin\psi + l\dot{\psi} - r\dot{\phi}_{1} = 0, \\ V_{P_{4}x_{1}} = \dot{x}\cos\psi + \dot{y}\sin\psi - l\dot{\psi} - r\dot{\phi}_{2} = 0, \end{cases}$$
(4)

где  $l = AC_3 = AC_4$  — половина расстояния между ведущими колесами;  $r = C_3P_3 = C_4P_4$  радиус ведущих колес.

Число степеней свободы неголономных систем определяется следующим образом [8]:

$$N=S-M,$$
 (5)

где S – число обобщенных координат системы; M – число неголономных связей. В соответствии с принятыми допущениями вектор обобщенных координат рассматриваемой электромеханической си-

стемы включает семь компонент, а ее обобщенные скорости удовлетворяют трем уравнениям неголономных связей

(4). Следовательно, рассматриваемый мобильный робот имеет четыре степени свободы.



Рис. 2. Расчетная схема мобильного робота для вывода уравнений движения

ſ

Так как робот имеет четыре степени свободы, вектор его псевдоскоростей  $\dot{\pi} = |V \Omega i_1 i_2|^{\text{T}}$  включает четыре элемента: скорость  $V = \dot{x} \cos \psi + \dot{y} \sin \psi$  точки *A*, угловую скорость платформы  $\Omega = \dot{\psi}$  и токи  $\dot{i}_1 = \dot{e}_1, \ \dot{i}_2 = \dot{e}_2$  во внешних цепях электродвигателей. Зависимость между обобщенными и псевдоскоростями системы при этом имеет вид

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{r} \begin{pmatrix} r\cos\psi & 0 & 0 & 0\\ r\sin\psi & 0 & 0 & 0\\ 0 & r & 0 & 0\\ 1 & l & 0 & 0\\ 1 & -l & 0 & 0\\ 0 & 0 & r & 0\\ 0 & 0 & 0 & r \end{pmatrix} \dot{\boldsymbol{\pi}}.$$

(6)

В скалярной форме уравнения (6) имеют вид

$$\begin{cases} \dot{x} = V \cos \psi, \\ \dot{y} = V \sin \psi, \\ \dot{\psi} = \Omega, \\ \dot{\phi}_{1} = \frac{V + l\Omega}{r}, \\ \dot{\phi}_{2} = \frac{V - l\Omega}{r}, \\ \dot{e}_{1} = i_{1}, \\ \dot{e}_{2} = i_{2}. \end{cases}$$
(7)

Потенциальная и электрическая энергии рассматриваемой электромеханической системы равны нулю, поэтому ее лагранжиан будет иметь вид

$$L = T + W_m. \tag{8}$$

Считая масс-инерционные характеристики ведущих колес и электроприво-

дов идентичными, рассчитаем кинетическую энергию системы:

$$2T = (m_1 + 2m_k)(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) - \dot{z}$$
  
-  $2m_1 a(\dot{x}\sin\psi - \dot{y}\cos\psi)\dot{\psi} +$   
+  $(J_1 + m_1 a^2 + 2m_k a^2)\dot{\psi}^2 + J_y(\dot{\phi}_1^2 + \dot{\phi}_2^2),$  (9)

где  $m_1$  – суммарная масса платформы, оптронной матрицы и статоров электродвигателей;  $m_k$  – суммарная масса ведущего колеса и ротора электродвигателя;  $J_1$  – момент инерции робота относительно вертикальной оси, проходящей через его центр масс  $C_1$ ;  $J_y = J_{ky} + n^2 J_{ry}$  – «приведенный» момент инерции колеса;  $J_{ky}$  – момент инерции колеса относительно горизонтальной оси;  $J_{ry}$  – момент инерции ротора электродвигателя; n – передаточное число редуктора;  $a = AC_1$  – расстояние от точки A до центра масс робота  $C_1$ .

Магнитную энергию рассчитаем следующим образом:

 $2W_m = L_i(\dot{e}_1^2 + \dot{e}_2^2) + 2cn(\varphi_1\dot{e}_1 + \varphi_2\dot{e}_2),$  (10) где  $L_i$  – обобщенная индуктивность цепи электродвигателя; c – коэффициент электромеханического взаимодействия.

