

УДК 681.5

<https://doi.org/10.21869/2223-1560-2024-28-2-20-36>

Математическое моделирование траекторного управления движением трёхколесного мобильного робота

Е.Н. Политов ¹ ✉, А.В. Мальчиков ¹, И.А. Звонарев ¹

¹ Юго-Западный государственный университет
ул. 50 лет Октября, д. 94, г. Курск 305040, Российская Федерация

✉ e-mail: politovyevgeny@yandex.ru

Резюме

Цель. Повышение эффективности траекторного движения трехколесных роботов за счет разработки алгоритмов системы управления и подбора параметров на основании математического моделирования движения робота вдоль путевых точек, характеризующих требуемую траекторию движения. Разработка методов планирования траекторий трехколесного мобильного робота на основе алгоритма Pure Pursuit. Разработка математической модели устройства, позволяющей получить численное решение для управляемого движения робота по путевым точкам. Анализ результатов моделирования, с целью установления применимости предлагаемых решений для задач управления двухсекционным колесным роботом для ландшафтных работ.

Методы. В качестве основы при разработке системы управления траекторным движением робота используется алгоритм Pure Pursuit, позволяющий формировать траектории движения робота по путевым точкам с заданными параметрами движения. При разработке математической модели использовались методы теоретической механики, механики роботов, численного интегрирования, теории управления, электротехники и электромеханики. При создании программных продуктов использованы математические пакеты Matlab/Simulink.

Результаты. В результате проведенного исследования были обнаружены и подтверждены основные закономерности влияния параметра Lookahead Distance алгоритма траекторного движения Pure Pursuit на характер движения управляемого робота. Показано, что выбор величины данного параметра должен обосновываться задачами управления и условиями работы робота. Разработанная математическая модель позволила получить временные диаграммы для параметров движения робота, установить точность предлагаемых алгоритмов.

Заключение. В работе установлено, что предложенный в работе алгоритм Pure Pursuit может быть использован для осуществления траекторного управления колесных мобильных роботов. Метод не требует высокой производительности вычислительной системы и обеспечивает удовлетворительные качественные и количественные характеристики управления движением.

Ключевые слова: траекторное управление; алгоритм Pure Pursuit; трехколесный робот; кинематические характеристики движения; математическая модель.

Конфликт интересов: Авторы декларируют отсутствие явных и потенциальных конфликтов интересов, связанных с публикацией настоящей статьи.

Финансирование: Работа выполнена в рамках реализации программы развития ФГБОУ ВО «Юго-Западный государственный университет» проекта «Приоритет-2030».

© Политов Е.Н., Мальчиков А.В., Звонарев И.А., 2024

Для цитирования: Политов Е.Н., Мальчиков А.В., Звонарев И.А. Математическое моделирование траекторного управления движением трёхколесного мобильного робота // Известия Юго-Западного государственного университета. 2024. Т. 28, №2. С. 20-36. <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2024-28-2-20-36>.

Поступила в редакцию 12.02.2024

Подписана в печать 18.04.2024

Опубликована 25.06.2024

Mathematical modeling of trajectory motion control of a three-wheeled mobile robot

Evgeniy N. Politov ¹ ✉, Andrey V. Malchikov ¹, Ilya A. Zvonarev ¹

¹ Southwest State University

50 Let Oktyabrya str. 94, Kursk 305040, Russian Federation

✉ e-mail: politovyevgeny@yandex.ru

Abstract

Purpose of research. Improving the efficiency of the trajectory movement of three-wheeled robots by developing control system algorithms and selecting parameters based on mathematical modeling of robot movement along waypoints that characterize the required trajectory. Development of methods for planning the trajectories of a three-wheeled mobile robot based on the Pure Pursuit algorithm. Development of a mathematical model of the device that allows to obtain a numerical solution for the controlled movement of the robot along the waypoints. Analysis of the simulation results in order to establish the applicability of the proposed solutions for the tasks of controlling a two-section wheeled robot for landscape work.

Methods. The Pure Pursuit algorithm is used as a basis for the development of a control system for the trajectory movement of the robot, which allows forming the trajectories of the robot along waypoints with specified motion parameters. Methods of theoretical mechanics, robot mechanics, numerical integration, control theory, electrical engineering and electromechanics were used in the development of the mathematical model. When creating software products, Matlab/Simulink mathematical packages were used.

Results. As a result of the conducted research, the main regularities of the influence of the Lookahead Distance parameter of the Pure Pursuit trajectory algorithm on the nature of the controlled robot movement were discovered and confirmed. It is shown that the choice of the value of this parameter should be justified by the control tasks and working conditions of the robot. The developed mathematical model made it possible to obtain time diagrams for the parameters of the robot's movement, to establish the accuracy of the proposed algorithms.

Conclusion. It is established in the work that the Pure Pursuit algorithm proposed in the work can be used to implement trajectory control of wheeled mobile robots. The method does not require high performance of the computing system and provides satisfactory qualitative and quantitative characteristics of motion control.

Keywords: trajectory control; Pure Pursuit algorithm; three-wheeled robot; kinematic characteristics of movement; mathematical model.

Conflict of interest. The authors declare the absence of obvious and potential conflicts of interest related to the publication of this article.

Funding: The work was carried out within the framework of the implementation of the development program of the Southwest State University of the project "Priority-2030".

For citation: Politov E.N., Malchikov A.V., Zvonarev I.A. Mathematical modeling of trajectory motion control of a three-wheeled mobile robot. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta = Proceedings of the Southwest State University*. 2024; 28(2): 20-36 (In Russ.). <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2024-28-2-20-36>.

