

**Чжо Ту Аунг**, аспирант, Калужский филиал, ФГБОУ ВО «МГТУ им. Н.Э. Баумана (Национальный исследовательский университет)» (Калуга, Россия)  
(e-mail: kyawthuaung310@gmail.com)

## **ПРОЕКЦИОННО-МАТРИЧНАЯ ФОРМА ОПИСАНИЯ ДИНАМИКИ ТУРБОГЕНЕРАТОРА ПРОДОЛЬНО-ПОПЕРЕЧНОГО ВОЗБУЖДЕНИЯ КАК ОБЪЕКТА РЕГУЛИРОВАНИЯ**

*В данной статье рассматривается проекционно-матричная форма описания динамики турбогенератора продольно-поперечного возбуждения (ППВ) как объекта регулирования. В настоящее время широкое распространение находят проекционно-матричные методы построения законов управления сложными системами. К сложным системам можно отнести электроэнергетические системы, системы управления летательными аппаратами и другие. Например, основными свойствами турбогенератора ППВ являются: нелинейность, многомерность, колебательность и динамическая связь между турбинной и синхронным генератором. Данная работа посвящена разработке проекционно-матричной модели турбогенератора ППВ–генератора, у которого на роторе расположены две взаимно-перпендикулярные обмотки возбуждения. Это позволяет получить более высокие показатели в отношении устойчивости и управляемости синхронной машины.*

*В проекционно-матричных методах анализа и синтеза систем управления используются матричные операторы сложения, интегрирования, дифференцирования, умножения на известную функцию. Операция умножения двух процессов является нелинейной операцией. Для вычисления матричного оператора этого преобразования можно воспользоваться заменой нелинейного звена эквивалентным матричным оператором. В результате построенные алгоритмы анализа и синтеза будут содержать дополнительные итерационные процедуры. Поэтому автор предлагает вычислить матричный оператор умножения двух процессов заранее, а не в процессе основной процедуры дальнейшего синтеза необходимых регуляторов. Полученная форма описания турбогенератора ППВ позволяет использовать ее для синтеза алгоритмов регулирования в детерминированной, статистической, а также робастной постановках задач современными проекционно-матричными методами. Заранее рассчитанный матричный оператор умножения двух процессов позволяет уменьшить количество итерационных процессов в алгоритмах синтеза регуляторов, что позволяет строить более эффективные вычислительные алгоритмы в реальном времени.*

**Ключевые слова:** турбогенератор продольно-поперечного возбуждения, математическая модель, матричный оператор, умножение двух процессов.

**DOI:** 10.21869/2223-1560-2018-22-1-86-93

**Ссылка для цитирования:** Чжо Ту Аунг. Проекционно-матричная форма описания динамики турбогенератора продольно-поперечного возбуждения как объекта регулирования // Известия Юго-Западного государственного университета. 2018. Т. 22, № 1(76). С. 86-93.

\*\*\*

В настоящее время задачи эффективного управления электроэнергетическими системами относятся к числу фундаментальных научно-технических проблем. Эти системы являются нелинейными, многомерными и многосвязными, функционирующими в различных режимах, в том числе и в стохастических. Решить задачу эффективного управления электроэнергетическими системами с помощью традиционных методик построения алгоритмов управления не представляется

возможным в силу ряда очевидных причин [1].

В качестве основных методов для решения задач построения законов управления объектами электроэнергетических систем необходимо использовать современные методы теории автоматического управления. Одним из них являются методы, основанные на теории матричных операторов, с применением аппарата математического программирования. Матричные (проекционные) методы основаны на конечномерной аппроксима-

ции сигналов и операторов, описывающих математические модели объектов и систем, что приводит к алгебраизации решения большинства прикладных задач в области управления. Соответственно появляется возможность их эффективной вычислительной реализации на современных, например, сигнальных процессорах. В настоящее время проекционные методы показывают свою эффективность для исследования и при проектировании не только линейных, но и нелинейных систем управления [2]. Для того чтобы воспользоваться проекционно-матричными алгоритмами необходимо иметь проекционно-матричную модель объекта. В этой статье приводятся основные соотношения для описания динамики турбогенератора в проекционно-матричной форме.