Коэффициент электромеханического взаимодействия определяется следующим образом:

$$c = \frac{(M_1 - M_2)U_i}{\dot{\gamma}_i M_1},$$
 (11)

где  $M_1$ ,  $M_2$  – соответственно пусковой и номинальный моменты электродвигателя;  $\dot{\gamma}_i$ ,  $U_i$  – соответственно номинальная угловая скорость и номинальное напряжение электродвигателя.

Диссипативную функцию определим с учетом диссипации в цепях роторов электродвигателей и влияния силы вязкого сопротивления **R** и момента вязкого сопротивления **M**<sub>*R*</sub>, возникающих в результате взаимодействия робота с окружающей средой. Запишем ее в виде

$$\Psi = \frac{1}{2}R(\dot{e}_{1}^{2} + \dot{e}_{2}^{2}) + \frac{1}{2}\mu_{r}(\dot{x}\cos\psi + \dot{y}\sin\psi)^{2} + \frac{1}{2}\mu_{a}\dot{\psi}^{2}, \qquad (12)$$

где R – омическое сопротивление цепи ротора;  $\mu_{i}$ ,  $\mu_{a}$  – коэффициенты вязкого трения для поступательного и вращательного движения робота соответственно.

Исходя из соотношений (8)–(10), ла-гранжиан системы запишем в форме

$$2L = (m_{1} + 2m_{k})(\dot{x}^{2} + \dot{y}^{2}) - -2m_{1}a(\dot{x}\sin\psi - \dot{y}\cos\psi)\dot{\psi} + 2L = (m_{1} + 2m_{k})(\dot{x}^{2} + \dot{y}^{2}) - -2m_{1}a(\dot{x}\sin\psi - \dot{y}\cos\psi)\dot{\psi} + + (J_{1} + m_{1}a^{2} + 2m_{k}a^{2})\dot{\psi}^{2} + + J_{y}(\dot{\phi}_{1}^{2} + \dot{\phi}_{2}^{2}) + + L_{i}(i_{1}^{2} + i_{2}^{2}) + 2cn\varphi_{1}i_{1} + 2cn\varphi_{2}i_{2}.$$
 (13)

Найдем вектор обобщенных сил  $\mathbf{Q} = [Q_x Q_y Q_y Q_y Q_{e_1} Q_{e_2} Q_{e_1} Q_{e_2}]^{\mathrm{T}}$ . Для этого на основе расчетной схемы робота, представленной на рисунке 2, запишем выражение для суммы мощностей всех активных сил и сил трения на возможных скоростях:

$$\begin{split} M_{f_{1}}\dot{\phi}_{_{1}}^{\hat{a}} + M_{f_{2}}\dot{\phi}_{_{2}}^{\hat{a}} + U_{1}\dot{i}_{1}^{\hat{a}} + U_{2}\dot{i}_{2}^{\hat{a}} = \\ &= Q_{x}\dot{x}^{\hat{a}} + Q_{y}\dot{y}^{\hat{a}} + Q_{\psi}\dot{\psi}^{\hat{a}} + \\ &+ Q_{\varphi_{1}}\dot{\phi}_{1}^{\hat{a}} + Q_{\varphi_{2}}\dot{\phi}_{2}^{\hat{a}} + Q_{i_{1}}\dot{i}_{1}^{\hat{a}} + Q_{i_{2}}\dot{i}_{2}^{\hat{a}} \,, \end{split}$$

где  $M_{j_1}, M_{j_2}$  – моменты трения качения;  $U_1, U_2$  – управляющие напряжения, приложенные к электродвигателям;  $\dot{x}^{\hat{a}}; \dot{y}^{\hat{a}}, \dot{\psi}^{\hat{a}}, \dot{\phi}_1^{\hat{a}}, \dot{\phi}_2^{\hat{a}}, i_1^{\hat{a}}, i_2^{\hat{a}}$  — возможные скорости. Отсюда

$$Q_{x} = 0, \quad Q_{y} = 0, \quad Q_{\psi} = 0, \quad Q_{\varphi_{1}} = M_{f_{f_{1}}},$$
$$Q_{\varphi_{2}} = M_{f_{f_{2}}}, \quad Q_{\varphi_{1}} = U_{1}, \quad Q_{\varphi_{2}} = U_{2}.$$
(14)

Следует отметить, что сила вязкого сопротивления  $\mathbf{R}$  и момент вязкого сопротивления  $\mathbf{M}_{\mathbf{R}}$  не учитываются в этом выражении, так как их влияние учтено в диссипативной функции (12).

