

## Методика определения требуемого соотношения мембранных напряжений в тентовой оболочке арочного типа

А.В. Чесноков<sup>1</sup> ✉, В.В. Михайлов<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Липецкий государственный технический университет  
ул. Московская, д. 30, г. Липецк 398055, Российская Федерация

✉ e-mail: andreychess742@mail.ru

### Резюме

**Цель исследования.** Целью данной работы является разработка методики определения соотношения мембранных напряжений в тентовой оболочке, состоящей из множества секторов арочного типа, обеспечивающего требуемую высоту в центре сектора.

**Методы.** Для поиска требуемого соотношения мембранных напряжений применен итерационный метод хорд. Для определения высоты в центре сектора на каждой итерации производится поиск формы поверхности оболочки методом плотности сил, который заключается в определении координат узлов сети, наложенной на оболочку, путем решения системы уравнений равновесия, линеаризованной за счет введения подстановки, являющейся отношением усилий в элементах сети к их длинам.

**Результаты.** Разработан итерационный алгоритм поиска соотношения мембранных напряжений, состоящий из двух этапов: определение начального диапазона поиска и минимизация расхождения требуемой и полученной по расчету высоты оболочки в центре сектора. Эффективность алгоритма подтверждена численным моделированием ряда секторов тентового покрытия арочного типа на прямоугольном плане. Расхождение заданных высот в центре секторов и высот, полученных в специализированном лицензионном программном комплексе, не превышает 1,0 %.

**Заключение.** Форма поверхности тентовых оболочек зависит от мембранных напряжений. Задача поиска формы, в настоящее время, имеет достаточную степень теоретической проработки. Вместе с тем, обратная задача, позволяющая по заданным геометрическим параметрам оболочки найти искомое соотношение напряжений, не находит должного отражения в литературных источниках. Разработанная в настоящей работе методика будет способствовать упрощению процесса исследования и проектирования тентовых строительных конструкций. Дальнейшее развитие предложенной методики находится в области расчета многосекционных тентовых систем с учетом податливости опорных конструкций, разделяющих смежные секции.

---

**Ключевые слова:** тентовая оболочка; конструкция строительная тентовая; форма поверхности; мембранное напряжение; метод хорд; метод плотности сил.

**Конфликт интересов:** Авторы декларируют отсутствие явных и потенциальных конфликтов интересов, связанных с публикацией настоящей статьи.

**Для цитирования:** Чесноков А.В., Михайлов В.В. Методика определения требуемого соотношения мембранных напряжений в тентовой оболочке арочного типа. 2024. Т. 28, №2. С. 37-55. [https://doi.org/ 10.21869/2223-1560-2024-28-2-37-55](https://doi.org/10.21869/2223-1560-2024-28-2-37-55).

Поступила в редакцию 28.02.2024

Подписана в печать 05.04.2024

Опубликована 25.06.2024

## Technique for obtaining the membrane stress ratio in a fabric arch-type shell

Andrei V. Chesnokov <sup>1</sup> ✉, Vitalii V. Mikhailov <sup>1</sup>

<sup>1</sup> Lipetsk State Technical University,  
30, Moskovskaya str., Lipetsk 398055, Russian Federation

✉ e-mail: andreychess742@mail.ru

### Abstract

**Purpose of research.** The purpose of this work is to develop the technique for obtaining the membrane stress ratio in a fabric shell which consists of a number of arch-type sectors of given height at the center.

**Methods.** The iterative secant method is used for finding the membrane stress ratio. The height in the center of a sector is determined by means of the force density method at every iteration. The method includes applying a mesh on a shell surface and determining the nodal coordinates of the mesh via the solution of the set of equilibrium equations. The equations of the set are linearized by means of substitutions, which are the force to length ratios for the mesh elements.

**Results.** The iterative technique for obtaining the membrane stress ratio has been developed. The technique consists of the following stages: initial search range determination and discrepancy minimization between the required and calculated heights at the center of the shell sector. The quality of the algorithm is confirmed by numerical simulating of a number of sectors of an arch-type fabric roof on a rectangular plan. The discrepancy between the specified heights in the center of the sectors and the heights obtained by the specialized licensed software package does not exceed 1.0%.

**Conclusion.** The surface shape of fabric shells depends on the membrane stresses. The shape-finding problem is well elaborated theoretically by now. Judging by the literature survey, however, the inverse problem of finding the membrane stress ratio given the geometrical parameters of the shell has not been developed yet. The proposed technique will facilitate research and development of fabric building constructions. Further development of the technique is in the field of multi-section fabric structural analysis with supporting structure compliance considered.

**Keywords:** fabric shell; fabric building structure; surface shape; membrane stress; secant method; force density method.

**Conflict of interest.** The authors declare the absence of obvious and potential conflicts of interest related to the publication of this article.

**For citation:** Chesnokov A. V., Mikhailov V. V. Technique for obtaining the membrane stress ratio in a fabric arch-type shell. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta = Proceedings of the Southwest State University*. 2024; 28(2): 37-55 (In Russ.). <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2024-28-2-37-55>.

Received 28.02.2024

Accepted 05.04.2024

Published 25.06.2024

\*\*\*

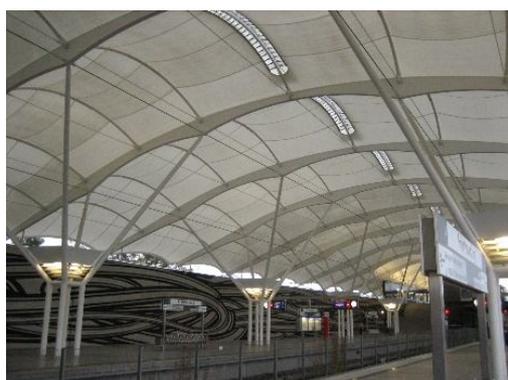
## Введение

Конструкции строительные тентовые, состоящие из мягкой оболочки и поддерживающих элементов, находят применение для покрытия стадионов и дворцов спорта, выставочных и торговых павильонов [1], объектов транспортной инфраструктуры и площадок складирования материальных ресурсов [2], а также, в сооружениях сезонной эксплуатации [3-6] (рис. 1). Получили, также, развитие крупногабаритные технические устройства, включающие параболические антенные установки, основным конструктивным элементом которых являются механически напрягаемые мягкие оболочки [7, 8].

Оболочки тентовых конструкций относятся к большой группе полимерных композитов. Обзор конструкций покрытия зданий из композитных материалов

приводится в [9]. Тентовые оболочки химически инертны к большинству реагентов, содержащихся в окружающей газо-воздушной среде, что открывает широкие перспективы для применения в промышленных зданиях.

В отличие от железобетонных и металлических конструкций, мягкие оболочки не требуют применения тяжелого грузоподъемного оборудования для выполнения монтажных работ. Их транспортировка осуществляется в компактных свертках, имеющих малые габаритные размеры по сравнению с тентовой конструкцией в проектом положении. Оболочка, выполняя роль гибких связей по покрытию, оказывает существенное положительное влияние на повышение несущей способности опорных конструкций, предотвращая потерю устойчивости [10].