Received 12.02.2024

Accepted 18.04.2024

Published 25.06.2024

Введение

В развитых и развивающихся странах мира, на фоне четвертого демографического перехода, всё острее наблюдается нехватка человеческих ресурсов. Постоянный дефицит кадров во всех сферах экономики вынуждает правительства и частный бизнес пытаться автоматизировать различные процессы: складские работы, транспортировка грузов, беспилотные технологии в такси. Данные виды деятельности, применимо к автономным роботам или транспортным платформам, сопряжены с постоянным взаимодействием с людьми (обнаружение, объезд, коллаборация), что делает невозможным применение существующих алгоритмов управления данными устройствами: столкновение с препятствиями для их обнаружения, стохастическое движение в рабочей зоне, отсутствие распознавания объектов и картирования окружающего пространства. Это приводит к необходимости разработки новых алгоритмов, устраняющих недостатки описанных выше систем и расширяющих их функционал.

Трёхколесные мобильные роботы с двумя независимыми приводами широко используются в качестве транспортной платформы в самых различных областях: погрузчики, газонокосилки, пы-

лесосы, тягачи и др. [1-7]. В частности, в работах [2, 5, 7] предложены конструктивные схемы роботизированных тягачей для буксировки воздушных судов, в статье [4] рассматривается многоцелевая колесная платформа, работа [6] посвящена описанию системы управления движением автороботов.

Задачи математического моделирования кинематики мобильных колесных роботов ранее рассмотрены в работах [7, 8], моделирование динамики движения колесных роботов приведено в работах [9-12]. Так, в статье [8] приведена расчетная схема трехколесного робота-тягача и математическая модель его движения. В статье [9] описана математическая модель движения двухсекционного колесного робота, учитывающая неголономные связи, трение колес о поверхность, а также относительное движение секций. В работах [10-12] рассмотрены динамические модели мобильных роботов с дифференциальными приводами колес.

Особый интерес представляют задачи моделирования и реализации управляемого движения колесных роботов по заданным траекториям [8, 13-16].

Так, в работе [13] рассмотрен алгоритм управления движением мобильной роботизированной платформы.

Целью данной работы является повышение эффективности траекторного движения трехколесных роботов за счет разработки алгоритмов системы управления и подбора параметров на основании математического моделирования движения робота вдоль путевых точек, характеризующих требуемую траекторию движения.

Материалы и методы

Существует несколько методов управления движением колесных транспортных средств по заданной траектории [17].

В данной работе для реализации траекторного управления мобильным роботом предложен Pure Pursuit-метод, известный так же, как «чистое преследование» [17-20].

В работе системы управления трехколесным роботом ключевым является блок формирования угловых скоростей ведущих колес, необходимых для движения робота по заданным точкам на плоскости [10]. Имея систему локального позиционирования и информацию об угловой скорости колес, можно получить требуемые и текущие координаты робота, а также угол его ориентации относительно оси X глобальной системы координат. На рис. 1 представлена схема движения трехколесного мобильного робота по участку работы. На пути движения робота имеются статические препятствия.

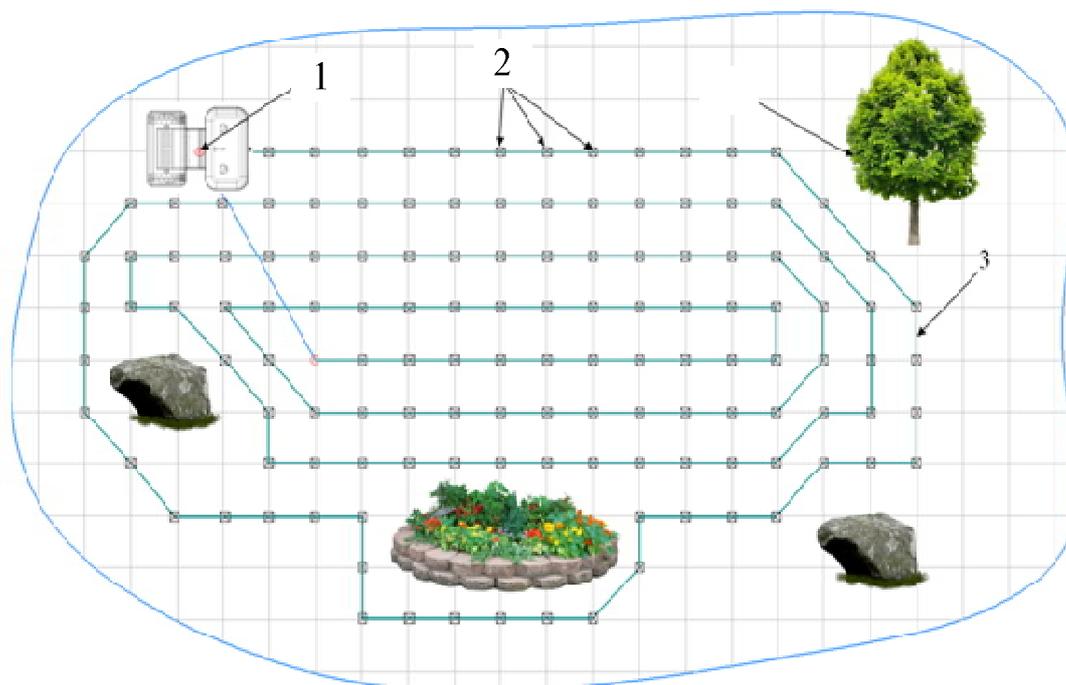


Рис. 1. Схема движения робота по участку: 1 – трехколесный робот; 2 – путевые точки; 3 – планируемая траектория движения робота; 4 – препятствия

Fig. 1. Scheme of the robot's movement along the section: 1 – a three-wheeled robot; 2 – waypoints; 3 – the planned trajectory of the robot; 4 – obstacles

На схеме представлены следующие обозначения: C – центр масс робота; $\omega_{л.}, \omega_{п.}$ – угловые скорости левого и правого колес соответственно; $\vartheta_{л.}, \vartheta_{п.}$ – линейные скорости левого и правого колес соответственно; A – центр оси вращения колес, начало координат собственной системы координат x_1 и y_1 ; α – угол отклонения собственной оси x_1 от оси X инерциальной системы координат; V_A – вектор скорости точки A ; R – радиус колеса;

d – смещение центра масс робота от центра оси вращения колес.