Математическая модель турбогенератора с ППВ в координатах  $d, q$  описывается следующими уравнениями [3]:

$$\begin{aligned} u_d &= \frac{d\Psi_d}{dt} - \Psi_q \omega_p + r_a i_d; \\ u_q &= \frac{d\Psi_q}{dt} + \Psi_d \omega_p + r_a i_q; \\ u_{fd} &= \frac{d\Psi_{fd}}{dt} + r_{fd} i_{fd}; \\ u_{fq} &= \frac{d\Psi_{fq}}{dt} + r_{fq} i_{fq}; \\ 0 &= \frac{d\Psi_{\lambda d}}{dt} + r_{\lambda d} i_{\lambda d}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{d\Psi_{\lambda q}}{dt} + r_{\lambda q} i_{\lambda q}; \\ \Psi_d &= L_d i_d + M_d i_{fd} + M_d i_{\lambda d}; \\ \Psi_q &= L_q i_q + M_q i_{fq} + M_q i_{\lambda q}; \\ \Psi_{fd} &= L_{fd} i_{fd} + M_d i_d + M_d i_{\lambda d}; \\ \Psi_{fq} &= L_{fq} i_{fq} + M_q i_q + M_q i_{\lambda q}; \\ \Psi_{\lambda d} &= L_{\lambda d} i_{\lambda d} + M_d i_d + M_d i_{fd}; \\ \Psi_{\lambda q} &= L_{\lambda q} i_{\lambda q} + M_q i_q + M_q i_{fq}; \end{aligned} \tag{1}$$

где  $r_a$  – активное сопротивление обмотки якоря;  $r_{fd}, r_{fq}$  – активные сопротивления обмотки возбуждения по осям  $d$  и  $q$ ;  $r_{\lambda d}, r_{\lambda q}$  – активные сопротивления демпферной обмотки возбуждения по осям  $d$  и  $q$ ;  $i_d$  и  $i_q$  – токи в обмотках якоря по продольной и поперечной осям;  $i_{fd}, i_{fq}$  – токи в обмотке возбуждения по осям  $d$  и  $q$ ;  $i_{\lambda d}, i_{\lambda q}$  – токи в демпферной обмотке по осям  $d$  и  $q$  машины;  $\omega_p$  – угловая скорость ротора;  $\Psi_x$  – потокосцепление обмотки  $x$ ;  $L_d, L_q$  – индуктивности обмоток якоря по продольной и поперечной осям машины;  $L_{fd}, L_{fq}$  – индуктивности обмотки возбуждения по осям  $d$  и  $q$ ;  $L_{\lambda d}, L_{\lambda q}$  – индуктивности демпферной обмотки по осям  $d$  и  $q$  машины;  $M_d, M_q$  – взаимные индукции между обмотками по осям  $d$  и  $q$ .

Уравнения (1) можно представить в форме Коши:

$$\begin{aligned} i'_d &= a_{11} i_d + a_{12} \omega_p i_q + a_{13} i_{fd} + a_{14} \omega_p i_{fq} + a_{15} i_{\lambda d} + a_{16} \omega_p i_{\lambda q} + g_1 u_d + b_1 u_{fd}; \\ i'_q &= a_{21} \omega_p i_d + a_{22} i_q + a_{23} \omega_p i_{fd} + a_{24} i_{fq} + a_{25} \omega_p i_{\lambda d} + a_{26} i_{\lambda q} + g_2 u_q + b_2 u_{fq}; \\ i'_{fd} &= a_{31} i_d + a_{32} \omega_p i_q + a_{33} i_{fd} + a_{34} \omega_p i_{fq} + a_{35} i_{\lambda d} + a_{36} \omega_p i_{\lambda q} + g_3 u_d + b_3 u_{fd}; \\ i'_{fq} &= a_{41} \omega_p i_d + a_{42} i_q + a_{43} \omega_p i_{fd} + a_{44} i_{fq} + a_{45} \omega_p i_{\lambda d} + a_{46} i_{\lambda q} + g_4 u_q + b_4 u_{fq}; \\ i'_{\lambda d} &= a_{51} i_d + a_{52} \omega_p i_q + a_{53} i_{fd} + a_{54} \omega_p i_{fq} + a_{55} i_{\lambda d} + a_{56} \omega_p i_{\lambda q} + g_5 u_d + b_5 u_{fd}; \\ i'_{\lambda q} &= a_{61} \omega_p i_d + a_{62} i_q + a_{63} \omega_p i_{fd} + a_{64} i_{fq} + a_{65} \omega_p i_{\lambda d} + a_{66} i_{\lambda q} + g_6 u_q + b_6 u_{fq}, \end{aligned} \tag{2}$$