а)



б)

**Рис. 1.** Конструкции строительные тентовые: а – железнодорожная станция (Мюнхен); б – танцплощадка (Москва)

**Fig. 1.** Fabric building constructions: а – railway station (Munich); б – dance floor (Moscow)

Мягкая оболочка, способная работать только на растяжение, должна быть предварительно напряжена для сохранения работоспособного состояния под влиянием внешних нагрузок. При этом, форма ее поверхности зависит от мембранных напряжений [11].

Вопросы обеспечения требуемого натяжения оболочек, а также, особенности их проектирования и монтажа рассмотрены в работе [12]. Обзор теоретических положений и результатов экспериментальных исследований тентовых конструкций приведен в работе [13].

Для анализа мягких оболочек на действие внешних нагрузок и воздействий находят применение численные методы, среди которых можно выделить метод динамической релаксации и метод конечных элементов. Метод динамической релаксации, в котором узловые неуравновешенности рассматриваются как внешние нагрузки, действующие на заданные массы, эффективен для расчета пневматических и трансформируемых конструкций, а также, для выявления складок на поверхности мягкой оболочки [14].

Метод конечных элементов, заключающийся в дискретизации криволинейной оболочки на множество плоских фрагментов, находящихся в условиях статического равновесия, принадлежит числу наиболее универсальных методов численного анализа строительных конструкций [15-17]. Вместе с тем, на этапе поиска исходной формы мягкой оболочки, которую она обретает на стадии создания

предварительного напряжения, применение метода конечных элементов затруднено из-за сложности разбивки сети.

Теоретические основы определения равновесной формы поверхности мягких оболочек рассмотрены в работе [18]. В работах [19, 20] поиск формы оболочки осуществляется путем решения дифференциального уравнения равновесия поверхности при помощи искусственной нейронной сети, что позволяет получить точные результаты, удовлетворяющие всем граничным условиям. В работе [21] предлагается методика поиска формы мягкой оболочки с учетом нелинейной работы под действием внешней нагрузки, вызывающей избыточные деформации.

Метод плотности сил, который заключается в определении координат узлов сети, наложенной на поверхность, путем решения линеаризованной системы алгебраических уравнений равновесия, находит наиболее широкое распространение для поиска формы гибких поверхностей, образованных мягкими оболочками [18]. Развитие метода плотности сил, включающее учет дополнительных условий, таких как обеспечение равномерности мембранных напряжений в оболочке и т.н. «размеростабильности», поддерживающей оболочку вантовой сети, предложено в работах [7, 22]. Совершенствование метода плотности сил, позволяющее уменьшить объемы вычислений, повысив, при этом точность результата, предложено в работе [23].

Применение специализированного программного комплекса EASY<sup>1</sup>, реализующего метод плотности сил, предложено в работе [24] для анализа тентового покрытия совместно с поддерживающими элементами несущего каркаса в виде прямолинейных балок и ферм. Вместе с тем, в работе [25] подчеркивается, что комбинация мягких оболочек с опорными конструкциями, не предназначенными для обеспечения необходимой кривизны оболочки, приводит к появлению складок на поверхности за счет образования недонапряженных зон. Таким образом, применение арочных конструкций, позволяющих получить криволинейную форму оболочки, является более предпочтительным с точки зрения выработки рациональных проектных решений.

Из приведенного литературного обзора следует вывод о том, что проблема поиска формы поверхности мягкой оболочки имеет достаточную степень теоретической и практической проработки. Вместе с тем, решение обратной задачи, заключающейся в определении величины мембранных напряжений, обеспечивающих заданную форму оболочки, не находит должного отражения в литературных источниках. Это осложняет процесс проектирования тентовых конструкций, не позволяя напрямую задать требуемые геометрические параметры оболочки.

---

<sup>1</sup> EASY. Software for form finding, statics and patterning: сайт. URL: <https://www.technet-gmbh.com/en/products/easy/> (дата обращения: 22.02.2024)

Целью работы является разработка методики определения соотношения мембранных напряжений в секторе тентовой оболочки арочного типа, обеспечивающего заданную высоту в центре сектора.

### Материалы и методы

В исследуемом покрытии мягкая оболочка представляет собой совокупность секторов, ограниченных с двух сторон арками, расположенными в продольном направлении. В направлении ската покрытия находятся шарнирные балки (рис. 2). Мягкая оболочка, удерживаемая арками в проектном положении, имеет отрицательную Гауссову кривизну, что способствует восприятию знакопеременных внешних воздействий. Для сектора тентового покрытия арочного типа на прямоугольном плане выделены следующие геометрические параметры (рис. 3): пролет  $L_a$ , стрела  $f_a$ , и шаг  $B_a$  опорных арок, несущих мягкую оболочку, а также, высота  $f_f$ , представляющая собой расстояние от плоскости, проходящей через опоры несущих арок (базовой плоскости), до центра сектора покрытия.

Высота  $f_f$  совпадает со стрелой стабилизирующих нитей (т.н. нити «утка») на оси симметрии оболочки. Предлагается, также, ввести дополнительный параметр,  $f_w$ , являющийся стрелой несущих нитей (нити «основы»). Несущие нити лежат вдоль направления разворачивания рулона тентового материала, из которого изготовлена оболочка, в то время как стабилизирующие нити перпендикулярны

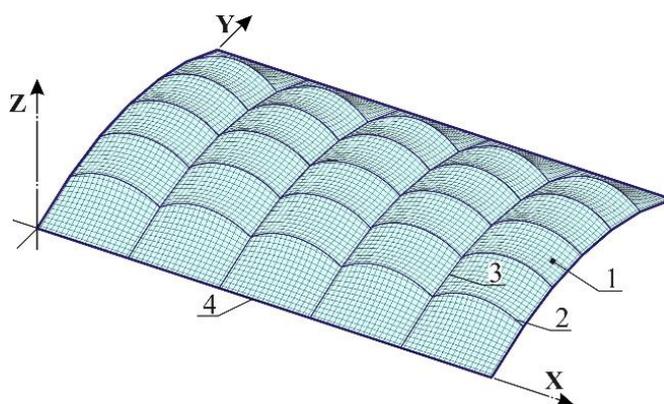
основе. Мягкая оболочка проявляет анизотропные свойства: прочностные и жесткостные свойства в направлении «основы» превышают соответствующие показатели оболочки в направлении «утка».

Стрелы арок и нитей оболочки связаны зависимостью:

$$f_f = f_a - f_w \quad (1)$$

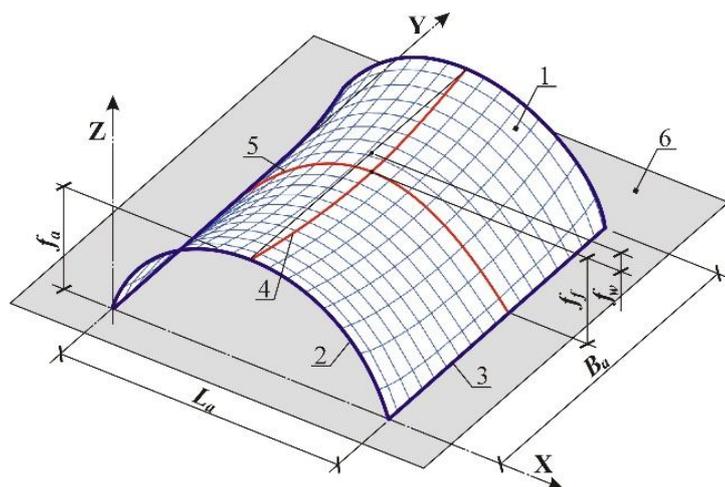
Размеры в плане секторов арочного тентового покрытия предлагается ограничить диапазонами:  $L_a \in [6,0 \dots 12,0]$  м и  $B_a \in [2,0 \dots 12,0]$  м. Относительная стрела арки,  $k_a$ , принята в диапазоне  $[0,15 \dots 0,40]$ , где

$$k_a = f_a / L_a \quad (2)$$



**Рис. 2.** Тентовая конструкция покрытия арочного типа: **1** – сектор мягкой оболочки; **2** – арка; **3** – промежуточная балка поперечного направления; **4** – обвязочная балка по периметру