В качестве основной стратегии управления рассматривается алгоритм траекторного движения Pure Pursuit [17-21].

Работа алгоритма основана на геометрических вычислениях требуемой траектории движения устройства к мгновенным целевым точкам по их имеющимся координатам. Схема определения параметров движения трехколесного робота представлена на рис. 3.

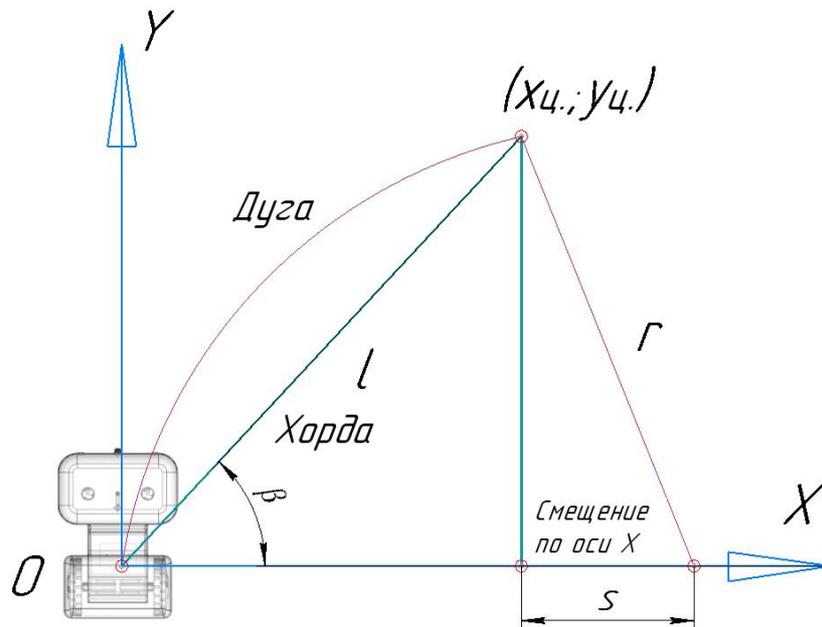


Рис. 3. Схема определения параметров движения робота к целевой точке

Fig. 3. The scheme of determining the parameters of the robot's movement to the target point

На данной схеме приняты обозначения: O – начальная точка движения; $x_{ц.}, y_{ц.}$ – координаты мгновенной целевой точки; r – радиус дуги; l – длина хорды дуги (равна величине Lookahead Distance); s – смещение радиуса по оси X . Если $x_{ц.} = y_{ц.}$, то $d = 0$ и $x_{ц.} = y_{ц.} = r$.

В общем случае геометрические величины рассчитываются по формулам:

$$l = \sqrt{x_{ц.}^2 + y_{ц.}^2}, \tag{1}$$

$$r = \frac{l^2}{2 \cdot x_{ц.}} = x_{ц.} + s, \tag{2}$$

$$s = r - x_{ц.}. \tag{3}$$

Кривизна дуги определяется по формуле

$$\gamma = \frac{1}{r} = \frac{2 \cdot x_{ц.}}{l^2}. \tag{4}$$

Геометрические операции можно свести к следующему набору действий:

- определение расстояния до мгновенной целевой точки (равняется хорде дуги);
- определение кривизны траектории, которая позволит роботу достичь мгновенной целевой точки;
- построение дуги необходимой кривизны, соединяющей текущую точку и мгновенную целевую.

После определения всех геометрических параметров алгоритм позволяет задать максимальную угловую скорость движения робота при поворотах (ω_{\max}), а так же требуемую линейную скорость (которую алгоритм должен поддерживать на большей части траектории), определяемую по формуле

$$\vartheta_{\text{треб.}} = \sqrt{\vartheta_i^2 + 2al}, \quad (5)$$

где ϑ_i – скорость робота в предыдущей точке (равна нулю при начале движения); a – максимальное ускорение (определяется, исходя из требуемой скорости); l – расстояние до мгновенной целевой точки.

При расчете скорости на поворотах учитывается кривизна траектории, поэтому робот автоматически замедляется для избегания заносов и опрокидываний.

Линейную и угловую скорости робота можно получить из уравнений:

$$\omega_p = \frac{\vartheta_{\text{треб.}}}{r}; \quad \vartheta_p = \omega_p \cdot r. \quad (6)$$

Работа алгоритма Pure Pursuit состоит из следующих операций:

- определение текущих координат робота;

- нахождение ближайшей заданной путевой точки;

- нахождение ближайшей мгновенной целевой точки (определяется параметром Lookahead Distance);

- преобразование глобальных координат мгновенной целевой точки в локальные координаты робота;

- расчет кривизны и нахождение дуги требуемой траектории движения;

- вычисление необходимых линейной и угловой скоростей робота, решение обратной задачи кинематики и нахождение значений угловых скоростей ведущих колес, обеспечивающих необходимые скоростные параметры;

- достижение заданной точки;

- обновление текущих координат робота, повторение алгоритма.

Преимуществами данного алгоритма траекторного движения являются простота его реализации, точность работы и устойчивость к внешним возмущениям (внезапные препятствия на пути, неровности местности и т.д.).