где

$$\begin{aligned}
a_{11} &= \frac{-r_a(L_{fd}L_{nd} - M_d^2)}{L_1}; a_{12} = \frac{(L_{fd}L_{nd} - M_d^2)L_q}{L_1}; a_{13} = \frac{-r_{fd}(M_d^2 - M_dL_{nd})}{L_1}; \\
a_{14} &= \frac{M_q(L_{fd}L_{nd} - M_d^2)}{L_1}; a_{15} = \frac{(M_dL_{fd} - M_d^2)r_{nd}}{L_1}; a_{16} = \frac{M_q(L_{fd}L_{nd} - M_d^2)}{L_1}; \\
g_1 &= \frac{(L_{fd}L_{nd} - M_d^2)}{L_1}; b_1 = \frac{(M_d^2 - M_dL_{nd})}{L_1}; a_{21} = \frac{-L_d(L_{fq}L_{nq} - M_q^2)}{L_2}; \\
a_{22} &= \frac{r_a(L_{fq}L_{nq} - M_q^2)}{L_2}; a_{23} = \frac{M_d(L_{fq}L_{nq} - M_q^2)}{L_2}; a_{24} = \frac{-r_{fq}(M_q^2 - M_qL_{nq})}{L_2}; \\
a_{25} &= \frac{M_d(L_{fq}L_{nq} - M_q^2)}{L_2}; a_{26} = \frac{(M_qL_{fq} - M_q^2)r_{nq}}{L_2}; g_2 = \frac{(L_{fq}L_{nq} - M_q^2)}{L_2}; \\
b_2 &= \frac{(M_q^2 - M_qL_{nq})}{L_2}; a_{31} = \frac{-r_a(M_d^2 - M_dL_{nd})}{L_1}; a_{32} = \frac{(M_d^2 - M_dL_{nd})L_q}{L_1}; \\
a_{33} &= \frac{-r_{fd}(L_dL_{nd} - M_d^2)}{L_1}; a_{34} = \frac{M_q(M_d^2 - M_dL_{nd})}{L_1}; a_{35} = \frac{M_d(L_d - M_d)r_{nd}}{L_1}; \\
a_{36} &= \frac{M_q(M_d^2 - M_dL_{nd})}{L_1}; g_3 = \frac{(M_d^2 - M_dL_{nd})}{L_1}; b_3 = \frac{(L_dL_{nd} - M_d^2)}{L_1}; \\
a_{41} &= \frac{-L_d(M_q^2 - M_qL_{nq})}{L_2}; a_{42} = \frac{-r_a(M_q^2 - M_qL_{nq})}{L_2}; a_{43} = \frac{-M_d(M_q^2 - M_qL_{nq})}{L_2}; \\
a_{44} &= \frac{-r_{fq}(L_qL_{nq} - M_q^2)}{L_2}; a_{45} = \frac{-M_d(M_q^2 - M_qL_{nq})}{L_2}; a_{46} = \frac{M_q(L_q - M_q)r_{nq}}{L_2}; \\
g_4 &= \frac{(M_q^2 - M_qL_{nq})}{L_2}; b_4 = \frac{(L_qL_{nq} - M_q^2)}{L_2}; a_{51} = \frac{-r_a(M_d^2 - M_dL_{fd})}{L_1}; \\
a_{52} &= \frac{(M_d^2 - M_dL_{fd})L_q}{L_1}; a_{53} = \frac{-r_{fd}(M_d^2 - M_dL_{fd})}{L_1}; a_{54} = \frac{M_q(M_d^2 - M_dL_{fd})}{L_1}; \\
a_{55} &= \frac{(M_d^2 - L_dL_{fd})r_{nd}}{L_1}; a_{56} = \frac{M_q(M_d^2 - M_dL_{fd})}{L_1}; g_5 = \frac{(M_d^2 - M_dL_{fd})}{L_1}; \\
b_5 &= \frac{(M_d^2 - M_dL_{fd})}{L_1}; a_{61} = \frac{-L_d(M_q^2 - M_qL_{fq})}{L_2}; a_{62} = \frac{-r_a(M_q^2 - M_qL_{fq})}{L_2}; \\
a_{63} &= \frac{-M_d(M_q^2 - M_qL_{fq})}{L_2}; a_{64} = \frac{-r_{fq}(M_q^2 - M_qL_{fq})}{L_2}; a_{65} = \frac{-M_d(M_q^2 - M_qL_{fq})}{L_2}; \\
a_{66} &= \frac{(M_q^2 - L_qL_{fq})r_{nq}}{L_2}; g_6 = \frac{(M_q^2 - M_qL_{fq})}{L_2}; b_6 = \frac{(M_q^2 - M_qL_{fq})}{L_2}; \\
L_1 &= L_dL_{fd}L_{nd} + 2M_d^3 - M_d^2(L_d + L_{fd} + L_{nd}); L_2 = L_qL_{fq}L_{nq} + 2M_q^3 - M_q^2(L_q + L_{fq} + L_{nq}).
\end{aligned}$$