ISSN 2223-1560. Известия Юго-Западного государственного университета. 2018. Т. 22, № 2(77)

Учитывая (6), (12-14), получим ди- намические уравнения движения робота:

$$\begin{cases} m\dot{V} = \frac{nc}{r}(i_{1} + i_{2}) - \mu_{i}V + \frac{1}{r}(M_{fr_{1}} + M_{fr_{2}}) + m_{1}a\Omega^{2}, \\ J\dot{\Omega} = \frac{ncl}{r}(i_{1} - i_{2}) - \mu_{a}\Omega + \frac{l}{r}(M_{fr_{1}} - M_{fr_{2}}) - m_{1}aV\Omega, \\ L_{i}\frac{di_{1}}{dt} + Ri_{1} + \frac{nc}{r}(V + l\Omega) = U_{1}, \\ L_{i}\frac{di_{2}}{dt} + Ri_{2} + \frac{nc}{r}(V - l\Omega) = U_{2}, \end{cases}$$

$$(15)$$

где  $m = m_1 + 2m_k + 2\frac{J_y}{r^2}$ ,

$$J = J_1 + (m_1 + 2m_k)a^2 + 2\frac{J_y}{r^2}l^2.$$

Следует отметить, что существенным отличием настоящих уравнений от предложенных ранее является учет влияния моментов трения качения, действующих на ведущие колеса.

Совместно с уравнениями (7) уравнения (15) образуют замкнутую систему уравнений для определения обобщенных координат робота  $\mathbf{q}$  и его псевдоскоростей  $\dot{\boldsymbol{\pi}}$ .

Значения *М*<sub>*fr*<sub>*k*</sub></sub> (*K*=1,2) из уравнений (15) определим следующим образом [8,11]:

$$M_{frK} = \begin{cases} -\delta N_{\kappa} sign(\dot{\phi}_{\kappa}), \dot{\phi}_{\kappa} \neq 0, \\ -nci_{\kappa}, \dot{\phi}_{\kappa} = 0, |nci_{\kappa}| \leq \delta N_{\kappa}, \\ -\delta N_{\kappa} sign(i_{\kappa}), \dot{\phi}_{\kappa} = 0, |nci_{\kappa}| > \delta N_{\kappa}, \end{cases}$$
(16)

где  $\delta$  — коэффициент трения качения;  $N_{\kappa}$  — сила нормальной реакции горизонтальной опорной плоскости, действующей на *K*-ое ведущее колесо.

Для определения значений  $N_1$  и  $N_2$ был применен принцип Даламбера. Указанный принцип позволил разработать расчетные схемы, где  $\Phi_n$  — центробежная сила инерции, определяемая нормальным ускорением  $\mathbf{a}_n$ ;  $\Phi_{\tau}$  – сила инерции, определяемая тангенциальным ускорением  $\mathbf{a}_{\tau}$ ;  $\mathbf{M}_{\varepsilon}$  – момент инерции, определяемый ускорением  $\dot{\mathbf{\Omega}}$ ;  $\mathbf{M}_{\mathbf{z}_1}$  – равнодействующий моментов  $\mathbf{M}_{\varepsilon}$ ,  $\mathbf{M}_{\mathbf{R}}$ , моментов, определяемых силами  $\Phi_n$  и  $\Phi_{\tau}$ , и момента, определяемого силами  $M_{fr_i}/r$ и  $M_{fr_i}/r$ ; G – вес робота.