К ключевому недостатку данного метода можно отнести отсутствие учета в алгоритме конструкционных и динамических параметров робота и его приводов, что может приводить к получению неадекватных значений ускорений в элементах робота при моделировании из-за необходимости мгновенного изменения линейных и угловых скоростей корпуса или колес. При практической реализации алгоритма данный недостаток практически полностью устраняется за счет инерционных процессов, проис-

ходящих в электроприводах трехколесного робота [10, 17, 20].

При рассмотрении систем позиционирования, являющихся ключевым элементом любого траекторного управления, для автономных мобильных наземных роботов наиболее проработанными и часто используемыми являются следующие способы навигации:

– GPS;

– Система маяков (метод трилатерации или триангуляции);

– SLAM-метод (метод одновременной локализации и построения (или обновления) карты местности);

– Колесно-инерционная одометрия;

– Визуальная одометрия.

Сравнительная характеристика приведенных способов навигации представлена в табл. 1.

Табл. 1. Сводная таблица характеристик способов навигации автономных мобильных роботов

Table 1. Summary table of characteristics of navigation methods for autonomous mobile robots

	GPS / GPS	Маяки / Light-houses	SLAM / SLAM	Колесно-инерционная одометрия / Wheel inertia odometry	Виртуальная одометрия / Virtual odometry
Не накапливает ошибку	+	+	+	–	–
Высокая точность на коротких траекториях	–	+/-	+/-	+	+
Работа в заранее неопределенной среде	+	+/-	+	+	+
Снижение точности при работе в помещениях	+	+	–	–	–
Ограничение размера территории работы	–	+	+/-	–	–
Невосприимчивость к проскальзыванию колес	+	+	+	–	+
Необходимость наличия станции опорных объектов	–	+	+/-	–	–
Невосприимчивость к изменениям в среде	+	+	+	+/-	+

Анализируя каждый из приведенных способов, можно выделить два основных, наиболее подходящих для задач, стоящих перед трехколесным роботом – SLAM и позиционирование по системе маяков.

Однако SLAM-метод требует использования достаточно сложных программных алгоритмов и дорогостоящего оборудования – лидара, стоимость которогократно растет с увеличением даль-

ности работы его излучателей. Также, SLAM-метод требует наличия в рабочей зоне тех или иных опорных ориентиров (например, забора), которые из-за низкого расположения лидара на корпусе робота могут быть пропущены или необработанны.

При сравнении методов Pure Pursuit и SLAM (с учетом факторов сложности и дороговизны их аппаратной и программной реализации), можно прийти к выводу, что при разработке системы управления трехколесным роботом, работающем на участке с преимущественно статическими препятствиями, оптимальным будет использование рассмотренного в работе метода «чистое преследование».

Результаты и их обсуждение

С целью моделирования алгоритма управления движением мобильного колесного робота по заданной траектории была разработана блок-схема в пакете MATLAB\Simulink\Simscape Multibody (рис. 5), в которой используются четыре основные подсистемы: «Робот» (моделирует динамику движения трехколесного робота); «Электропривод 1,2» (моделируют динамику коллекторных ДПТ); «Траектория» (данная подсистема моделирует работу алгоритма Pure Pursuit, а также решает прямую и обратную задачи кинематики) [19].

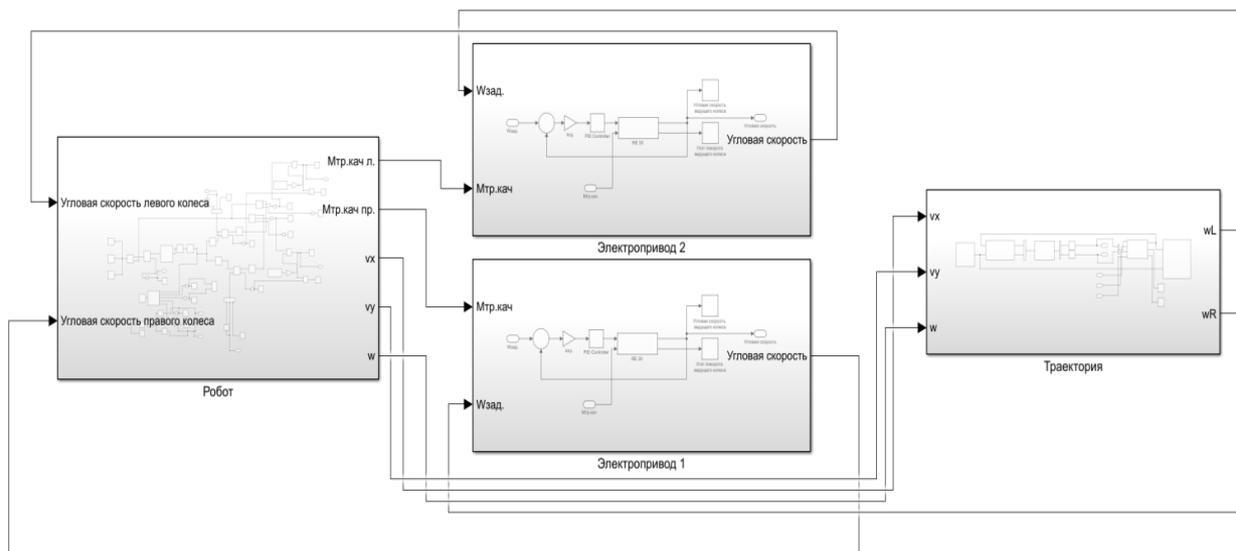


Рис. 5. Блок-схема математической модели трехколесного робота с системой траекторного управления

Fig. 5. Block diagram of a mathematical model of a three-wheeled robot with a trajectory control system

Для проверки работы программы управления был задан массив путевых точек $[0,0;2,2;3,4;1,3]$ (м). Целевая линейная скорость – 0,3 (м/с).