Форма представления модели генератора в виде (2) позволяет перейти к проекционно-матричной модели генератора, используя матричные операторы

интегрирования, умножения. Действительно интегрируя левую и правую части (2) и переходя в проекционную область получим:

$$\begin{aligned}
 C^{i_d} &= a_{11}A_u C^{i_d} + a_{12}A_u A_{y_2} \left( C^{\omega_p} \ddot{A} C^{i_q} \right) + a_{13}A_u C^{i_{fd}} + a_{14}A_u A_{y_2} \left( C^{\omega_p} \ddot{A} C^{i_{fq}} \right) + \\
 &+ a_{15}A_u C^{i_{od}} + a_{16}A_u A_{y_2} \left( C^{\omega_p} \ddot{A} C^{i_{oq}} \right) + g_1 A_u C^{u_d} + b_1 A_u C^{u_{fd}}; \\
 C^{i_q} &= a_{21}A_u A_{y_2} \left( C^{\omega_p} \ddot{A} C^{i_d} \right) + a_{22}A_u C^{i_q} + a_{23}A_u A_{y_2} \left( C^{\omega_p} \ddot{A} C^{i_{fd}} \right) + a_{24}A_u C^{i_{fq}} + \\
 &+ a_{25}A_u A_{y_2} \left( C^{\omega_p} \ddot{A} C^{i_{od}} \right) + a_{26}A_u C^{i_{oq}} + g_2 A_u C^{u_q} + b_2 A_u C^{u_{fq}}; \\
 C^{i_{fd}} &= a_{31}A_u C^{i_d} + a_{32}A_u A_{y_2} \left( C^{\omega_p} \ddot{A} C^{i_q} \right) + a_{33}A_u C^{i_{fd}} + a_{34}A_u A_{y_2} \left( C^{\omega_p} \ddot{A} C^{i_{fq}} \right) + \\
 &+ a_{35}A_u C^{i_{od}} + a_{36}A_u A_{y_2} \left( C^{\omega_p} \ddot{A} C^{i_{oq}} \right) + g_3 A_u C^{u_d} + b_3 A_u C^{u_{fd}}; \\
 C^{i_{fq}} &= a_{41}A_u A_{y_2} \left( C^{\omega_p} \ddot{A} C^{i_d} \right) + a_{42}A_u C^{i_q} + a_{43}A_u A_{y_2} \left( C^{\omega_p} \ddot{A} C^{i_{fd}} \right) + a_{44}A_u C^{i_{fq}} + \\
 &+ a_{45}A_u A_{y_2} \left( C^{\omega_p} \ddot{A} C^{i_{od}} \right) + a_{46}A_u C^{i_{oq}} + g_4 A_u C^{u_q} + b_4 A_u C^{u_{fq}}; \\
 C^{i_{od}} &= a_{51}A_u C^{i_d} + a_{52}A_u A_{y_2} \left( C^{\omega_p} \ddot{A} C^{i_q} \right) + a_{53}A_u C^{i_{fd}} + a_{54}A_u A_{y_2} \left( C^{\omega_p} \ddot{A} C^{i_{fq}} \right) + \\
 &+ a_{55}A_u C^{i_{od}} + a_{56}A_u A_{y_2} \left( C^{\omega_p} \ddot{A} C^{i_{oq}} \right) + g_5 A_u C^{u_d} + b_5 A_u C^{u_{fd}}; \\
 C^{i_{oq}} &= a_{61}A_u A_{y_2} \left( C^{\omega_p} \ddot{A} C^{i_d} \right) + a_{62}A_u C^{i_q} + a_{63}A_u A_{y_2} \left( C^{\omega_p} \ddot{A} C^{i_{fd}} \right) + a_{64}A_u C^{i_{fq}} + \\
 &+ a_{65}A_u A_{y_2} \left( C^{\omega_p} \ddot{A} C^{i_{od}} \right) + a_{66}A_u C^{i_{oq}} + g_6 A_u C^{u_q} + b_6 A_u C^{u_{fq}},
 \end{aligned} \tag{3}$$

где  $C^x$  – проекционные характеристики соответствующего процесса;  $A_u$  – матричный оператор интегрирования;  $A_{y_2}$  – матричный оператор умножения двух процессов;  $\otimes$  – кронекерово произведение двух векторов.