Равнодействующая параллельных оси  $Ay_1$  составляющих сил  $\Phi_n$  и  $\Phi_{\tau} - \Phi_{y_1}$  совместно с равнодействующей сил трения скольжения (при покое)  $\mathbf{F}_{fr_1}$  и  $\mathbf{F}_{fr_2}$ образует пару сил, влияние которой определяет изменение сил нормальной шероховатой плоскости  $\mathbf{N}_1$  и  $\mathbf{N}_2$  при движении робота вдоль криволинейных траекторий. Указанная пара сил характеризуется моментом  $\mathbf{M}_y$ .

Движение робота без поперечного проскальзывания ведущих колес предполагает выполнение условия, выражающегося следующим неравенством (предполагается модель сухого трения Кулона):

$$(m_{1} + 2m_{k}) \left| \frac{(V^{2} + (\Omega a)^{2}) \cos\beta sign(\Omega)}{\rho} + \dot{\Omega} a \right| < (N_{1} + N_{2})f, \qquad (17)$$

где *f* – коэффициент трения скольжения.

Неравенство (17) предполагает то, что модуль равнодействующей параллельных оси  $Ay_1$  составляющих сил  $\mathbf{\Phi}_n$  и  $\mathbf{\Phi}_{\tau} - |\mathbf{\Phi}_{y_1}|$  не должен превышать суммы модулей максимальных сил трения скольжения  $\mathbf{F}_{\mathbf{fr}_1}$  и  $\mathbf{F}_{\mathbf{fr}_2}$ .

#### Выводы

Таким образом, разработана математическая модель робота - тягача в виде уравнений движения мобильного робота с двумя независимыми ведущими колесами по горизонтальной шероховатой плоскости, учитывающая влияние моментов трения качения, действующих на ведущие колеса, при условии изменения в процессе движения вдоль криволинейных траекторий действующих на них сил нормальной реакции шероховатой плоскости. Также определен критерий отсутствия поперечного проскальзывания ведущих колес.

## Список литературы

1. Разработка робота-тягача для транспортировки самолетов по аэродрому / Д.В. Афонин, Е.Н. Политов, Е.А. Тимофеев // Наука молодых - будущее России: сборник научных статей 2-й Международной научной конференции перспективных разработок молодых ученых (13-14 декабря 2017 года). Курск, 2017, Т.5. С. 14-18.

2. Мартыненко Ю. Г., Управление движением мобильных колёсных роботов // Фундамент. и прикл. матем., 11:8 (2005), 29–80; J. Math. Sci., 147:2 (2007), 6569–6606.

3. Vorochaeva L.Y., Yatsun S.F. Mathematical simulation of the controlled motion of the five-link wheeled jumping robot. Journal of Computer and Systems Sciences International. 2015. T. 54. № 4. P. 567-592.

4. Ворочаева Л.Ю., Яцун С.Ф. Математическое моделирование управляемого движения колесного пятизвенного прыгающего робота // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. 2015. № 4. С. 68.

5. Яцун С.Ф., Безмен П.А. Модель движения мобильной шестиколесной системы // Известия Юго-Западного государственного университета. 2014. № 3 (54). С. 105-111.

6. Математическое моделирование динамики движения двухколесного транспортного средства (ДТС) в фазе торможения переднего колеса / Д. Туладхар, И.В. Лупехина, С.Ф. Яцун, Е.Н. Политов // Естественные и технические науки. 2010. №6. С. 578-581.

7. Исследование динамики движения двухколесного транспортного средства (ДТС) в фазе торможения переднего колеса/ Д. Туладхар, И.В. Лупехина, С.Ф. Яцун, Е.Н. Политов // Известия Юго-Западного государственного университета. 2011. № 1 (34). С. 10-17.

8. Результаты экспериментальных исследований динамики антиблокировочной тормозной системы двухколесного транспортного средства / С.Ф. Яцун, Е.Н. Политов, Е.С. Тарасова, И.В. Лупехина // Справочник. Инженерный журнал с приложением. 2014. № S4, C. 22-24.

9. Управляемое движение мобильных роботов по произвольно ориентированным в пространстве поверхностям / В. Г. Градецкий, В. Б. Вешников, С. В. Калиниченко, Л. Н. Кравчук. М.: Наука, 2001. С. 26-91, 275-294, 158.