Для исследования влияния параметра Lookahead Distance на характер движения робота была проведена серия численных экспериментов. Исследована

работа алгоритма Pure Pursuit при 3-х значениях данного параметра: 0,35 м (эксперимент I), 1 м (эксперимент II), 0,1 м (эксперимент III). При исследова-

нии использован один и тот же массив путевых точек.

Результаты моделирования представлены на рис. 6-9.

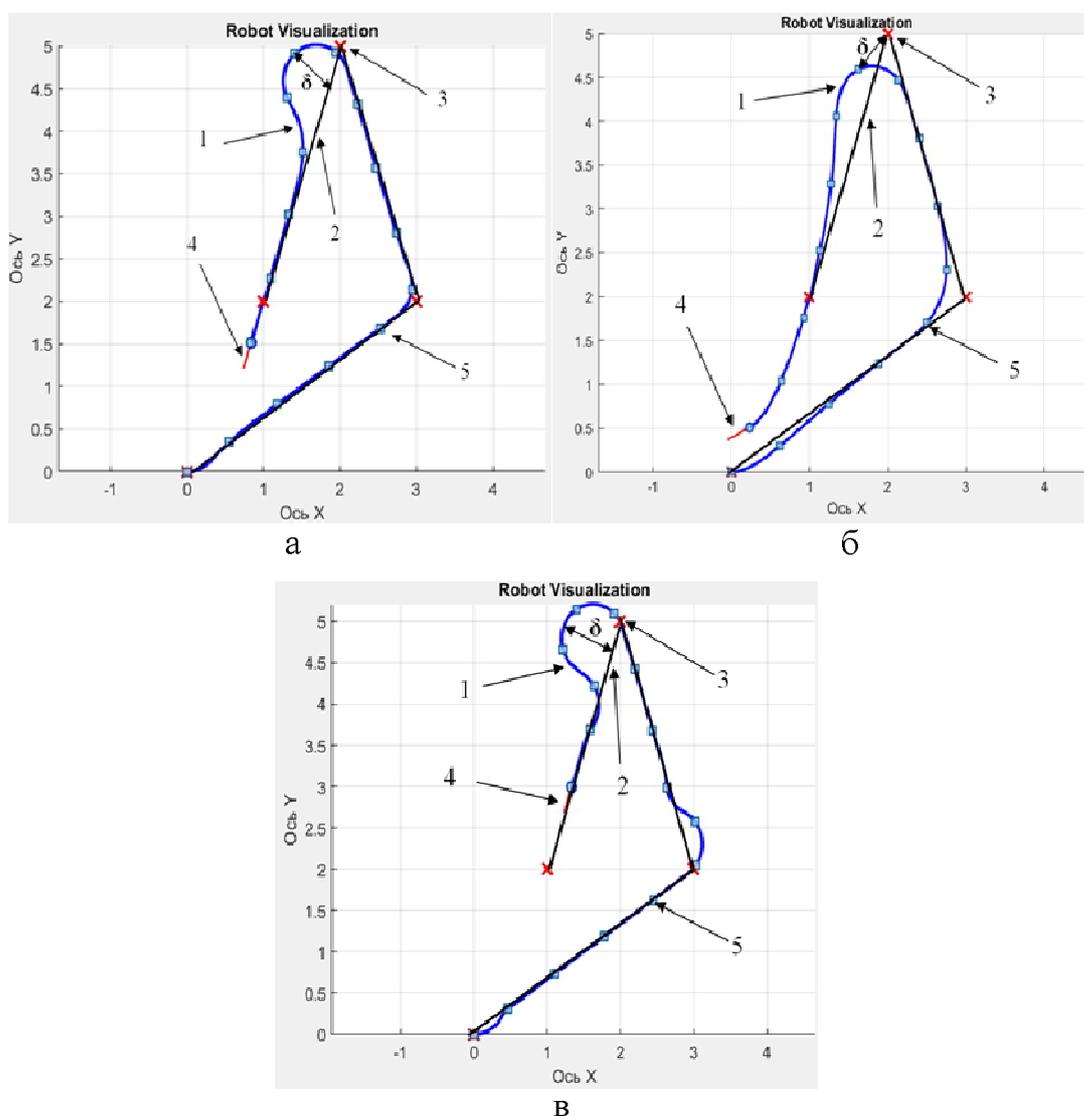


Рис. 6. Траектория движения робота по заданным путевым точкам:

а – Lookahead Distance = 0.35 м; **б** – Lookahead Distance = 1 м; **в** – Lookahead Distance = 0.1 м

Fig. 6. Diagram of the robot's movement along the specified waypoints:

а – Lookahead Distance = 0.35 м; **б** – Lookahead Distance = 1 м; **в** – Lookahead Distance = 0.1 м

На данном рисунке позициями обозначены: 1 – реальная траектория движения робота; 2 – планируемая траектория движения робота; 3 – путевая точка; 4 – вектор Lookahead Distance; 5 – мгновен-

ные целевые точки; δ – макс. отклонение реальной траектории от планируемой.

Качественные и количественные результаты моделирования представлены в табл. 2.