В проекционно-матричных методах анализа и синтеза систем управления используются матричные операторы сложения, интегрирования, дифференцирования, умножения на известную функцию. Операция умножения двух процессов является нелинейной операцией. Для вычисления матричного оператора этого преобразования можно воспользоваться идеей замены нелинейного звена эквивалентным матричным оператором. В результате построенные алгоритмы анализа и синтеза будут содержать дополнитель-

ные итерационные процедуры [4, 5, 6, 7]. Автор предлагает вычислить матричный оператор умножения двух сигналов заранее, как и матричный оператор интегрирования. Представим два процесса управления  $x(t)$  и  $y(t)$  в виде следующих разложений [8]:

$$x(t) = \sum_{i=1}^l c_i^x \varphi_i(t), \quad y(t) = \sum_{j=1}^l c_j^y \varphi_j(t),$$

или

$$x(t) = \Phi^T(t) C^x, \quad y(t) = \Phi^T(t) C^y, \tag{4}$$

где  $C_{kl}^x = [c_1^x \ c_2^x \ \dots \ c_l^x]^T$ ,  $C_{kl}^y = [c_1^y \ c_2^y \ \dots \ c_l^y]^T$  – вектора-столбец коэффициентов разложения,  $\Phi_{l \times 1}(t) = [\varphi_1(t) \ \varphi_2(t) \ \dots \ \varphi_l(t)]^T$  – вектор столбец базисных функций с весом  $\rho(t)$  (нижний индекс здесь и далее означает размер матрицы или вектора).

Поставим следующую задачу: найти матричный оператор, связывающий проекционные характеристики процессов  $x(t)$ ,  $y(t)$  и проекционную характеристику произведения этих процессов (рис.).

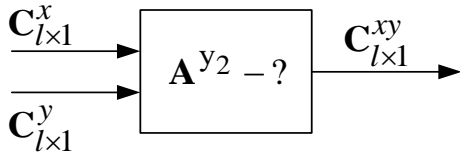


Рис. К постановке задачи вычисления матричного оператора умножения двух процессов

$$\begin{aligned}
 & \text{С учетом (4) имеем: } x(t)y(t) = \\
 & = \sum_{i=1}^l \sum_j^l c_i^x c_j^y \varphi_i(t) \varphi_j(t), \\
 & \int_0^T \rho(t) x(t) y(t) \varphi_z(t) dt = \\
 & = \int_0^T \sum_{i=1}^l \sum_j^l c_i^x c_j^y \varphi_i(t) \rho(t) \varphi_j(t) \varphi_z(t) dt, \quad z = \overline{1, l}, \\
 & C_{l \times 1}^{xy} = \sum_{i=1}^l \sum_j^l c_i^x c_j^y \int_0^T \varphi_i(t) \varphi_j(t) \varphi_z(t) dt, \quad z = \overline{1, l}, \\
 & C_{l \times 1}^{xy} = A_{l \times l^2}^{y_2} \cdot (C_{l \times 1}^x \otimes C_{l \times 1}^y)_{l^2 \times 1},
 \end{aligned}$$

где  $A_{l \times l^2}^{y_2}$  – матрица умножения двух процессов, элементы которой представляют интегралы

$$\begin{aligned}
 I_{ijz} &= \int_0^T \rho(t) \varphi_i(t) \varphi_j(t) \varphi_z(t) dt, \\
 i &= \overline{1, l}, \quad j = \overline{1, l}, \quad z = \overline{1, l}.
 \end{aligned}$$

Структура строки  $z$  матрицы  $A_{l \times l^2}^{y_2}$  имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
 A_{l \times l^2}^{y_2}(z) &= \int_0^T \left[ (\Phi(t)^T)_{l \times l} \otimes (\Phi(t)^T)_{l \times l} \right] \rho(t) \varphi_z(t) dt, \quad (5) \\
 z &= \overline{1, l}
 \end{aligned}$$

Таким образом, заранее рассчитав значения интегралов (5), можно найти матрицу умножения двух процессов.