10. Бартенев В.В., Яцун С.Ф. Применение алгоритмов нечеткой логики в автоматических системах управления // Вибрационные машины и технологии: сборник научных трудов международной конференции. Курск, 2008. С. 812-820.

11. Бартенев В.В., Яцун С.Ф. Повышение качества функционирования комбинированного нечеткого регулятора системы управления движением на базе применения нейтрософской логики // Интегрированные модели и мягкие вычисления: сборник научных трудов 5-й международной научно-практической конференции. М.: Физматлит, 2009. Ч. 2. С. 799-807. 12. Бартенев В.В., Яцун С.Ф. Динамика управляемого движения мобильных колесных роботов по сигналу оптронной матрицы // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. 2009. №5(2). С. 254-259.

13. Бартенев В.В., Яцун С.Ф. Анализ методов управления движением мобильных колесных роботов по заданной траектории // Управляемые вибрационные технологии и машины: сборник научных

трудов международной конференции. Курск, 2012. С. 144-152.

14. С Яцун.Ф., Безмен П.А., Казарян К.Г. Принципы работы системы автоматического управления движением шестиколесного робота // Естественные и технические науки. 2014. № 2 (70). С. 167-171.

Поступила в редакцию 12.02.18

## UDC 621.865, 531.8

**S.F. Jatsun,** Doctor of Engineering Sciences, Professor, Southwest State University (Kursk, Russia) (e-mail: teormeh@inbox.ru)

**V.V. Bartenev,** Candidate of Engineering Sciences Associate Professor, Southwest State University (Kursk, Russia) (e-mail: teormeh@inbox.ru)

**E.N. Politov,** Candidate of Engineering Sciences Associate Professor, Southwest State University (Kursk, Russia) (e-mail: politovyevgeny@rambler.ru)

**D.V. Afonin,** Post-Graduate Student, Southwest State University (Kursk, Russia) (e-mail: teormeh@inbox.ru)

# MODELING THE MOTION OF THE ROBOT-TRACTOR FOR TRANSPORTING AIRCRAFT ON THE AIRFIELD

Towing aircraft ensures the effective functioning of the modern airport, including the military. In military aviation at alarm efficiency and coherence of work of tow trucks is the extremely important task.

The article is devoted to solving the actual problem of automation of the process of towing aircraft on the territory of airfields.

The paper describes the design of a three-wheeled mobile robot with two independent driving wheels, designed for the transportation of aircraft at airports. The driving wheels are located behind the center of mass, which ensures stable straight-line movement of the robot at all velocities.

Robot moves along the horizontal plane along the contrast strip applied to it. Sensory system of the robot is represented by the opto-matrix that includes two opto lines. The criteria of design parameters of the robot, ensuring its stability when moving along a given trajectory are defined.

The computing scheme of a three-wheeled robot as a system of three absolutely solid bodies, one of which is the platform together with the optometric matrix of electric drives, the other two-driving wheels is given.

In the mathematical model of the robot, the following assumptions are made: the robot is considered as a system of absolutely solid bodies, the motion is carried out without slipping, the driven wheel moves forward.

Robot has four degrees of freedom. The equations of the dynamics of the robot with two independent driving wheels on a horizontal rough plane, using the form of Maggi's equations for electromechanical systems with non-holonomic links are given. A Coulomb model of dry friction is assumed.

The conditions of steady motion of a wheeled robot without transverse sliding of driving wheels are also determined.

Key words: aircraft, mobile robot, tractor, airfield, modeling.

DOI: 10.21869/2223-1560-2018-22-2-34-43

**For citation:** Jatsun S.F., Bartenev V.V., Politov E.N., Afonin D.V. Modeling the Motion of the Robot-Tractor for Transporting Aircraft on the Airfield. Proceedings of the Southwest State University, 2018, vol. 22, no. 2(77), pp. 34-43 (in Russ.).

# Reference

1. Afonin D.V., Politov E.N., Timofeev E.A. Razrabotka robota-tjagacha dlja transportirovki samoletov po ajerodromu. Nauka molodyh - budushhee Rossii. Sbornik nauchnyh statej 2-j Mezhdunarodnoj nauchnoj konferencii perspektivnyh razrabotok molodyh uchenyh (13-14 dekabrja 2017 goda). Kursk, 2017, vol. 5, pp. 14-18.