Таблица 2. Основные результаты моделирования и исследования

Table 2. Main results of modeling and research

№ эксперимента / Experiment No.	Lookahead Distance, м	Время прохождения траектории, с / Trajectory travel time, s	Средняя скорость движения, м/с / Average speed of movement, m/s	Максимальное отклонение от планируемой траектории δ , м / Maximum deviation from the planned trajectory, δ , m
I	0,35	35	0,27	0,4
II	1	34	0,28	0,3
III	0,1	более 40	0,23	0,6

Согласно результатам моделирования, результаты можно охарактеризовать следующим образом: в I эксперименте – пересечение всех путевых точек, лишь 1 «избыточный» поворот и изгиб траектории; в II эксперименте – самая плавная траектория, робот не достигает путевых точек, из-за чего траектория искажается; в III эксперименте – путевые точки достигаются, но имеются «избыточные» повороты и изгибы траектории; скорость робота сильно падает.

Анализируя графики кинематических характеристик, можно сделать вы-

вод, что из всех трех коэффициентов Lookahead Distance наиболее оптимальной по соотношению точность движения/скорость движения/время движения является величина 0.35м.

Также была создана математическая модель работы УЗ-дальномера, с помощью которого определяются расстояние до препятствия и угол отклонения положения препятствия от вектора Lookahead Distance (который сонаправлен с осью X системы координат робота). Результаты работы данной подсистемы представлены на рис. 10 и 11.

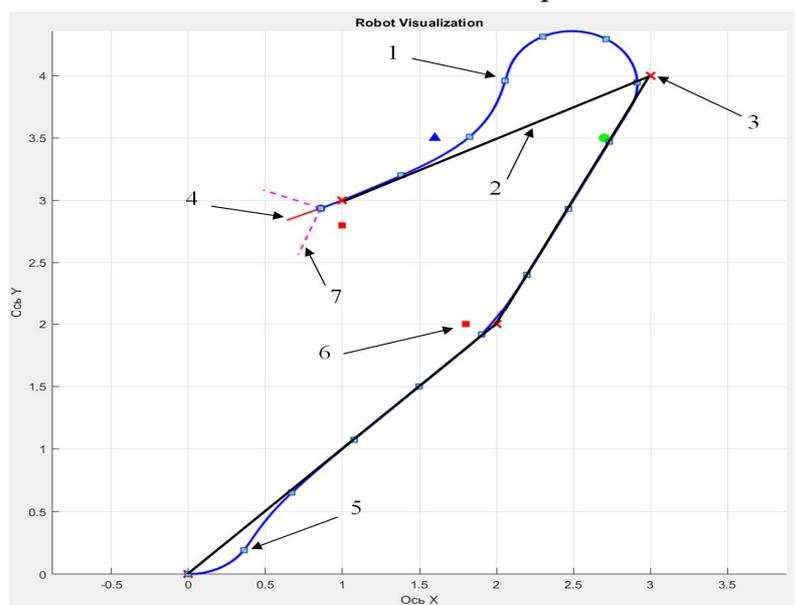


Рис. 10. Траектория движения робота по заданным путевым точкам (с учетом наличия препятствий)

Fig. 10. The trajectory of the robot along the specified waypoints (taking into account the presence of obstacles)

На рис. 10: 1 – реальная траектория движения робота, 2 – планируемая траектория движения робота, 3 – путевая точка, 4 – вектор Lookahead Distance,

5 – мгновенные целевые точки, 6 – различные препятствия, 7 – угол обзора УЗ-дальномера

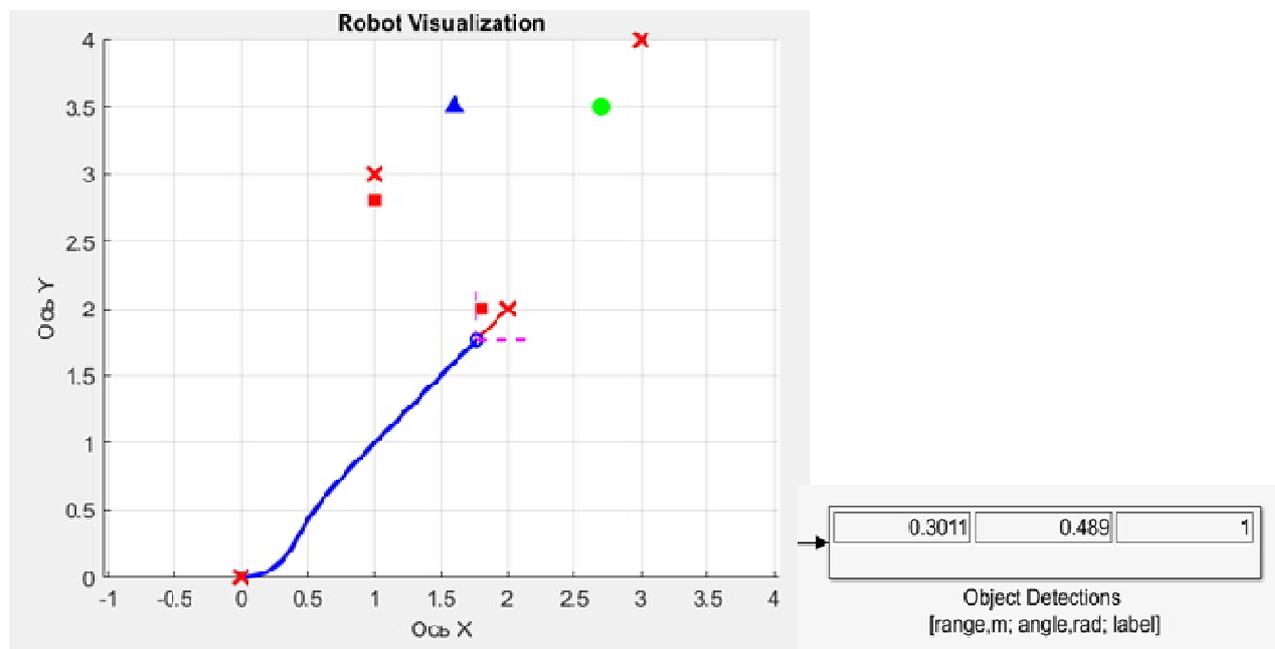


Рис. 11. Определение расстояния и угла отклонения до препятствия

Fig. 11. Determination of the distance and angle of deviation to the obstacle

Выводы

Предложенный в работе Pure Pursuit метод может быть использован для осуществления траекторного управления колесных мобильных роботов. Метод прост в реализации, не требует сложных математических расчетов и обеспечивает удовлетворительные качественные и количественные характеристики управления движением.