**Fig. 2.** Fabric arch-type roof structure: **1** – sector of the soft shell; **2** – arch; **3** – intermediate transverse beam; **4** – outer beam at the perimeter



**Рис. 3.** Сектор тентового покрытия арочного типа: **1** – мягкая оболочка; **2** – арка; **3** – балка поперечного направления; **4, 5** – направления «основы» и «утка» мягкой оболочки, соответственно; **6** – базовая плоскость

**Fig. 3.** Arch-type fabric roof sector: **1** – soft shell; **2** – arch; **3** – transverse beam; **4, 5** – “warp” and “weft” threads of the soft shell, respectively; **6** - base plane

Относительную высоту сектора оболочки,  $k_f$ , ограничим снизу:

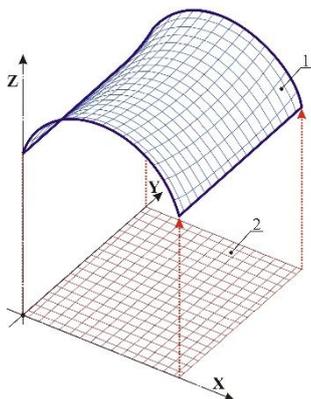
$$k_f \geq 1/25, \quad (3)$$

где  $k_f = f_f / L_a$ . (4)

Относительная стрела нитей основы,  $k_w$ , принята в диапазоне  $[1/16...1/8]$ , где

$$k_w = f_w / B_a. \quad (5)$$

Для определения формы поверхности мягкой оболочки применен Метод плотности сил. С оболочкой связана т.н. «поверхностная сеть», состоящая из шарнирных элементов, расположенных вдоль основы и утка (рис. 4). Задача определения формы сводится к нахождению координат узлов поверхностной сети.



**Рис. 4.** Моделирование мягкой оболочки при помощи сетей:  
1 – поверхностная сеть;  
2 – базовая сеть

**Fig. 4.** Simulating the soft shell by means of mesh: 1 – surface mesh;  
2 – base mesh

Из условия статического равновесия поверхностной сети, наложенной на оболочку, можно записать систему линейных уравнений относительно искомых координат. Блок системы уравнений, соответствующий узлу сети  $i$  [18, 22]:

$$\sum_j q_j \cdot (x_j - x_i) + F_x = 0, \quad (6,а)$$

$$\sum_j q_j \cdot (y_j - y_i) + F_y = 0, \quad (6,б)$$

$$\sum_j q_j \cdot (z_j - z_i) + F_z = 0, \quad (6,в)$$

где  $j$  – узлы, непосредственно соединяемые с узлом  $i$ , элементами сети;  $x, y, z$  – координаты узлов в глобальной системе координат;  $F_x, F_y, F_z$  – проекции на координатные оси внешней нагрузки, действующей в узле  $i$ ;  $q_j$  – т.н. «плотность силы» в элементе, соединяющем узлы  $i$  и  $j$ , являющаяся отношением продольного усилия  $N_j$  к длине элемента  $L_j$  в деформированном состоянии:

$$q_j = \frac{N_j}{L_j}. \quad (7)$$

Уравнения (6), записанные для всех свободных узлов, образуют систему, в которой число уравнений совпадает с числом неизвестных. Решение данной системы относительно искомых координат узлов поверхностной сети приведено в матричной форме в работе [22]. Для нахождения формы оболочки на этапе ее предварительного напряжения, при отсутствии внешних нагрузок, решение может быть записано следующим образом:

$$\vec{x} = -D^{-1} \cdot D_f \cdot \vec{x}_f, \quad (8,а)$$

$$\vec{y} = -D^{-1} \cdot D_f \cdot \vec{y}_f, \quad (8,б)$$

$$\vec{z} = -D^{-1} \cdot D_f \cdot \vec{z}_f, \quad (8,в)$$

где  $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$  – вектора длиной  $n$ , содержащие искомые координаты узлов;  $n$  – число свободных узлов;  $\vec{x}_f, \vec{y}_f, \vec{z}_f$  – вектора длиной  $n_f$ , содержащие из-

вестные координаты опорных (закрепленных) узлов сети;  $n_f$  – число опорных узлов;  $D$ ,  $D_f$  – матрицы, вычисляемые по формулам [22]:

$$D = C^T \cdot Q \cdot C, \quad (9,а)$$

$$D_f = C^T \cdot Q \cdot C_f, \quad (9,б)$$

где  $Q$  – диагональная матрица размером  $(m \times m)$ , составленная из плотностей сил  $q$ , заданных для всех элементов сети;  $m$  – число элементов сети;  $C$ ,  $C_f$  – подматрицы (блоки) матрицы  $G$  размером  $(m \times n_s)$ :

$$G = \begin{pmatrix} C & C_f \end{pmatrix}, \quad (10)$$

где  $n_s$  – общее число узлов,  $n_s = n + n_f$ .

Для заполнения матрицы  $G$  узлы сети, наложенной на оболочку, получают сквозную нумерацию: сначала нумеруются свободные узлы (с неизвестными координатами), затем – закрепленные (рис. 5). Элементы матрицы определяются следующим образом:  $G_{j,i} = 1$  – если узел  $i$  является начальным для элемента  $j$ ,  $G_{j,i} = -1$  – если узел  $i$  является конечным для элемента  $j$ ,  $G_{j,i} = 0$  – если узел  $i$  не принадлежит элементу  $j$ , где  $i \in [1..n_s]$  и  $j \in [1..m]$ .