2. Martynenko Ju. G. Upravlenie dvizheniem mobil'nyh koljosnyh robotov. Fundament. i prikl. matem., 11:8 (2005), 29– 80; J. Math. Sci., 147:2 (2007), 6569–6606.

3. Vorochaeva L.Y., Yatsun S.F. Mathematical simulation of the controlled motion of the five-link wheeled jumping robot. Journal of Computer and Systems Sciences International, 2015, vol. 54, no. 4, pp. 567-592.

4. Vorochaeva L.Ju., Jacun S.F. Matematicheskoe modelirovanie upravljaemogo dvizhenija kolesnogo pjatizvennogo prygajushhego robota. Izvestija Rossijskoj akademii nauk. Teorija i sistemy upravlenija, 2015, no. 4, pp. 68.

5. Jacun S.F., Bezmen P.A. Model' dvizhenija mobil'noj shestikolesnoj sistemy. Izvestija Jugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta, 2014, no. 3 (54), pp. 105-111.

6. TuladhD. ar, Lupehina I.V., Jacun S.F., Politov E.N. Matematicheskoe modelirovanie dinamiki dvizhenija dvuhkolesnogo transportnogo sredstva (DTS) v faze tormozhenija perednego kolesa. Estestvennye i tehnicheskie nauki, 2010, no. 6, pp. 578-581.

7. Tuladhar D., Lupehina I.V., Jacun S.F., Politov E.N. Issledovanie dinamiki dvizhenija dvuhkolesnogo transportnogo sredstva (DTS) v faze tormozhenija perednego kolesa. Izvestija Jugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta, 2011, no. 1 (34), pp. 10-17. 8. Jacun S.F., Politov E.N., Tarasova E.S., Lupehina I.V. Rezul'taty jeksperimental'nyh issledovanij dinamiki antiblokiro-vochnoj tormoznoj sistemy dvuhkolesnogo transportnogo sredstva. Spravochnik. Inzhenernyj zhurnal s prilozheniem, 2014, no. S4, pp. 22-24.

9. Gradeckij V. G., Veshnikov V. B., Kalinichenko S. V., Kravchuk L. N. Upravljaemoe dvizhenie mobil'nyh robotov po proizvol'no orientirovannym v prostranstve poverhnostjam. Moscow: Nauka Publ., 2001, pp. 26-91, 275-294, 158.

10. Bartenev V.V., Jacun S.F. Primenenie algoritmov nechetkoj logiki v avtomaticheskih sistemah upravlenija. Vibracionnye mashiny i tehnologii. Sbornik nauchnyh trudov mezhdunarodnoj konferencii. Kursk, 2008, pp. 812-820.

11. Bartenev V.V., Jacun S.F. Povyshenie kachestva funkcioni-rovanija kombinirovannogo nechetkogo reguljatora sistemy upravlenija dvizheniem na baze primenenija nejtrosofskoj logiki. Integrirovannye modeli i mjagkie vychislenija. Sbornik nauchnyh trudov 5-j mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoj konferencii. Moscow, 2009, pt. 2, pp. 799-807.

12. Bartenev V.V., Jacun S.F. Dinamika upravljaemogo dvizhenija mobil'nyh kolesnyh robotov po signalu optronnoj matricy. Izvestija Samarskogo nauchnogo centra Rossijskoj akademii nauk, 2009, no.5(2), pp. 254-259.

13. Bartenev V.V., Jacun S.F. Analiz metodov upravlenija dvizheniem mobil'nyh kolesnyh robotov po zadannoj traektorii. Upravljaemye vibracionnye tehnologii i mashiny. Sbornik nauchnyh trudov mezhdunarodnoj konferencii. Kursk, 2012, pp. 144-152.

14. Jacun S.F., Bezmen P.A., Kazarjan K.G. Principy raboty sistemy avtomaticheskogo upravlenija dvizheniem shestikolesnogo robota. Estestvennye i tehnicheskie nauki, 2014, no. 2 (70), pp. 167-171.