В результате проведенного исследования были обнаружены и подтверждены основные закономерности влияния параметра Lookahead Distance алгоритма траекторного движения Pure Pursuit на характер движения управляемого робота. Показано, что выбор величины данного параметра должен обосновываться задачами управления и условиями работы робота.

Список литературы

1. Ворочаева Л.Ю., Мальчиков А.В., Савин С.И. Определение диапазонов допустимых значений геометрических параметров колесного прыгающего робота // Известия Юго-Западного государственного университета. 2018. Т. 22, № 2(77). С. 76-84. <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2018-22-2-76-84>.

2. Извеков А. И., Остренко А. Г., Ветрогон А. А. Транспортно-технологический модуль для перемещения крупногабаритных грузов // Вестник молодежной науки. 2020. №. 2 (24). С. 10.
3. Ворочаева Л. Ю., Мальчиков А. В., Савин С. И. Обоснование и выбор схемы колесной прыгающей мониторинговой платформы // Транспортное машиностроение. 2018. №. 5 (66). С. 40-50.
4. Набиюллин А. Р., Кавалеров М. В. Многоцелевая колесная роботизированная платформа с низкой себестоимостью // Extreme Robotics. 2013. Т. 1. №. 1. С. 70-79.
5. Афонин Д.В., Печурин А.С., Яцун С.Ф. Моделирование автономного криволинейного движения роботизированной буксировочной системы воздушных судов // Проблемы машиностроения и надежности машин, 2022. № 2. С. 91-102
6. Кабала А.Э.А., Гайдук А.Р., Абу Хамдан Н. Управление поворотами мобильного робота, подобного автомобилю // Известия Юго-Западного государственного университета. 2021. Т.25, №4. С. 134-144. <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2021-25-4-134-144>.
7. Моделирование движения робота-тягача для транспортировки самолетов по аэродрому / С.Ф. Яцун, В.В. Бартнев, Е.Н. Политов, Д.В. Афонин // Известия Юго-Западного государственного университета. 2018. Т. 22, № 2(77). С. 34-43. <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2018-22-2-34-43>.
8. Мартыненко Ю.Г., Управление движением мобильных колёсных роботов // Фундамент. и прикл. матем. 2005. Т. 11, № 8. С. 29–80; J. Math. Sci. 2007. 147:2. P. 6569–6606.
9. Politov E., Afonin D., Bartenev V. Mathematical Modeling of Motion of a Two-Section Wheeled Robot // Proceedings of 14th International Conference on Electromechanics and Robotics “Zavalishin's Readings”. Springer, Singapore, 2020. P. 397-409.
10. Morin P., Samson C. Motion control of wheeled mobile robots //Springer handbook of robotics. 2008. Vol. 1. P. 799-826.
11. Dhaouadi R., Hatab A.A. Dynamic modelling of differential-drive mobile robots using lagrange and newton-euler methodologies: A unified framework // Advances in Robotics & Automation. 2013. Vol. 2, no. 2. P. 1.
12. Локтионова О.Г., Савельева Е.В., Политов Е.Н. Алгоритм управления движением мобильной роботизированной платформы с изменяемым уровнем автономности // International Journal of Open Information Technologies. 2023. №4.
13. Martins F.N., Sarcinelli-Filho M., Carelli R. A velocity-based dynamic model and its properties for differential drive mobile robots // Journal of intelligent & robotic systems. 2017. Vol. 85, no. 2. P. 277.
14. Leena N., Saju K.K. Modelling and trajectory tracking of wheeled mobile robots // Procedia technology. 2016. Т. 24. P. 538.

15. Lee K. et al. Design of fuzzy-PID controller for path tracking of mobile robot with differential drive // *International Journal of Fuzzy Logic and Intelligent Systems*. 2018. Vol. 18, no. 3. P. 220.
16. Wang B., Qian C., Chen Q. A Dynamics Controller Design Method for Car-like Mobile Robot Formation Control // *MATEC Web of Conferences (EECR 2018)*. Vol. 160, Article No. 06003.
17. Ding Y. Three Methods of Vehicle Lateral Control: Pure Pursuit, Stanley and MPC. 2020.
18. Wang R. et al. A novel pure pursuit algorithm for autonomous vehicles based on salp swarm algorithm and velocity controller // *IEEE Access*. 2020. Vol. 8. P. 166525-166540.
19. Pure Pursuit Controller // *Mathworks.com*: сайт. URL: <https://www.mathworks.com/help/robotics/ug/pure-pursuit-controller.html> (дата обращения: 18.05.2022).
20. Ahn J. et al. Accurate path tracking by adjusting look-ahead point in pure pursuit method // *International journal of automotive technology*. 2021. Vol. 22, no. 1. P. 119-129.