Приведем одну из реализаций вычисления матричного оператора (5) в среде MATLAB, в случае если базис является дискретным:

```

function Ay2=m_ymn2(H)
%Операция умножения двух процес-
сов
%в базисе функций Уолша, упоря-
доченных по Адамару
%Н - матрица Адамара
N=length(H);
Ay2=zeros(N,N^2);
k=0;
for i=1:N
    for j=1:N
        k=k+1;
        HH=H(i,:).*H(j,:);
        Ay2(:,k)=f_yol(HH',H);
    end
end
    
```

Для построения эффективных алгоритмов синтеза объект регулирования (2) можно представить в виде:

$$I'_r = A I_r + \omega A_\omega I_r + B U,$$

$$I_r = \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_{fd} \\ i_{fq} \\ i_{ld} \\ i_{lq} \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} g_1 & 0 & b_1 & 0 \\ 0 & g_2 & 0 & b_2 \\ g_3 & 0 & b_3 & 0 \\ 0 & g_4 & 0 & b_4 \\ g_5 & 0 & b_5 & 0 \\ 0 & g_6 & 0 & b_6 \end{bmatrix}, \quad U = \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \\ u_{fd} \\ u_{fq} \end{bmatrix},$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & a_{13} & 0 & a_{15} & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 & a_{24} & 0 & a_{26} \\ a_{31} & 0 & a_{33} & 0 & a_{35} & 0 \\ 0 & a_{42} & 0 & a_{44} & 0 & a_{46} \\ a_{51} & 0 & a_{53} & 0 & a_{55} & 0 \\ 0 & a_{62} & 0 & a_{64} & 0 & a_{66} \end{bmatrix},$$

$$A_{\omega} = \begin{bmatrix} 0 & a_{12} & 0 & a_{14} & 0 & a_{16} \\ a_{21} & 0 & a_{23} & 0 & a_{25} & 0 \\ 0 & a_{32} & 0 & a_{34} & 0 & a_{36} \\ a_{41} & 0 & a_{43} & 0 & a_{45} & 0 \\ 0 & a_{52} & 0 & a_{54} & 0 & a_{56} \\ a_{61} & 0 & a_{63} & 0 & a_{65} & 0 \end{bmatrix}.$$

Тогда систему нелинейных алгебраических уравнений (3) можно компактно записать следующим образом:

$$C^{I_z} = (A \otimes A_u) C^{I_z} + (A_{\omega} \otimes A_u) \times \times (I_{6 \times 6} \otimes A_{y_2}) (C^{I_z} \otimes C^{\omega}) + (B \otimes A_u) C^U, \quad (6)$$

где  $I_{6 \times 6}$  – единичная матрица размера  $6 \times 6$ ,

$$C^{I_z} = \begin{bmatrix} C^{i_d} \\ C^{i_q} \\ C^{i_{fd}} \\ C^{i_{fq}} \\ C^{i_{dd}} \\ C^{i_{dq}} \end{bmatrix}, \quad C^U = \begin{bmatrix} C^{u_d} \\ C^{u_q} \\ C^{u_{fd}} \\ C^{u_{fq}} \end{bmatrix}.$$

Система (6) описывает динамику электрической части турбогенератора ППВ как объекта регулирования в проекционно-матричной форме.

Модель приводного механизма генератора, в качестве которого выступает турбина, должна включать в себя механическую часть синхронного генератора, так как они вращаются как единое целое. Уравнение движения традиционно записывается в виде:

$$J \cdot p \frac{d\omega_p}{dt} = M_T - M_{эл}, \quad (7)$$

где  $J$  – момент инерции;  $p$  – число пара полюсов генератора;  $M_T$  – момент турбины;  $M_{эл}$  – электромагнитный момент синхронного генератора. Следует отметить, что  $M_{эл}$  определяется через произведения соответствующих токов

$$M_{эл} = M \left[ i_q (i_{fd} + i_{dd}) - i_d (i_{fq} + i_{dq}) \right]$$

( $M = M_d = M_q$  в случае, потому что неявнополюсный генератор), поэтому для вычисления проекционной характеристики электромагнитного момента  $C^{M_{эл}}$  необходимо воспользоваться матричным оператором произведения двух процессов.

$$C^{M_{эл}} = M \cdot A_{y_2} [C^{i_q} \otimes (C^{i_{fd}} + C^{i_{dd}}) - - C^{i_d} \otimes (C^{i_{fq}} + C^{i_{dq}})].$$

Тогда уравнение ротора в проекционной форме можно представить в виде:

$$C^{\omega_p} = \frac{1}{J \cdot p} A_u (C^{M_m} - C^{M_{эл}}), \quad (8)$$

где  $C^{\omega_p}$ ,  $C^{M_{т}}$  – проекционные характеристики частоты вращения и момента турбины.

К проекционно-матричной модели турбогенератора (6, 8) можно применить алгоритмы синтеза, учитывающие случайный характер возмущений [9], неопределенность математической модели [10], а также алгоритмы идентификации [11].