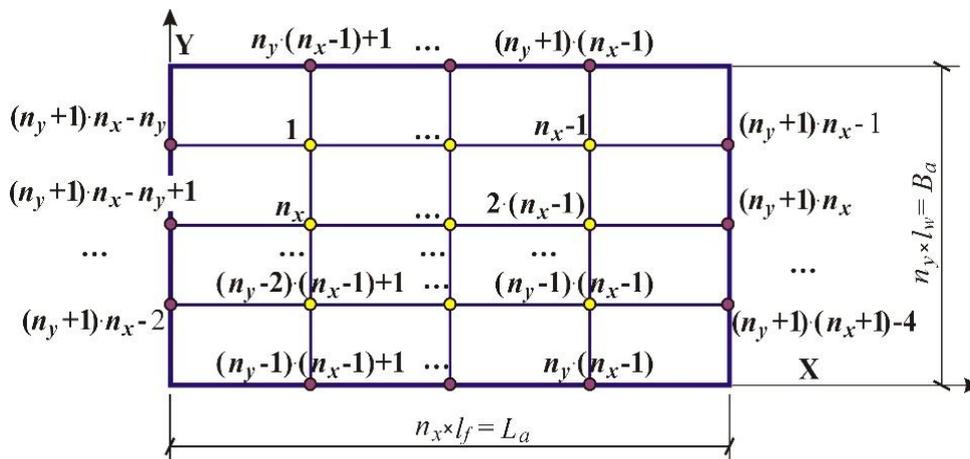


Рис. 5. Сеточный шаблон с нумерацией узлов:  $n_x$ ,  $n_y$  – принятое число элементов сети вдоль осей X и Y

Fig. 5. Mesh template with node numbering:  $n_x$ ,  $n_y$  – number of mesh cells along X and Y axes

Для определения плотности сил  $q$ , необходимых при формировании матриц  $D$ , вводится т.н. базовая сеть, лежащая в базовой плоскости, которой принадлежат опоры несущих арок (рис. 3, 4). Плотности сил находятся из следующих выражений в соответствии с рис. 6:

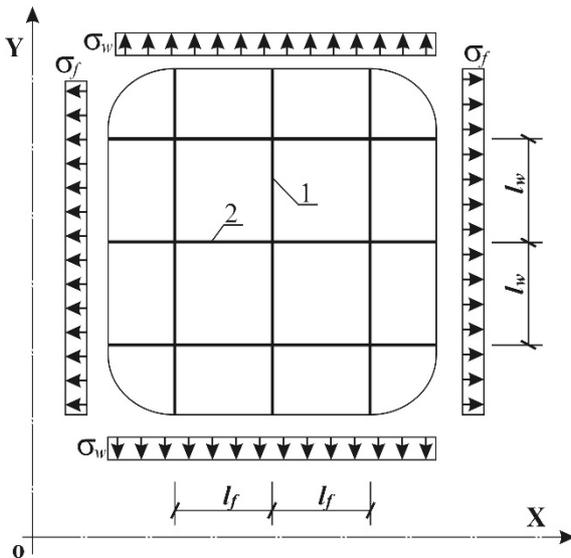
– для элементов, расположенных в направлении несущих нитей оболочки (направление «основы»):

$$q^w = \sigma_w \cdot \frac{l_f}{l_w}; \quad (11,а)$$

– для элементов, расположенных в направлении стабилизирующих нитей оболочки (направление «утка»):

$$q^f = \sigma_f \cdot \frac{l_w}{l_f}, \quad (11,6)$$

где  $l_w$  и  $l_f$  – размеры ячейки базовой сети;  $\sigma_w$  и  $\sigma_f$  – заданные мембранные напряжения (преднапряжения) в направлении основы и утка, соответственно.



**Рис. 6.** Фрагмент базовой сети: 1, 2 – направления «основы» и «утка» мягкой оболочки (индексы 'w' и 'f', соответственно)

**Рис. 6.** Base mesh fragments: 1, 2 – “warp” and “weft” threads of the soft shell (indexes 'w' and 'f', respectively)

Анализ уравнений (8) показывает, что при отсутствии внешних нагрузок форма оболочки однозначно определяется соотношением мембранных напряжений  $k_\sigma$ , а не их абсолютными значениями:

$$k_\sigma = \frac{\sigma_w}{\sigma_f}. \quad (12)$$

Предложена итерационная методика определения требуемого соотношения мембранных напряжений,  $k_\sigma$ , из условия

обеспечения заданной высоты оболочки арочного типа  $f_{f,req}$ . При разработке методики применен метод хорд [26, 27].

Для апробации предложенной методики рассмотрены оболочки шириной  $B_a$  в интервале от 2,0 до 12,0 м с шагом 1,0 м, опирающиеся на вертикальные арки, расположенные вдоль оси  $X$ , и балки, лежащие вдоль оси  $Y$ . Арки и балки считаются бесконечно жесткими и имеющими неподвижные закрепления во всех промежуточных узлах. Пролет арок,  $L_a$ , принят равным 6,0 и 12,0 м. Отношения стрелы арок к пролету,  $k_a$ , составляют: 0,15, 0,20, 0,25, 0,30 и 0,40. Схема рассмотренных оболочек приведена на рис. 7.

Для оболочек, опирающихся на арки пролетом 6,0 м, относительная стрела нитей основы,  $k_w$ , принята равной 1/16, в то время как для оболочек, опирающихся на арки пролетом 12,0 м, принято значение  $k_w=1/8$ . С рассматриваемыми оболочками связаны базовые сети с размерами ячеек  $l_f \times l_w = 0.2 \times 0.2$  м (рис. 5, 6).

Процентное расхождение заданной и полученной высот оболочки определяется следующим образом:

$$\Psi(k_{\sigma,c}) = \left( \frac{f_{f,c}}{f_{f,req}} - 1 \right) \cdot 100, \% \quad (13)$$

где  $f_{f,c}$  – приближение к заданной высоте оболочки в центре сектора  $f_{f,req}$ , полученное методом плотности сил при текущем соотношении мембранных напряжений  $k_{\sigma,c}$ .

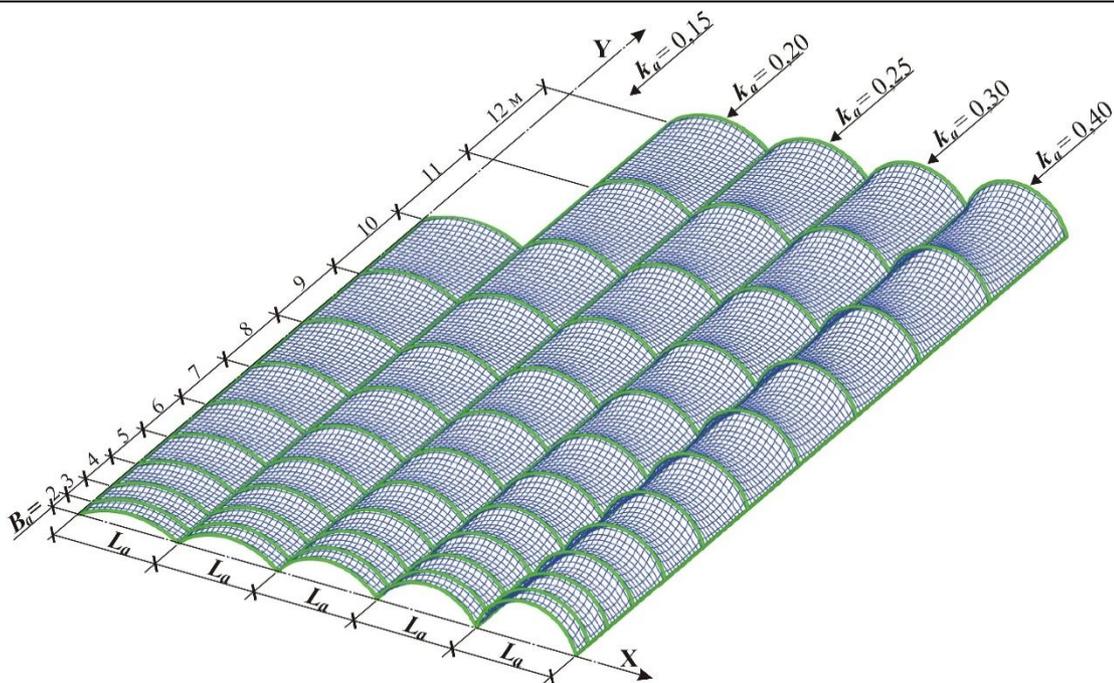


Рис. 7. Общий вид исследуемых оболочек арочного типа (аксонометрическая схема)

Fig. 7. General view of the arched shells under study (axonometric diagram)

## Результаты и их обсуждение

Итерационный алгоритм определения соотношения мембранных напряжений,  $k_\sigma$  (12), обеспечивающего требуемую высоту в центре сектора оболочки арочного типа, состоит из двух этапов (рис. 8): определение начального диапазона поиска и минимизация величины ошибки (13).