References

1. Vorochaeva L.Yu., Malchikov A.V., Savin S.I. Ranges of Admissible Values of Geometric Parameters of a Wheeled Jumping Robot. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta = Proceedings of the Southwest State University*. 2018; 22 (2): 76-84 (In Russ.). <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2018-22-2-76-84>.
2. Izvekov A. I., Ostrenko A. G., Vetrogon A. A. Transport and technological module for moving bulky cargo. *Vestnik molodezhnoi nauki = Bulletin of Youth Science*. 2020; (2): 10 p. (In Russ.)
3. Vorochaeva L. Yu., Malchikov A.V., Savin S. I. Justification and selection of the scheme of a wheeled jumping monitoring platform. *Transportnoe mashinostroenie = Transport engineering*. 2018; (5): 40-50. (In Russ.)
4. Nabiullin A. R., KavaleroV M. V. Multipurpose wheeled robotic platform with low cost. *Extreme Robotics*, 2013; 1 (1): 70-79. (In Russ.)
5. Afonin D.V., Pechurin A.S., Yatsun S.F. Modeling of autonomous curvilinear motion of a robotic towing system of aircraft. *Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin = Problems of mechanical engineering and machine reliability*. 2022; (2): 91-102. (In Russ.)
6. Kabalan A.E.A., Gaiduk A.R., Hamdan N.A. Controlling the Turning of a Mobile Car-like Robot. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta = Proceedings of the Southwest State University*. 2021; 25(4): 134-144 (In Russ.). <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2021-25-4-134-144>.
7. Jatsun S.F., Bartenev V.V., Politov E.N., Afonin D.V. Modeling the Motion of the Robot-Tractor for Transporting Aircraft on the Airfield. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta = Proceedings of the Southwest State University*. 2018; 22 (2): 34-43 (In Russ.). <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2018-22-2-34-43>.

8. Martynenko Yu.G. Motion control of mobile wheeled robots. *Fundament. i prikl. matem = Foundation. and approx. matem.*, 2005; 11:8, 29-80. (In Russ.); *J. Math. Sci.* 2007; 147:2, 6569–6606. (In Russ.)
9. Politov E., Afonin D., Bartenev V. Mathematical Modeling of Motion of a Two-Section Wheeled Robot. *Proceedings of 14th International Conference on Electromechanics and Robotics "Zavalishin's Readings"*. Springer, Singapore, 2020, p. 397-409.
10. Morin P., Samson C. Motion control of wheeled mobile robots. *Springer handbook of robotics*. 2008; 1: 799-826.
11. Dhaouadi R., Hatab A.A. Dynamic modelling of differential-drive mobile robots using lagrange and newton-euler methodologies: A unified framework. *Advances in Robotics & Automation*. 2013; 2(2): 1.
12. Loktionova O.G., Savelyeva E.V., Politov E.N. Algorithm for motion control of a mobile robotic platform with a variable level of autonomy. *International Journal of Open Information Technologies*. 2023; (4). (In Russ.)
13. Martins F.N., Sarcinelli-Filho M., Carelli R. A velocity-based dynamic model and its properties for differential drive mobile robots. *Journal of intelligent & robotic systems*. 2017; 85 (2): 277.
14. Leena N., Saju K.K. Modelling and trajectory tracking of wheeled mobile robots. *Procedia technology*. 2016; 24: 538.
15. Lee K. et al. Design of fuzzy-PID controller for path tracking of mobile robot with differential drive. *International Journal of Fuzzy Logic and Intelligent Systems*. 2018; 18 (3): 220.
16. Wang B., Qian C., Chen Q. A Dynamics Controller Design Method for Car-like Mobile Robot Formation Control. *MATEC Web of Conferences (EECR 2018)*; vol. 160, Article No. 06003.
17. Ding Y. Three Methods of Vehicle Lateral Control: Pure Pursuit, Stanley and MPC, 2020.
18. Wang R. et al. A novel pure pursuit algorithm for autonomous vehicles based on salp swarm algorithm and velocity controller. *IEEE Access*. 2020; 8: 166525-166540.
19. Pure Pursuit Controller. *Mathworks.com*. Available at: <https://www.mathworks.com/help/robotics/ug/pure-pursuit-controller.html>
20. Ahn J. et al. Accurate path tracking by adjusting look-ahead point in pure pursuit method. *International journal of automotive technology*. 2021; 22 (1): 119-129.

Информация об авторах / Information about the Authors

Политов Евгений Николаевич, кандидат технических наук, старший научный сотрудник кафедры механики, мехатроники и робототехники, Юго-Западный государственный университет, г. Курск, Российская Федерация, e-mail: politovyevgeny@rambler.ru, ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-0597-8505>

Мальчиков Андрей Васильевич, кандидат технических наук, старший научный сотрудник кафедры механики, мехатроники и робототехники, Юго-Западный государственный университет, г. Курск, Российская Федерация, e-mail: zveroknp@gmail.com, ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-2902-1721>, ResearcherID N-8856-2016

Звонарев Илья Александрович, кафедра механики, мехатроники и робототехники, Юго-Западный государственный университет, г. Курск, Российская Федерация, e-mail: zveroknp@gmail.com, ORCID: <http://orcid.org/0009-0002-7306-098X>

Evgeniy N. Politov, Cand. of Sci. (Engineering), Senior Researcher of Mechanics, Mechatronics and Robotics Department, Southwest State University, Kursk, Russian Federation, e-mail: politovyevgeny@rambler.ru, ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-0597-8505>

Andrey V. Mal'chikov, Cand. of Sci. (Engineering), Senior Researcher of Mechanics, Mechatronics and Robotics Department, Southwest State University, Kursk, Russian Federation, e-mail: zveroknp@gmail.com, ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-2902-1721>, ResearcherID N-8856-2016

Илья А. Zvonarev, Mechanics, Mechatronics and Robotics Department, Southwest State University, Kursk, Russian Federation, e-mail: zveroknp@gmail.com, ORCID: <http://orcid.org/0009-0002-7306-098X>