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и Правительства Калужской области (гранты № 14-48-03013, № 16-41-400701).*

### Список литературы

1. Синергетические методы управления сложными системами: Энергетические системы / под ред. А.А. Колесникова. Изд. 2-е. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2013. 248 с.
2. Матричные методы расчета и проектирования сложных систем автоматического управления для инженеров / К.А. Пупков, Н.Д. Егупов, Ю.Л. Лукашенко, Д.В. Мельников, В.М. Рыбин, А.И. Трофимов; под ред. К.А. Пупкова и Н.Д. Егупова. М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007. 664 с.
3. Осин И.Л., Шакарян Ю.Г. Электрические машины: Синхронные машины

/ под ред. И.П. Копылова. М.: Высшая школа, 1990. 304 с.

4. Проекционно-матричный подход к анализу и синтезу систем управления электроэнергетических систем / Д.В. Мельников, П.Ю. Корнюшин, Ч.Т. Мин, Т.А. Чжо, М. Окар // Научное обозрение. 2015. № 2. С. 88-97.

5. Синтез систем регулирования первичных двигателей синхронных генераторов / Д.В. Мельников, Ту.А. Чжо, М. Окар, Ч.Ту. Мин // Фундаментальные исследования. 2016. № 10-3. С. 509-515.

6. Алгоритм синтеза системы регулирования частоты вращения ротора энергетической турбины / Д.В. Мельников, Ю.П. Корнюшин, Чжо Ту Мин, Ту Аунг Чжо, Мин Окар // Научное обозрение. 2015. № 20. С. 138-143.

7. Мельников Д.В. Проекционно-матричный метод синтеза контура регулирования частоты вращения ротора паровой турбины // Вестник Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана. Серия: Машиностроение. 2013. № 4 (93). С. 43-53.

8. Алгоритм вычисления матричного оператора умножения двух процессов

управления / Д.В. Мельников, Н.Д. Егупов, Ту Аунг Чжо, Мин Окар // Вестник Тульского Государственного Университета. Серия: Системы управления. 2016. Выпуск №1. С.83-86.

9. Чжо Ту Аунг, Мельников Д.В. Алгоритм исследования нелинейных систем автоматического управления в стохастических режимах // Инженерный журнал: наука и инновации. 2014. № 4. URL: <http://engjournal.ru/catalog/it/asu/1270.html>.

10. Мельников Д.В., Егупов Н.Д. Синтез систем регулирования энергетических турбин в условиях параметрической неопределенности // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2011. № 5-1. С. 108-113.

11. Корнюшин Ю.П., Егупов Н.Д., Корнюшин П.Ю. Идентификация нелинейных объектов и систем управления с использованием аппарата матричных операторов // Электронное научно-техническое издание. Инженерный журнал: наука и инновации. 2014. № 6 (30). С.1-14. URL: <http://engjournal.ru/articles/1315/1315.pdf> (дата обращения 02.07.2017).

Поступила в редакцию 20.12.17

UDC 62-523.3:62-522.2

**Kyaw Thu Aung**, Post-Graduate Student, Kaluga Branch of Moscow State Technical University named after N.E. Bauman (Kaluga, Russia) (e-mail: [kyawthuaung310@gmail.com](mailto:kyawthuaung310@gmail.com))

#### **PROJECTION-MATRIX FORM OF DESCRIPTION OF THE DYNAMICS OF A TURBOGENERATOR OF DIRECT AND QUADRATURE AXES EXCITATION AS A CONTROLLED UNIT**

*In this paper, the projection-matrix form of the description of the dynamics of a direct and quadrature axes excitation (DQE) turbo generator as a controlled unit is considered. At present, projection-matrix methods for making laws of controlling complex systems are widely used. Complex systems can include electric power systems, aircraft control systems, and others. For example, the main properties of the DQE turbo generator are nonlinearity, multidimensionality, oscillability and dynamic coupling between the turbine and synchronous generator.*

*This paper is devoted to the development of a projection-matrix model of a DQE turbogenerator, generator in which two mutually perpendicular excitation windings are located on the rotor. This allows us to obtain higher performance in terms of stability and controllability of the synchronous machine.*

*Matrix operators of addition, integration, differentiation, multiplication by a known function are used in projection-matrix methods of analysis and synthesis of control systems. The operation of multiplying two processes is a nonlinear operation. To calculate the matrix operator of this transformation, one can use the replacement of*

a nonlinear element with an equivalent matrix operator. As a result, the created analysis and synthesis algorithms will contain additional iterative procedures. Therefore, the author proposes to calculate the matrix operator of multiplication of two processes in advance, and not in the process of the main procedure of further synthesis of the necessary controllers. The received form of the description of the DQE turbo generator allows to use it for the synthesis of control algorithms in deterministic, statistical, and robust formulation of problems by modern projection-matrix methods. The pre-calculated matrix operator of multiplication of two processes makes it possible to reduce the number of iterative processes in controller synthesis algorithms, which allows building more efficient computational algorithms in real time.