На первом этапе левая и правая границы диапазона поиска,  $k_{\sigma,L} \dots k_{\sigma,R}$ , принимаются из условия:

$$\Psi(k_{\sigma,L}) \cdot \Psi(k_{\sigma,R}) \leq 0. \quad (14)$$

Задание начального диапазона осуществляется итерационным методом:

$$k_{\sigma,L} = \zeta^{-t}, \quad (15,а)$$

$$k_{\sigma,R} = \zeta^t, \quad (15,б)$$

где  $t$  – номер итерации;  $\zeta$  – параметр, принятый равным 2,0.

Второй этап состоит из циклически выполняемой последовательности шагов:

– определение промежуточной точки  $k_{\sigma,c}$ :

$$k_{\sigma,c} = \frac{|\Psi(k_{\sigma,R})| \cdot k_{\sigma,L} + |\Psi(k_{\sigma,L})| \cdot k_{\sigma,R}}{|\Psi(k_{\sigma,R})| + |\Psi(k_{\sigma,L})|}; \quad (16)$$

– выбор наилучшего значения  $k_{\sigma,B}$  для трех имеющихся точек ( $k_{\sigma,L}$ ,  $k_{\sigma,c}$  и  $k_{\sigma,R}$ ), такого, что

$$\Psi(k_{\sigma,B}) = \min(|\Psi(k_{\sigma,L})|, \dots, |\Psi(k_{\sigma,c})|, |\Psi(k_{\sigma,R})|); \quad (17)$$

– проверка условия завершения процесса поиска решения:

$$|\Psi(k_{\sigma,B})| < \mu_\varepsilon, \quad (18)$$

где  $\mu_\varepsilon$  – предельное относительное расхождение высот оболочки, %;

– при выполнении условия (18), итерационный процесс завершается, и, в качестве результата  $k_\sigma$ , принимается значение  $k_{\sigma,B}$ ;

– при невыполнении условия (18), производится модификация границ диапазона поиска  $k_{\sigma,L} \dots k_{\sigma,R}$  следующим образом: если  $\Psi(k_{\sigma,R}) \cdot \Psi(k_{\sigma,c}) > 0$  отбрасывается часть диапазона правее точки  $k_{\sigma,c}$ , иначе – отбрасывается левая часть.

В соответствии с предложенной методикой найдены соотношения мембранных напряжений  $k_{\sigma}$  (12) для обеспечения высот оболочек (рис. 7), соответствующих заданным геометрическим параметрам ( $L_a, B_a, k_a$  и  $k_w$ ). Предельное расхождение высот,  $\mu_{\epsilon}$ , принято

равным 0,1%. Результаты расчета приведены в табл. 1.

С целью оценки найденных соотношений мембранных напряжений,  $k_{\sigma}$ , выполнен поиск формы поверхности рассматриваемых секторов оболочек в лицензионном программном комплексе EASY.2020. Мембранные напряжения вдоль волокон утка оболочек приняты равными:  $\sigma_f = 5.0$  кН/м. Мембранные напряжения вдоль волокон основы,  $\sigma_w$ , получены по (12), используя данные табл. 1.

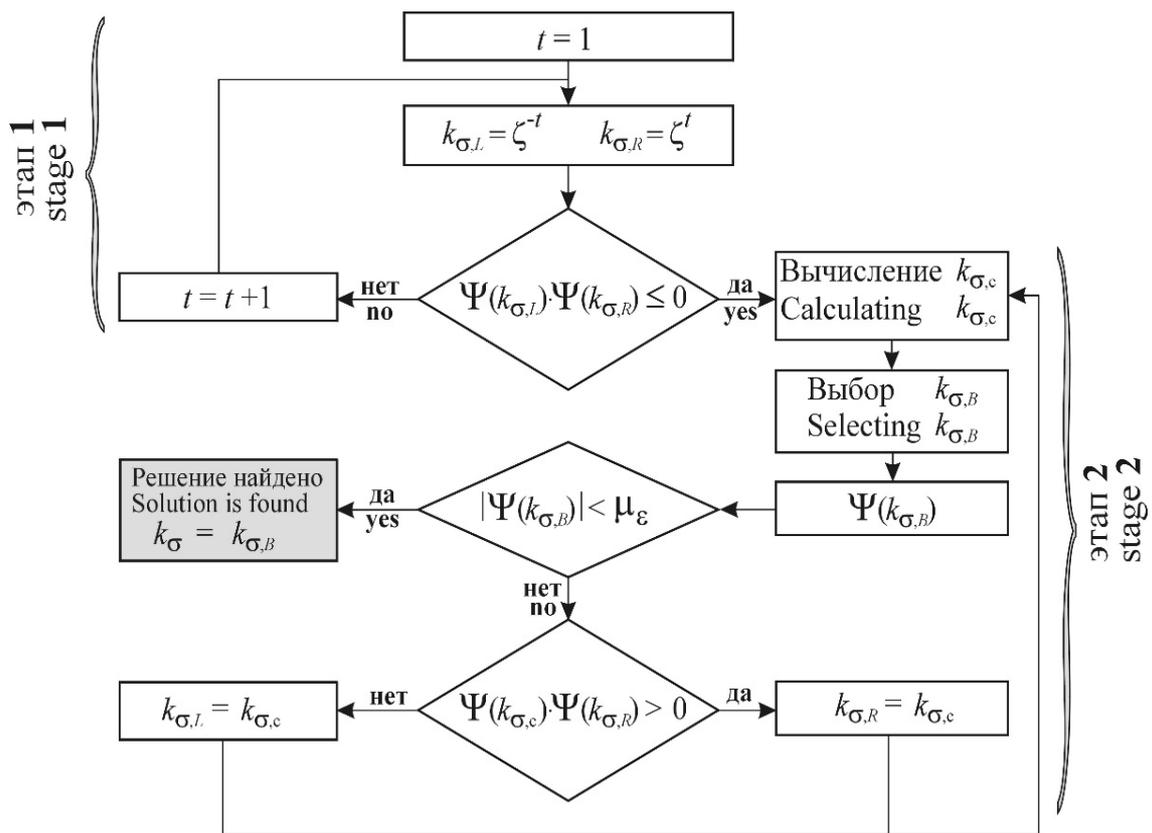


Рис. 8. Итерационный алгоритм поиска требуемого соотношения мембранных напряжений  $k_{\sigma}$

Fig. 8. Iterative algorithm for finding membrane stress ratio  $k_{\sigma}$

**Таблица 1.** Требуемые соотношения мембранных напряжений,  $k_\sigma$ **Table 1.** Required ratios of the membrane stresses,  $k_\sigma$ 

Шаг арок, $B_a$ , м / Arch spacing, $B_a$ , m	Относительная стрела арок, $k_a$ , - / Relative rise of the arches, $k_a$ , -									
	0,15	0,20	0,25	0,30	0,40	0,15	0,20	0,25	0,30	0,40
	Пролет арок $L_a=6,0$ м / Arch span is $L_a=6.0$ m					Пролет арок $L_a=12,0$ м / Arch span is $L_a=12.0$ m				
12,0	-*)	3,447	5,159	6,71	9,311	-	0,862	1,289	1,676	2,328
11,0	-	3,451	4,986	6,367	8,675	-	0,862	1,246	1,592	2,168
10,0	1,895	3,393	4,754	5,978	7,99	0,474	0,848	1,189	1,493	1,997
9,0	1,959	3,276	4,471	5,535	7,265	0,49	0,819	1,118	1,383	1,817
8,0	1,957	3,101	4,133	5,046	6,504	0,49	0,775	1,033	1,261	1,625
7,0	1,894	2,869	3,744	4,521	5,746	0,473	0,716	0,935	1,126	1,427
6,0	1,77	2,583	3,305	3,93	5,003	0,443	0,645	0,825	0,981	1,221
5,0	1,591	2,247	2,822	3,311	4,315	0,397	0,561	0,704	0,826	1,011
4,0	1,358	1,861	2,312	2,688	3,223	0,339	0,465	0,574	0,665	0,795
3,0	1,073	1,432	1,735	1,986	2,444	0,268	0,358	0,434	0,495	0,582
2,0	0,743	0,965	1,157	1,303	1,501	0,185	0,242	0,287	0,325	0,372
Примечание: -*) – условие (3), налагаемое на высоту оболочки в центре сектора, не выполнено Remark: -*) – condition (3), implied for the height at the center of the shell fragment, is not met										

Величина ошибки  $E$  определена по (13):  $E = |\Psi(k_\sigma)|$ . При этом, высота  $f_{fc}$  равна координате по оси  $Z$  узла, расположенного в центре сектора, полученной в специализированном лицензионном программном комплексе EASY.2020 при заданных мембранных напряжениях  $\sigma_w$

и  $\sigma_f$ . Результаты расчета приведены в табл. 2.

Из табл. 2 видно, что максимальное отклонение высот в центре секторов оболочек, полученных в программном комплексе EASY.2020 по заданным мембранным напряжениям, от требуемых высот не превышает 0.77%.

**Таблица 2.** Отклонения требуемых высот в центре секторов оболочек от высот, полученных в программном комплексе EASY.2020 при заданных соотношениях мембранных напряжений, Е %**Table 2.** Discrepancies of the required shell heights at the center of the fragments and the heights by the EASY.2020 software given the membrane stress ratios, E %

Шаг арок, $B_a$ , м / Arch spacing, $B_a$ , m	Относительная стрела арок, $k_a$ , - / Relative rise of the arches, $k_a$ , -									
	0,15	0,20	0,25	0,30	0,40	0,15	0,20	0,25	0,30	0,40
	Пролет арок $L_a=6,0$ м Arch span is $L_a=6.0$ m					Пролет арок $L_a=12,0$ м Arch span is $L_a=12.0$ m				
12,0	- <sup>*</sup>	0,18	0,17	0,14	0,13	-	0,17	0,03	0,01	0,02
11,0	-	0,08	0,25	0,08	0,20	-	0,10	0,03	0,06	0,02
10,0	0,50	0,04	0,12	0,06	0,16	0,14	0,00	0,05	0,02	0,00
9,0	0,13	0,16	0,14	0,07	0,17	0,06	0,02	0,06	0,06	0,03
8,0	0,17	0,00	0,09	0,09	0,13	0,04	0,07	0,03	0,01	0,00
7,0	0,23	0,03	0,17	0,10	0,09	0,09	0,03	0,07	0,05	0,01
6,0	0,22	0,03	0,04	0,11	0,26	0,08	0,06	0,03	0,02	0,01
5,0	0,22	0,09	0,12	0,07	0,77	0,10	0,08	0,08	0,06	0,05
4,0	0,10	0,03	0,05	0,01	0,03	0,04	0,00	0,01	0,02	0,01
3,0	0,02	0,15	0,19	0,11	0,2	0,14	0,07	0,06	0,07	0,03
2,0	0,06	0,01	0,06	0,11	0,14	0,11	0,03	0,03	0,00	0,02
Примечания: - <sup>*</sup> – условие (3), налагаемое на высоту оболочки в центре сектора, не выполнено; максимальные отклонения выделены жирным шрифтом Remarks: - <sup>*</sup> – condition (3), implied for the height at the center of the shell fragment, is not met; the maximum discrepancy is highlighted in bold										

**Выводы**

Разработана итерационная методика поиска соотношения мембранных напряжений в тентовой оболочке арочного типа из условия обеспечения требуемой высоты в центре сектора. Эффективность

методики подтверждена численным моделированием с применением специализированного лицензионного программного комплекса EASY.2020.

Разработанная методика способствует упрощению процесса исследования и проектирования тентовых кон-

струкций, позволяя напрямую задать требуемые геометрические параметры.

Дальнейшее развитие предложенной методики включает анализ много-

секционных тентовых покрытий с учетом податливости опорных арок, находящихся между смежными секциями.

### Список литературы

1. Analysis and design of fabric membrane structures: a systematic review on material and structural performance / J. Xu, Y. Zhang, Q. Yu, L. Zhang // *Thin-Walled Structures*. 2022. №. 170. P. 1-17. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2021.108619>

2. Experimental and simulation analysis of the initial shape of a large-span air-supported membrane structure / L. Xiongyan, Z. Zhang, Q. Chu, S. Xue, H. Yanli // *Thin-Walled Structures*. 2022. Vol. 178. Article 109491. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2022.109491>

3. Monticelli C. Membrane claddings in architecture // Llorens J.I., editor. Woodhead publishing series in textiles, fabric structures in architecture: Woodhead Publishing, 2015. P. 449-480. <https://doi.org/10.1016/B978-1-78242-233-4.00014-0>

4. Barozzi M., Viscuso S., Zanelli A. Design novel covering system for archaeological areas // *Proceedings of VII International Conference on textile composites and inflatable structures. Structural membranes 2015. Barcelona, Spain, 2015. P. 105-114. URL: https://upcommons.upc.edu/handle/2117/109301* (дата обращения: 24.02.2024)

5. Llorens J., Zanelli A. Structural membranes for refurbishment of the architectural heritage // *Procedia Engineering*. 2016. № 155. P. 18-27. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2016.08.003>

6. Llorens J.I. Structural membranes for urban spaces // *Proceedings of VII International Conference on textile composites and inflatable structures. Structural membranes 2015. Barcelona, Spain, 2015. P. 133 – 144. URL: https://upcommons.upc.edu/handle/2117/109310* (дата обращения: 24.02.2024)

7. Метод расчета напряженно-деформированного состояния вантовооболочечных конструкций космических антенных рефлекторов / А.В. Бельков, С.В. Белов, А.П. Жуков, М.С. Павлов, С.В. Пономарев, С.А. Кузнецов // *Вестник Томского государственного университета. Математика и механика*. 2019. № 62. С. 5-18. <https://doi.org/10.17223/19988621/62/1>