**Key words:** direct and quadrature axes excitation turbo generator, mathematical model, matrix operator, two processes multiplication.

**DOI:** 10.21869/2223-1560-2018-22-1-86-93

**For citation:** Kyaw Thu Aung Projection-Matrix Form of Description of the Dynamics of a Turbogenerator of Direct and Quadrature Axes Excitation as a Controlled Unit. Proceedings of the Southwest State University, 2018, vol. 22, no. 1(76), pp. 86-93 (in Russ.).

\*\*\*

## Reference

1. Sinergeticheskie metody upravlenija slozhnymi sistemami: Jenergeticheskie sistemy. Pod red. A.A. Kolesnikova. Izd. 2-e. Moscow, 2013. 248 p.

2. Pupkov K.A., Egupov N.D., Lukashenko Ju.L., Mel'nikov D.V., Rybin V.M., Trofimov A.I. Matrichnye metody rascheta i proektirovanija slozhnyh sistem avtomaticheskogo upravlenija dlja inzhenerov. Moscow, MGTU im. N.Je. Baumana Publ., 2007, 664 p.

3. Osin I.L. Shakarjan Ju.G. Jelektricheskie mashiny: Sinhronnye mashiny. Moscow, Vysshaja shkola Publ., 1990, 304 p.

4. Mel'nikov D.V., Kornjushin P.Ju., Min Ch.T., Chzho T.A., Okar M. Proekcionno-matrichnyj podhod k analizu i sintezu sistem upravlenija jelektrojenergeticheskikh sistem. Nauchnoe obozrenie, 2015, no. 2, pp. 88-97.

5. Mel'nikov D.V., Chzho Tu.A., Okar M., Min Ch.Tu. Sintez sistem regulirovanija pervichnyh dvigatelej sinhronnyh generatorov. Fundamental'nye issledovanija, 2016, no. 10-3, pp. 509-515.

6. Mel'nikov D.V., Kornjushin Ju.P., Min Chzho Tu, Chzho Tu Aung, Okar Min. Algoritm sinteza sistemy regulirovanija chastoty vrashhenija rotora jenergeticheskoy turbiny. Nauchnoe obozrenie, 2015, no. 20, pp. 138-143.

7. Mel'nikov D.V. Proekcionno-matrichnyj metod sinteza kontura regu-

lirovanija chastoty vrashhenija rotora parovoy turbiny. Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo tehničeskogo universiteta im. N.Je. Baumana. Serija: Mashinostroenie, 2013, no. 4 (93), pp. 43-53.

8. Mel'nikov D.V., Egupov N.D., Chzho Tu Aung, Okar Min. Algoritm vychislenija matrichnogo operatora umnozhenija dvuh processov upravlenija. Vestnik Tul'skogo Gosudarstvennogo Universiteta. 2016. Serija: Sistemy upravlenija, Vypusk №1, pp.83-86.

9. Chzho Tu Aung, Mel'nikov D.V. Algoritm issledovanija nelinejnyh sistem avtomaticheskogo upravlenija v stohasticheskikh rezhimakh. Inzhenernyj zhurnal: nauka i innovacii, 2014, no. 4. URL: <http://engjournal.ru/catalog/it/asu/1270.html>.

10. Mel'nikov D.V., Egupov N.D. Sintez sistem regulirovanija jenergeticheskikh turbin v uslovijah parametricheskoy neopredelennosti. Izvestija Tul'skogo gosudarstvennogo universiteta. Tehnicheskie nauki, 2011, no. 5-1, pp. 108-113.

11. Kornjushin Ju.P., Egupov N.D., Kornjushin P.Ju. Identifikacija nelinejnyh ob'ektov i sistem upravlenija s ispol'zovaniem apparata matrichnyh operatorov. Jelektronnoe nauchno-tehničeskoe izdanie. Inzhenernyj zhurnal: nauka i innovacii. 2014, no. 6 (30), pp.1-14. URL: <http://engjournal.ru/articles/1315/1315.pdf> (data obrashhenija 02.07.2017).