8. Form-finding and shape adjustment of cable-membrane reflectors / J. Du, F. Wang, H. Bao, D. Ge, Z. Ren // *Acta Astronautica*. 2023. Vol. 205. P. 213-224. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2023.02.002>

9. Vazquez E., Correa D., Poppinga S. A review of and taxonomy for elastic kinetic building envelopes // *Journal of Building Engineering*. 2024. Vol. 82. Article 108227. <https://doi.org/10.1016/j.jobbe.2023.108227>

10. Hegyi D. Numerical stability analysis of arch-supported membrane roofs // *Structures*. 2021. № 29. P. 785-795. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2020.11.025>
11. Wagner R. *Bauen mit seilen und membranen*. Berlin: Beuth Verlag GmbH, 2016. 517 p. (In German)
12. Еремеев П.Г. Тентовые мембраны для ограждающих конструкций покрытий над трибунами стадионов // *Промышленное и гражданское строительство*. 2015. № 4. С. 33-36. URL: <http://www.pgs1923.ru/ru/index.php?m=4&y=2015&v=04&p=00&r=06> (дата обращения: 24.02.2024)
13. Safety and serviceability of membrane buildings: a critical review on architectural, material and structural performance / J. Hu, W. Chen, Y. Qu, D. Yang // *Engineering Structures*. 2020. Vol. 210. Article 110292. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.110292>
14. Analysis of wrinkled membrane structures using a plane stress projection procedure and the dynamic relaxation method / H. Le Meitour, G. Rio, H. Laurent, A.S. Lectez, P. Guigue // *International Journal of Solids and Structures*. 2021. Vol. 208–209. P. 194-213. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2020.10.026>
15. Численное моделирование конструкций сооружений башенного типа в программных комплексах ANSYS и Лира-Сапр / А.Д. Зиганшин, Л.Ш. Ахтямова, Л.С. Сабитов, О.В. Радайкин, И.К. Киямов // *Научно-технический вестник Поволжья*. 2021. № 2. С. 65-67. URL: <https://ntvprrt.ru/ru/archive-vypuskov> (дата обращения: 24.02.2024)
16. Industrial design and analysis of structural membranes / E. Haug, P. De Kermel, B. Gawenat, A. Michalski // *International Journal of Space Structures*. 2009. Vol. 24. № 4. P. 191 - 204. <https://doi.org/10.1260/026635109789968227>
17. Nonlinear two-dimensional analysis of manifold marine inflated membrane structures using vector form intrinsic finite element method / X. Gao, Z. Cheng, L. Cao, W. Tang // *Ocean Engineering*. 2023. Vol. 271. Article 113813. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2023.113813>
18. Strobel D., Singer P., Holl J. Analytical formfinding // *International Journal of Space Structures*. 2016. Vol. 31, №. 1. P. 52 - 61. <https://doi.org/10.1177/0266351116642076>
19. Kabasi S., Marbaniang A.L., Ghosh S. Form-finding of tensile membrane structures with strut and anchorage supports using physics-informed machine learning // *Engineering Structures*. 2024. Vol. 299. Article 117093. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2023.117093>
20. Kabasi S., Marbaniang A.L., Ghosh S. Physics-informed neural networks for the form-finding of tensile membranes by solving the Euler–Lagrange equation of minimal surfaces // *Thin-Walled Structures*. 2023. Vol. 182, part B. Article 110309. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2022.110309>
21. A unified adaptive approach for membrane structures: form finding and large deflection isogeometric analysis / T.N. Nguyen, T.D. Hien, T.T. Nguyen, J. Lee // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2020. Vol. 369. Article 113239. <https://doi.org/10.1016/j.cma.2020.113239>

22. Расчет напряженно-деформированного состояния вантово-оболочечных конструкций с учетом размеростабильности вантовых элементов / А.В. Бельков, С.В. Белов, А.П. Жуков, М.С. Павлов, С.В. Пономарев // Современные строительные материалы и технологии: сборник научных статей / под ред. М.А. Дмитриевой. Калининград, 2023. С. 143-150. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=50475277> (дата обращения: 24.02.2024)

23. The modified force density method for form-finding of cable net structure / X. Li, C. Liu, S. Xue, X. Li, C. Zhang, L. Huang, W. Wang // *Thin-Walled Structures*. 2024. Vol. 195. Article 111363. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2023.111363>

24. Strobel D., Holl J. On the calculation of textile halls // *Proceedings of X International Conference on textile composites and inflatable structures. Structural membranes 2021. Munich, Germany, 2021. 7 p.* <https://doi.org/10.23967/membranes.2021.043>

25. Llorens J.I. Appropriate design of structural membranes // *Proceedings of X International Conference on textile composites and inflatable structures. Structural membranes 2021. Munich, Germany, 2021. 12 p.* <https://doi.org/10.23967/membranes.2021.008>

26. A significant improvement of a family of secant-type methods / J.A. Ezquerro, M.A. Hernández-Verón, Á.A. Magreñán, A. Moysi // *Journal of Computational and Applied Mathematics*. 2023. Vol. 424. Article 115002. <https://doi.org/10.1016/j.cam.2022.115002>

27. Шелопугина Е.О., Козлова О.В. Визуализация метода хорд для поиска приближенных корней нелинейного уравнения в MS Excel // *Молодежь и наука: актуальные проблемы фундаментальных и прикладных исследований: материалы VI Всероссийской национальной научной конференции молодых учёных. Комсомольск-на-Амуре, 2023. С. 525-528.* URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=54332651> (дата обращения: 24.02.2024)

## References

1. Xu J., Zhang Y., Yu Q., Zhang L. Analysis and design of fabric membrane structures: a systematic review on material and structural performance. *Thin-Walled Structures*. 2022; (170): 1-17. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2021.108619>

2. Xiongyan L., Zhang Z., Chu Q., Xue S., Yanli H. Experimental and simulation analysis of the initial shape of a large-span air-supported membrane structure. *Thin-Walled Structures*. 2022; 178: Article 109491. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2022.109491>

3. Monticelli C. Membrane claddings in architecture. In: *Llorens J.I. (ed.) Woodhead publishing series in textiles, fabric structures in architecture*: Woodhead Publishing; 2015: 449-480. <https://doi.org/10.1016/B978-1-78242-233-4.00014-0>

4. Barozzi M., Viscuso S., Zanelli A. Design novel covering system for archaeological areas. *VII International Conference on textile composites and inflatable structures. Structur-*

*al membranes 2015: Proceedings*. 2015: 105-114. Available at: <https://upcommons.upc.edu/handle/2117/109301> (accessed 24.02.2024)

5. Llorens J., Zanelli A. Structural membranes for refurbishment of the architectural heritage. *Procedia Engineering*. 2016; (155): 18-27. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2016.08.003>

6. Llorens J.I. Structural membranes for urban spaces. In: *VII International Conference on textile composites and inflatable structures. Structural membranes 2015. Proceedings*. 2015: 133 – 144. Available at: <https://upcommons.upc.edu/handle/2117/109310> (accessed 24.02.2024)

7. Bel'kov A.V., Belov S.V., Zhukov A.P., Pavlov M.S., Ponomarev S.V., Kuznetsov S.A. Method for calculating the stress-strain state of cable-stayed shell structures of space antenna reflectors. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika = Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 2019; (62): 5-18. (In Russ.) <https://doi.org/10.17223/19988621/62/1>.

8. Du J., Wang F., Bao H., Ge D., Ren Z. Form-finding and shape adjustment of cable-membrane reflectors. *Acta Astronautica*. 2023; 205: 213-224. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2023.02.002>.

9. Vazquez E., Correa D., Poppinga S. A review of and taxonomy for elastic kinetic building envelopes. *Journal of Building Engineering*. 2024; 82: Article 108227. <https://doi.org/10.1016/j.jobe.2023.108227>.

10. Hegyi D. Numerical stability analysis of arch-supported membrane roofs. *Structures*. 2021; (29): 785-795. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2020.11.025>

11. Wagner R. Bauen mit seilen und membranen. Berlin: Beuth Verlag GmbH. 2016. 517 p. (In German)

12. Ereemeev P.G. Fabric membranes for roof structures over stadium stands. *Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitel'stvo = Industrial and Civil Engineering*. 2015; (4): 33-36. (In Russ.). Available at: <http://www.pgs1923.ru/ru/index.php?m=4&y=2015&v=04&p=00&r=06> (accessed 24.02.2024).

13. Hu J., Chen W., Qu Y., Yang D. Safety and serviceability of membrane buildings: a critical review on architectural, material and structural performance. *Engineering Structures*. 2020; 210: Article 110292. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.110292>.

14. Le Meitour H., Rio G., Laurent H., Lectez A.S., Guigue P. Analysis of wrinkled membrane structures using a plane stress projection procedure and the dynamic relaxation method. *International Journal of Solids and Structures*. 2021; 208–209: 194-213. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2020.10.026>.

15. Ziganshin A.D., Akhtyamova L.Sh., Sabitov L.S., Radaikin O.V., Kiyamov I.K. Numerical simulating of tower-type structures in ANSYS and Lira-Saprr software packages. *Nauchno-tekhnicheskii vestnik Povolzh'ya = Scientific and technical Volga region bulletin*.

2021; (2): 65-67. (In Russ.). Available at: <https://ntvprt.ru/ru/archive-vypuskov> (accessed 24.02.2024).

16. Haug E., De Kermel P., Gawenat B., Michalski A. Industrial design and analysis of structural membranes. *International Journal of Space Structures*. 2009; 24 (4): 191 - 204. <https://doi.org/10.1260/026635109789968227>.

17. Gao X., Cheng Z., Cao L., Tang W. Nonlinear two-dimensional analysis of manifold marine inflated membrane structures using vector form intrinsic finite element method. *Ocean Engineering*. 2023; 271: article 113813. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2023.113813>.

18. Strobel D., Singer P., Holl J. Analytical formfinding. *International Journal of Space Structures*. 2016; 31(1): 52 - 61. <https://doi.org/10.1177/0266351116642076>.

19. Kabasi S., Marbaniang A.L., Ghosh S. Form-finding of tensile membrane structures with strut and anchorage supports using physics-informed machine learning. *Engineering Structures*. 2024; 299: article 117093. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2023.117093>

20. Kabasi S., Marbaniang A.L., Ghosh S. Physics-informed neural networks for the form-finding of tensile membranes by solving the Euler–Lagrange equation of minimal surfaces. *Thin-Walled Structures*. 2023; 182, part B: article 110309. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2022.110309>.

21. Nguyen T.N., Hien T.D., Nguyen T.T., Lee J. A unified adaptive approach for membrane structures: form finding and large deflection isogeometric analysis. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2020; 369: article 113239. <https://doi.org/10.1016/j.cma.2020.113239>.

22. Bel'kov A.V., Belov S.V., Zhukov A.P., Pavlov M.S., Ponomarev S.V. Calculation of the stress-strain state of cable-stayed shell structures taking into account the dimensional stability of cable-stayed elements. In: Dmitrieva M.A., editor. *Sovremennye stroitel'nye materialy i tekhnologii. Sbornik nauchnykh statei = Modern building materials and technologies. Collection of scientific articles*. Kaliningrad, 2023. P. 143-150. (In Russ.). Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=50475277> (accessed 24.02.2024).

23. Li X., Liu C., Xue S., Li X., Zhang C., Huang L., Wang W. The modified force density method for form-finding of cable net structure. *Thin-Walled Structures*. 2024; 195: article 111363. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2023.111363>.

24. Strobel D., Holl J. On the calculation of textile halls. *X International Conference on textile composites and inflatable structures. Structural membranes 2021. Munich, Germany. Proceedings*. 2021. 7 p. <https://doi.org/10.23967/membranes.2021.043>.

25. Llorens J.I. Appropriate design of structural membranes. *X International Conference on textile composites and inflatable structures. Structural membranes 2021. Munich, Germany. Proceedings*. 2021. 12 p. <https://doi.org/10.23967/membranes.2021.008>.

26. Ezquerro J.A., Hernández-Verón M.A., Magreñán Á.A., Moysi A. A significant improvement of a family of secant-type methods. *Journal of Computational and Applied Mathematics*. 2023; 424: article 115002. <https://doi.org/10.1016/j.cam.2022.115002>.

27. Shelopugina E.O., Kozlova O.V. Secant method visualization for finding approximate roots of a nonlinear equation in MS Excel. In: *Materialy VI Vserossiiskoi natsional'noi nauchnoi konferentsii molodykh uchenykh. Molodezh' i nauka: aktual'nye problemy fundamental'nykh i prikladnykh issledovaniy = VI all-Russian National Scientific Conference of Young Scientists. Youth and science: current problems of fundamental and applied research. Proceedings*. Komsomol'sk-na-Amure, 2023. P. 525-528. (In Russ.). Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=54332651> (accessed 24.02.2024)

---

### Информация об авторах / Information about the Authors

**Чесноков Андрей Владимирович**, кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры строительного производства, Липецкий государственный технический университет, г. Липецк, Российская Федерация, e-mail: [andreychess742@mail.ru](mailto:andreychess742@mail.ru), ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-3687-0510>, Researcher ID: U-4758-2018, Author ID: 57170021900, SPIN: 1609-9249

**Andrei V. Chesnokov**, Cand. of Sci. (Engineering), Associate Professor, Associate Professor of the Building Production Department, Lipetsk State Technical University, Lipetsk, Russian Federation, e-mail: [andreychess742@mail.ru](mailto:andreychess742@mail.ru), ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-3687-0510>, Researcher ID: U-4758-2018, Author ID: 57170021900, SPIN: 1609-9249

**Михайлов Виталий Витальевич**, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой строительного производства, Липецкий государственный технический университет, г. Липецк, Российская Федерация, e-mail: [mmvv46@rambler.ru](mailto:mmvv46@rambler.ru), ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-8274-9346>, Researcher ID: ISU-9851-2023, Author ID: 57215327886, SPIN: 9291-8589

**Vitalii V. Mikhailov**, Dr. of Sci. (Engineering), Professor, Head of the Building Production Department, Lipetsk State Technical University, Lipetsk, Russian Federation, e-mail: [mmvv46@rambler.ru](mailto:mmvv46@rambler.ru), ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-8274-9346>, Researcher ID: ISU-9851-2023, Author ID: 57215327886, SPIN: 9291-8589